

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNE'E M. DCCXIII.

Avec les Memoires de Mathematique & de Physique, pour la même Année.

Tirez des Registres de cette Academie.



A AMSTERDAM,
Chez PIERRE DE COUP, Marchand Libraire dans le Kalverstraat.

M. DCCXVII.

Avec Privilege de N. S. les Etats de Hollande & de West-Frise.

A

MONSIEUR

C. BEUDEKER.

MONSIEUR,

La noble passion que vous avez pour les Livres, & la bienveillance dont vous m'honorez, sont les deux motifs qui m'engagent à faire paroître

* sous

ſous vôtre nom, ce volume de *l'Hiſtoire de l'Academie Royale des Sciences*. Par reconnoiſſance, je dois rendre publiques les obligations que je vous ai, & j'aurai de plus le plaiſir de faire paſſer chez les Nations les plus éloignées, les progrès ſurprenans que vous faites de jour en jour dans les Sciences, ſur tout dans celles qui font la matiere de ces *Memoires*. En effet vous vous faites une étude d'en augmenter les découvertes par la lecture & par vôtre méditation ſur les Livres qui paroiſſent dans ces Sciences profon-

fondés. Qui de ceux qui ont l'honneur de vous connoître ignore la verité que j'avance? Permettez aussi que j'apprenne à tout le monde Lettré, ce qui est moins public, j'entens cette rare connoissance des Medailles & du Coquillage dont vous avez des Cabinets si bien choisis; en effet on peut les nommer complets par rapport à vos lumieres, au soin & aux veilles que vous employez pour déterrer tout ce qui y a du rapport. Que j'aurai lieu d'être satisfait de la liberté que je prens, si vous recevez ce foible témoignage

de ma bonne volonté d'auſſi bon cœur que j'ai l'honneur de vous l'offrir! Je ſuis, comme je le dois, avec reſpect,

MONSIEUR,

Vôtre très-humble & très-obéïſſant Serviteur,

PIERRE DE COUP.

PRIVILEGIE.

DE Staten van Hollandt ende West-Vriesland, *Doen te weeten*, Also Ons vertoont is by GERRIT KUYPER, Boekverkooper tot Amsteldam, hoe dat hy Suppliant besig was met groote koste en veele moeyte te drukke seecker boek genaamt *Historia Academiæ Regiæ Scientiarum Auctore J. B. du Hamel & Histoire de l'Academie Royale des Sciences, avec les Memoires de Mathematique & de Physique, tirez des Registres de cette Academie, commencée avec l'Année* 1699. met alle de volgende Deelen en Figuren, in soo veel Deelen, Taalen en Formate als de Suppliant sal goet vinden: Ende de Suppliant beducht zynde dat sommige baatsoekende menschen, soo ras het Boek soude zyn in 't licht gebragt, aanstonts souden tragten naar te drucken, ofte doen drucken, tot groote schade van de Suppliant, Soo dan omme daar inne te weesen gesecureert, soo keerde sig den Suppliant tot Ons, versoekende ten eynde Wy aan hem gunstelyck geliefden te verleenen Octroy omme het voorsz. Boek, genaamt *Historia Academiæ Regiæ Scientiarum Auctore J. B. du Hamel & Histoire de l'Academie Royale des Sciences, avec les Memoires de Mathematique & de Physique, tirez des Registres de cette Academie, commencée avec l'Année* 1699. met alle de volgende Deelen en Figuren, en in soo veel Deelen en Taalen, en in sulcken formaat, als by den Suppliant soude goet gevonden werden, voor den tyd van Vyftien eerst agter een volgende Jaaren, alleen ende met uytsluitinge van alle anderen binnen deese Provintie te moogen drucken, doen drucken, ende verkopen; Ende op soodanige Pœne als Wy daar toe soude gelieven te statueren; SOO IS 'T, dat Wy de zaake en 't verzoek voorschreeve overgemerkt hebbende, ende geneegen weezende ter beede van den Suppliant, uit Onze regte weetenschap, souveraine maght, ende authoriteyt, den selve Suppliant geconsenteert, geaccordeert ende geoctroyeert hebben, consenteeren, accordeeren, ende octroyeeren hem mits desen, dat hy geduurende den tyd van Vyftien eerst agter een volgende Jaaren het voorsz. Boek, genaamt *Historia Academiæ Regiæ Scientiarum Auctore J. B du Hamel & Histoire de l'Academie Royale des Sciences, avec les Memoires de Mathematique & de Physique tirez des Registres de cette Academie, commencée avec l'Année* 1699. doen drucken, binnen den voorschreeven Onzen Lande alleen zal mogen drukken, met alle de volgende Deelen en Figuren, en in soo veel Deelen en Taalen en Formate, als den Suppliant sal goed vinden uitgeven ende verkopen; Verbiedende daarom allen ende een yegelyken het selve Boeck, in 't geheel ofte ten deel naar te drucken, ofte elders naar gedrukt, binnen den selven Onzen Lande te brengen, uyt te geeven, ofte te verkoopen, op

de verbeurte van alle naargedrukte, ingebragte ofte verkogte Exemplaaren, ende een boete van drie hondert guldens daar en boven te verbeuren, te appliceeren een derde part voor den Officier die de calange doen zal, een derde part voor den Armen der plaatse daar het casus voorvallen zal, ende het resteerende derde part voor den Suppliant. Alles in dien verstande, dat Wy den Suppliant met deesen Onzen Octroye alleen willende gratificeeren tot verhoedinge van zyne schaade door het naardrukken van het voorschreeve Boek, daar door in geenigen deele verstaanden inhouden van dien te authoriseeren ofte te advoueeren, ende veel min dezelve onder onze Protectie ende bescherminge eenig meerder Credit, Aansien ofte Reputatie te geeven; nemaar den Suppliant in cas daar inne iets onbehoorlyks zoude mogen influeeren, alle het zelve tot zynen lasten sal gehouden weesen, te verantwoorden; tot dien eynde wel expresselyk begeerende dat by aldien hy deezen Onzen Octroye voor het zelve zal willen stellen, daar van geene geabrevrieerde ofte gecontraheerde mentie zal mogen maaken, nemaar gehouden zal weezen het zelve Octroy in 't geheel en zonder eenige omissie daar voor te drukken ofte te doen drukken, Ende dat hy gehouden zal zyn een Exemplaar van het voorschreeve Boeck gebonden ende wel geconditioneert te brengen in de Bibliotheeq van onze Universiteyt tot Leyden, en de daar van behoorlyk te doen blyken. Alles op pœne van het effect van dien te verliesen. Ende ten eynde den Suppliant deezen Onzen Consente ende Octroye mogen genieten als naar behooren; Lasten wy allen ende een ygelyken dat zy den Suppliant van den inhoude van deezen doen laaten ende gedogen, rustelyk, vredelyk ende volkomentlyk genieten ende gebruyken; cesserende alle belet en wederleggen ter contrarie. Gedaan in den Hage onder Onzen grooten Zeegele, hier aan gehangen op den tweeentwintigsten January, in 't Jaar onses Heeren ende Zaligmaakers seventien hondert en ses.

A. HEINSIUS.

Ter Ordonnantie van de Staten

SIMON van BEAUMONT.

AVERTISSEMENT AUX LIBRAIRES.

La Veuve de feu M. GERARD KUYPER a cedé son Privilege à Mr. PIERRE DE COUP, suivant l'Accord fait entr'eux.

T A-

TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

ANATOMIE.

CHIMIE.

TABLE.

BOTANIQUE.

GEOMETRIE.

ASTRONOMIE.

ACOU-

ACOUSTIQUE.

TABLE

POUR

LES MEMOIRES.

Des-

HISTOIRE

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES.

ANNE'E M. DCCXIII.

PHYSIQUE GENERALE.

SUR LE FLUX ET LE REFLUX DE LA MER.

* ON a continué à *Brest* en 1712. & en 1713. les Observations sur le Flux & le Reflux. Elles ont confirmé les connoissances qu'on avoit déja acquises **, & en ont produit de nouvelles.

Le mouvement qui fait les Marées est encore plus lié à la Lune qu'on ne pensoit. Et voici les nouveaux Phénomenes qui le prouvent.

 Quand

* V. les M. p. 17. & 357. ** Voyez l'Hist. de 1710. p. 5. & suiv. & celle de 1712. p. 1. & suiv.

Quand la Lune eſt dans l'Equateur, les Marées ſont plus grandes, ou la Haute Mer plus haute ; & cet effet diminuë à meſure que la Lune s'éloigne de l'Equateur. On entend aſſez que tout le reſte doit être ſuppoſé égal.

M. *Caſſini*, qui de toutes les Obſervations envoyées à l'Academie tire les conſequences ou plûtôt les principes qui en réſultent, remarque que la préciſion ſur cet article doit être pouſſée juſqu'à y faire entrer la latitude de la Lune. La déclinaiſon d'un Aſtre eſt ſa diſtance à l'Equateur, & la latitude ſa diſtance à l'Ecliptique. La Lune peut avoir juſqu'à 5°. 20′ de latitude, & la plus grande déclinaiſon de l'Ecliptique eſt de 23°. 30′. d'où il ſuit que l'Orbite de la Lune dans ſa plus grande déclinaiſon peut en avoir 5°. 20′. de plus ou de moins que l'Ecliptique, & être de cette quantité plus ou moins éloignée de l'Equateur, & les Marées en ſeront plus ou moins hautes. Par-là il faut juger de tous les degrés moyens, & par conſequent tenir compte de la latitude de la Lune, qui entre dans ſa diſtance à l'Equateur.

On pourroit croire que quand la Lune eſt dans l'Equateur elle agit par ce grand Cercle ſur la ſurface de la Mer, & par conſequent y cauſe une plus grande preſſion, que quand elle eſt dans tous les autres Cercles paralleles à l'Equateur, qui ne ſont que de petits Cercles, & qui vont toûjours en diminuant. Cette idée aſſez vraiſemblable peut avoir cependant quelque difficulté. Les Phénomenes du Flux & du Reflux demandent neceſſairement que quand la Lune preſ-

ſe

ſe un endroit quelconque du Globe terreſtre, la preſſion ou le contre-coup de la preſſion ſoit le même dans l'endroit diametralement oppoſé. Or ſi la Lune en quelque ſituation qu'elle ſoit agit toûjours à la fois ſur deux endroits du Globe diametralement oppoſés, elle agit toûjours par un grand Cercle. Malgré cela, il ſemble toûjours qu'elle doit agir differemment lors qu'elle eſt dans un grand Cercle ou dans un petit, & que de ce qu'elle fera dans un petit, & agira par un grand, il doit reſulter quelque action moyenne. Mais il ne faut pas prétendre encore à établir un Syſtême, & c'eſt bien aſſez que de s'aſſurer des faits.

La Lune a donc moins d'action ſur la ſurface du Globe quand elle eſt hors de l'Equateur, mais alors il eſt bien naturel que cette moindre action ſoit inégalement partagée entre les deux Hémiſpheres du Globe, l'un Boreal & l'autre Auſtral, & que ſi la Lune eſt, par exemple, dans le Boreal, elle y agiſſe plus fortement que ſur l'autre, ou au contraire. Suppoſons qu'elle ſoit dans le premier degré de Cancer, & qu'il s'agiſſe des Marées de *Breſt*. La Lune fera une plus grande impreſſion ſur *Breſt* que ſur le lieu qui eſt ſous le même demi-Meridien que *Breſt*, & de l'autre côté de l'Equateur à égale diſtance. Donc la Marée du même jour & de la même heure ſera plus grande à *Breſt* qu'en ce lieu-là, quoique tout ſoit parfaitement égal de part & d'autre, à cela près que l'un de ces deux lieux eſt dans l'Hemiſphere Boreal, & l'autre dans l'Auſtral.

Mais comme il faut que la Lune, ſelon

ce que nous venons de dire, agisse également en même temps sur deux endroits du Globe diametralement opposés, le lieu antipode de *Brest* a en même temps que *Brest* une Marée égale, & ce lieu étant dans l'Hemisphere Austral, il y a dans cet Hemisphere deux lieux situés sous le même parallele & sous le même Meridien dont l'un antipode de *Brest* a une Marée égale à celle de *Brest*, & l'autre une Marée moindre. Et par la même raison il y a dans l'Hemisphere Boreal un quatriéme lieu, situé sous le même parallele que *Brest*, & sous le même Meridien, qui a en même temps que *Brest* une moindre Marée.

De-là il suit que *Brest*, & par consequent tout autre lieu situé hors de l'Equateur, doit avoir en un même jour deux Marées inégales; car le mouvement diurne de la Lune se faisant toûjours par des Cercles paralleles à l'Equateur, si *Brest* est dans un certain temps le lieu où se fait une grande Marée par les raisons qui viennent d'être expliquées, il sera necessairement 12. heures après le lieu où se fera une moindre Marée.

Il est bien aisé de voir que la grande Marée de *Brest* arrivera quand la Lune passera par le Meridien de *Brest*, c'est-à-dire, dans le sujet que nous traitons presentement, par le Meridien d'où dépendent les Marées de *Brest*, & que la petite Marée arrivera 12. heures après, & que par conséquent si l'une a été celle du matin, l'autre sera celle du soir.

1. Par le principe general du Flux & du Reflux,

flux, les Marées vont en diminuant des Nouvelles ou Pleines Lunes aux Quadratures, & en augmentant des Quadratures aux Nouvelles ou Pleines Lunes. Par consequent d'une Nouvelle Lune au premier quartier chaque Marée du matin doit être plus grande que la suivante du soir, & du premier quartier à la Pleine Lune chaque Marée du matin doit être moindre que celle du soir, car il faut que chaque Marée soit plus forte ou plus foible que la suivante selon qu'elles vont à un terme par rapport auquel elles augmentent ou diminuent de force. Par ce principe general les deux Marées d'un même jour sont donc toûjours inégales.

Elles le sont aussi par le principe particulier que nous venons d'expliquer, & qui consiste dans la distance de la Lune à l'Equateur. Il est visible que ces deux principes peuvent se combiner differemment, concourir au même effet ou se combattre. Et même il paroît par les Observations que le principe particulier peut l'emporter sur le general, c'est-à-dire, que d'une Nouvelle Lune, par exemple, à la Quadrature la Marée du matin qui devoit naturellement être plus grande à *Brest* que celle du soir, sera cependant plus petite, parce que la Lune aura passé à Midi par le Meridien de *Brest*, & par là aura rendu plus forte la Marée du soir. Or afin que la distance de la Lune à l'Equateur ait beaucoup d'effet, il faut qu'elle soit considerable, & c'est pour cela que nous avons supposé la Lune dans le premier degré de Cancer, & afin que la Lune

étant Nouvelle ou peu éloignée de la Conjonction, passe à midi par le Meridien de *Brest*, il faut que son lieu dans le Zodiaque soit le même qne celui du Soleil ou peu éloigné, & par consequent le cas que nous considerons ici doit arriver vers le Solstice d'Eté.

Si la Lune étoit Nouvelle & dans le premier degré du Capricorne, ce qui ne peut arriver qu'au Solstice d'Hiver, elle passeroit à Midi par le Meridien de *Brest*, & la Marée du soir qu'elle y causeroit par ce passage seroit plus petite que celle qui viendroit 12. heures après, ou le matin suivant, parce que la Lune seroit dans l'Hemisphere Austral. Donc vers le Solstice d'Hiver les Marées du soir dans les Nouvelles Lunes sont plus petites que celles du matin, & alors le principe particulier s'accorde avec le general.

Afin de rendre les idées plus simples & le discours plus concis, nous prenons ici les Nouvelles ou Pleines Lunes & les Quadratures pour les points fixes des plus grandes ou plus petites Marées, mais il faut entendre, selon qu'il a été dit ailleurs, qu'elles n'arrivent que deux ou trois jours plus tard.

De ce qui vient d'être expliqué on déduira sans peine le cas où la Lune seroit dans l'un ou l'autre Tropique vers le temps des Equinoxes. On l'a toûjours supposée dans un Tropique, afin que l'effet de ce principe particulier fût plus grand. Il est clair qu'il diminuera dans toutes les situations

tions moyennes de la Lune, & enfin sera nul lors qu'elle sera dans l'Equateur.

Voilà tout ce qu'on a observé jusqu'à présent des rapports du Flux & du Reflux a la Lune, rapports plus exacts, & pour ainsi dire, plus intimes qu'on ne croyoit. M. *Cassini* conjecture que les Marées en ont aussi au Soleil. On les trouve par les Observations presentes plus grandes vers les Equinoxes que vers les Solstices, tout le reste étant égal, & plus grandes quand le Soleil est dans son Perigée, ce qui arrive presentement vers le Solstice d'Hiver, que quand il est dans son Apogée. Mais peut-être ne faut-il pas se presser de lui donner part dans ces phénomenes, la Lune paroît trop y dominer, & si le Soleil y contribuoit, il faudroit changer tout le Systême de la pression de la Lune pour trouver quelque espece d'action qui pût être commune aux deux Astres.

SUR LA HAUTEUR DE L'ATMOSPHERE.

* SI les condensations des parties d'air differemment élevées avoient un rapport réglé & connu aux differens poids dont elles sont chargées, ou, ce qui est la même chose, aux differentes hauteurs de l'air superieur, les experiences du Barometre faites

 au

* V. les M. p. 71.

au bas & au haut des Montagnes, donneroient sûrement la hauteur de l'Air, ou de l'Atmosphere. Mais tout ce qu'on peut découvrir du rapport des condensations de l'air aux poids, est renfermé dans des observations faites fort près du globe de la Terre, & qui ne tirent guere à consequence pour l'air pris à des hauteurs beaucoup plus grandes. On a pû voir dans plusieurs des Histoires précedentes combien jusqu'ici toute cette matiere est remplie d'incertitude.

M. *de la Hire* a pris une voye plus simple & plus sûre pour découvrir la hauteur de l'Atmosphere. C'est une idée de *Kepler*, & qui est fort naturelle, mais *Kepler* lui-même l'a abandonnée pour la plus grande partie, & M. *de la Hire* non seulement la reprend, mais il la rectifie, & la pousse à sa derniere précision.

Il est établi chez tous les Astronomes que quand le Soleil est à 18. degrés au-dessous de l'horison on commence ou l'on cesse de voir la premiere ou la derniere lueur du Crepuscule. Le rayon par lequel on la voit ne peut être qu'une ligne horisontale, Tangente de la Terre au point où est l'Observateur. Ce rayon ne peut pas venir directement du Soleil, qui est sous l'horison, c'est donc un rayon reflechi à nôtre œil par la derniere surface interieure & concave de l'Atmosphere. Il faut imaginer que du Soleil qui est à 18°. sous l'horison part un rayon Tangent de la Terre qui va frapper cette derniere surface de l'Atmosphere, & de-là se reflechit vers nôtre œil, étant encore Tangent de la Terre ou horisontal. S'il

S'il n'y avoit point d'Atmosphere il n'y auroit point de Crepuscule, & par consequent si l'Atmosphere étoit moins élevée qu'elle n'est, le Crepuscule commenceroit plus tard ou finiroit plûtôt, ou ce qui est la même chose, il commenceroit ou finiroit quand le Soleil seroit plus proche de l'horison que de 18°. & au contraire. On voit donc que la grandeur de l'arc dont le Soleil est abaissé quand le Crepuscule commence ou finit, détermine la hauteur de l'Atmosphere.

Cet arc, quoique posé de 18°. doit être pris un peu moindre. La refraction éleve tous les Astres de 32'. & par consequent le rayon direct qui étant reflechi a fait le Crepuscule, a été élevé de 32'. & a touché un arc du Globe Terrestre, qui depuis ce point d'attouchement jusqu'au point où est l'Observateur a ces 32'. de moins que 18°. ou n'est que de 17°. 28'. De plus, les premiers rayons qui font voir le Crepuscule partent du bord superieur du Soleil, & ce bord est éloigné de 16'. du centre que l'on suppose à 18°. sous l'horison. L'arc qui déterminera la hauteur de l'Atmosphere n'est donc plus que de 17°. 12'.

Les deux rayons, l'un direct & l'autre reflechi qui touchent tous deux la Terre concourent necessairement dans l'Atmosphere au point de reflexion, & comprennent entre eux un arc de 17°. 12'. dont ils sont Tangens. De-là il suit par la nature du Cercle qu'une ligne tirée du centre de la Terre, & qui coupera cet arc en deux, ira au point de concours de ces deux rayons, & comme il est très-aisé de trouver l'excès

A 5 de

de cette ligne ſur le demi-diametre de la Terre qui eſt connu, il eſt très-aiſé d'avoir dans l'hypotheſe preſente la hauteur de l'Atmoſphere qui n'eſt que cet excès. M. *de la Hire* trouve qu'il eſt de 37223. Toiſes, ou de près de 17. lieuës, en prenant 2200. Toiſes pour une lieuë. C'eſt cette methode dont *Kepler* s'eſt ſervi, mais comme elle lui donnoit la hauteur de l'Atmoſphere 20. fois plus grande qu'il ne le croyoit d'ailleurs, il a employé divers moyens, mais peu heureux, pour la diminuer.

J'ai dit que 17. lieuës ſeroient la hauteur de l'Atmoſphere *dans l'hypotheſe preſente.* Cette hypotheſe que les deux rayons, le direct & le reflechi, ſoient deux lignes droites, mais elle n'eſt pas vraye, ce ſont deux Courbes formées par la refraction perpetuelle que cauſe à un rayon la denſité de l'Atmoſphere toûjours inégale & toûjours décroiſſante depuis la ſurface de la Terre. C'eſt ce qui a été expliqué plus au long d'après M. *de la Hire* dans l'Hiſtoire de 1702. *. Les deux rayons qui étoient lignes droites ſe changent donc en deux Courbes égales & ſemblables, ou plûtôt en une ſeule Courbe qui à ſon origine & à ſa fin touche la Terre, & dont le ſommet également éloigné de ces deux extrémités détermine la plus grande élevation de l'Atmoſphere. Cette Courbe eſt concave vers la Terre, & les deux rayons qu'on avoit conçûs d'abord n'en ſont plus que deux Tangentes, l'un à ſon origine, l'autre à ſa fin. Par conſequent leur point de concours eſt plus élevé que le ſommet de la Courbe ou que l'Atmoſphere.

* p. 71. & *ſuiv.*

Il est visible que ce point de concours, & le sommet de la Courbe sont sur la même ligne, qui tirée du centre de la Terre coupe en deux l'arc de 17°. 12'.

Pour trouver la juste hauteur de l'Atmosphere, ou à peu près, M. *de la Hire* mene par le point où est l'Observateur une ligne droite qui fait en dessous avec la ligne horisontale ou avec la Tangente de la Courbe à son extremité un angle de 32'. qui est l'angle de la refraction. Cette droite est donc au dedans de la Courbe, & le point où elle rencontre la ligne tirée du centre de la Terre est moins élevé que le sommet de la Courbe. Son élevation au-dessus de la Terre, ou son excès sur un demi-diametre de la Terre, qu'il est aisé de calculer, est de 32501. Toises. Donc le sommet de la Courbe ou la hauteur de l'Atmosphere est entre 37223. & 32501. & en prenant le milieu on a 35362. Toises, ou un peu plus de 16. lieues, hauteur de l'Atmosphere.

De-là M. *de la Hire* prend occasion de déterminer la figure du Crepuscule, quand il est un peu élevé sur l'horizon par un temps serein & froid, car il y faut ces deux conditions; l'une, afin que la figure puisse être bien apperçûë; l'autre, afin qu'elle ne soit pas alterée par les vapeurs de la Terre. *Kepler* n'a pas eu grand tort de croire que l'arc du Crepuscule étoit circulaire, & que tout l'espace éclairé étoit un segment de cercle, mais M. *de la Hire* pousse la chose à une plus grande précision, & prouve que l'arc du Crepuscule est hyperbolique, quoi-

qu'un peu défiguré par les refractions. La difference entre les deux sentimens est legere, mais il n'est pas permis de méprifer ces legeres differences, quand on peut arriver à une plus grande exactitude.

SUR LA DUCTILITE DE QUELQUES MATIERES.

* LA divisibilité de la matiere à l'infini, quoi-que démontrée, effraye toûjours l'imagination, & pour en diminuer le prodige, plusieurs Philosophes ont fait voir des divisions étonnantes actuellement faites, & qui quoique finies sont déja presque inconcevables. Il n'est pas à supposer que la divisibilité s'arrête où s'arrêtent quelques divisions qui viennent à nôtre connoissance. Mais il se trouve que ces Philosophes, loin d'exagerer & de surfaire sont demeurez beaucoup au-dessous du vrai, & M. de *Reaumur* en donne pour preuve l'examen qu'il a fait de quelques matieres *ductiles*, c'est-à-dire, qui peuvent s'étendre & se tirer beaucoup en long.

On sait qu'un fil d'Or n'est qu'un fil d'Argent doré. Il faut donc étendre par le moyen de la filiere un cylindre d'Argent couvert de feuilles d'Or, & ce cylindre devient fil & fil toûjours doré à quelque longueur qu'il puisse parvenir. On le prend ordinaire-

ment

* V. les M. p. 263.

ment de 45. marcs, & il a 15. lignes de diametre, & à peu-près 22. pouces de hauteur. M. de *Reaumur* prouve que ce cylindre d'argent de 22. pouces vient par la filiere à en avoir 13963240. ou 1163520. pieds, c'est-à-dire, qu'il est devenu 634692. fois plus long qu'il n'étoit, & qu'il a près de 97. lieuës de longueur, en mettant 2000. toises à la lieuë. Ce fil se file sur de la soye, & avant que de l'y filer, on le rend plat de cylindrique qu'il étoit, & en l'applatissant on l'allonge ordinairement encore de $\frac{1}{7}$ au moins, desorte que sa longueur de 22. pouces se change en une de 111. lieuës. Mais on peut aller jusqu'à allonger ce fil de $\frac{1}{4}$ par l'applatissement, au lieu de ne l'allonger que de $\frac{1}{7}$, & par consequent il aura 120. lieuës. Cela doit paroître une prodigieuse extension, & ce n'est encore rien.

Le Cylindre d'Argent de 45. marcs, & de 22. pouces de long, a pû n'être couvert que d'une once de feuilles d'Or. Il est vrai que la dorure sera legere, mais elle sera toûjours dorure, & quand le Cylindre passera par la filiere, & acquerra la longueur de 120. lieuës, l'Or n'abandonnera jamais l'Argent. On peut voir déja par-là combien l'once d'Or qui enveloppoit le cylindre d'Argent de 45. marcs, a dû devenir étrangement mince pour suivre toûjours l'Argent pendant un chemin d'une pareille longueur. M. de *Reaumur* ajoûte encore à cette consideration que l'on voit sensiblement que l'Argent est une fois plus doré en certains endroits qu'en d'autres, & il trou-

ve enfin par le calcul que dans ceux où il l'eſt le moins; il faut que l'épaiſſeur de l'Or ne ſoit que dc $\frac{1}{1050000}$ de ligne, petiteſſe ſi énorme, qu'elle échappe autant à nôtre imagination que celle des Infiniment petits de la Geometrie. Cependant elle eſt réelle, & produite par des Inſtrumens méchaniques, qui ne peuvent être ſi fins qu'ils ne ſoient encore fort groſſiers.

M. de *Reaumur* met au rang des corps ductiles le moins ductile de tous en apparence, & le plus caſſant; c'eſt le Verre. Il décrit par quel art on en forme des fils d'une fineſſe, & par quelle induſtrie il eſt allé lui-même encore beaucoup plus loin, & juſqu'au point que ces fils de verre étoient preſque auſſi deliez que ceux de la ſoye des Araignées. Plus ils deviennent fins, plus ils ſont flexibles, & ſur ce fondement M. de *Reaumur* avance ce paradoxe, que l'on feroit des tiſſus & des étoffes de Verre, ſi l'on avoit des moyens faciles & commodes de l'étendre & de l'allonger ſuffiſamment. On voit par-là qu'il en eſt de la flexibilité comme de la tranſparence. Quand les corps ſont extrémement minces, les plus caſſans deviennent flexibles, comme les plus opaques deviennent tranſparens.

De-là M. de *Reaumur* paſſe à une autre matiere ductile, c'eſt celle dont les Araignées forment la ſoye qui enveloppe leurs Oeufs. Il l'a découverte dans ſa ſource par une diſſection aſſez délicate de l'Inſecte. Quand cette matiere eſt ſéche, elle reſſemble à une Gomme, & eſt caſſante. Elle l'eſt

l'eſt plus que celle de la ſoye des Vers. Elle ne peut donc, ainſi que le Verre, devenir flexible & ſe filer qu'après avoir été extremement diviſée. Auſſi l'eſt-elle à un point étonnant. Elle ſort de l'anus de l'Araignée en plus de 6000. fils à la fois bien ſéparés les uns des autres. Il y a ſix ouvertures dont chacune donne paſſage à 1000. fils, & n'eſt pas plus grande qu'une tête d'Epingle.

Cette merveille ſe voit dans une groſſe Araignée qui fait ſes Oeufs, mais que ſera-ce des petites Araignées qui ſortent de ces Oeufs, qui naiſſent 7. ou 800. à la fois, & qui toutes, dès qu'elles ſont nées, filent des toiles? Il ſort donc de l'anus de chacune plus de 6000 fils bien diſtincts, & de quelle fineſſe ſont ces fils? de quelle petiteſſe ſont les filieres? On en peut juger par la proportion qui doit être entre le corps de la grande Araignée, & celui de 7. ou 800. Araignées qui en naiſſent toutes enſemble. Si on en faiſoit le calcul, même en mettant tout au plus bas pied, on tomberoit dans des abîmes de petiteſſe, & l'on auroit tort de penſer que ce fuſſent encore-là les derniers.

DI-

DIVERSES OBSERVATIONS DE PHYSIQUE GENERALE.

I.

Mr. *Deslandes* étant en *Angleterre* fit sur le Charbon de terre qu'on y brûle deux experiences qu'il croit qui ont échappé aux *Anglois*.

1. Ayant pilé du Charbon, il en mit environ une demi-once dans un verre d'eau, qui devint toute noire. Il laissa le verre exposé à l'air toute la nuit sur la fenêtre, c'étoit en Hyver, & le lendemain il trouva que l'eau qui s'étoit gelée, étoit d'une couleur rougeâtre. Il falloit pour donner cette couleur à l'eau, que la gelée eût développé les soufres du Charbon, quoi-que cette action ne paroisse guere lui convenir.

2. De la cendre de ce Charbon infusée dans de l'Eau de vie, & mêlée avec de la limaille de fer, fait une teinture noire, qui s'éclaircit à mesure qu'elle s'échauffe. Lorsqu'elle commence à bouillir, elle prend une couleur plus douce que le Gris-de-fer ordinaire. M. *Deslandes* donna à de la Laine crüe cette agréable teinture, & aucun Ouvrier ne la put imiter.

II.

M. *Sarrasin*, Medecin du Roi en *Canada* &

& correſpondant de l'Academie, dont on a vû une Hiſtoire du Caſtor dans les Memoires de 1704. * très-exacte & très curieuſe, en a envoyé une pareille du Carcaiou, que nous donnons ici en abregé.

Le Carcaiou eſt un Animal carnaſſier de *l'Amerique Septentrionale*, & qui en habite les cantons les plus froids. Il peſe ordinairement depuis 25. juſqu'à 35. livres. Il a environ 2. pieds depuis le bout du muſeau juſqu'à la queüe, qui peut avoir 8. pouces de long. Il a la tête fort courte & fort groſſe à proportion du reſte de ſon corps, les yeux très-petits, les machoires très-fortes, & garnies de 32. dents bien trenchantes. Quoi-que petit, il eſt très-fort & très-furieux, & quoi-que carnaſſier il eſt ſi lent & ſi peſant qu'il ſe traine ſur la neige plûtôt qu'il n'y marche.

Il ne peut attraper en marchant que le Caſtor qui eſt auſſi lent que lui, & il faut que ce ſoit en Eté où le Caſtor eſt hors de ſa cabane. Mais en Hyver il ne peut que briſer & démolir la cabane, & y ſurprendre le Caſtor, ce qui ne lui réüſſit que très-rarement; parce que le Caſtor a ſa retraite aſſûrée ſous la glace. Cependant comme le Caſtor en Hyver même ſort pour aller chercher dans le bois des proviſions fraîches qu'il aime mieux que les vieilles, le Carcaiou l'y peut attaquer.

La chaſſe qui lui rend le plus eſt celle de l'Orignac & du Caribou. L'Orignac choiſit en Hyver un canton où croiſſe abondamment l'*Anagyris fœtida*, ou Bois puant, parce

* p. 64. & ſuiv.

ce qu'il s'en nourrit, & quand la terre est couverte de 5. ou 6. pieds de nége, il se fait dans ces cantons des chemins qu'il n'abandonne point, à moins qu'il ne soit poursuivi par les Chasseurs. Le Carcaiou ayant observé la route de l'Orignac grimpe sur un Arbre auprès duquel il doit passer, & de-là s'élance sur lui & lui coupe la gorge en un moment. En vain l'Orignac se couche par terre, ou se frotte contre des arbres, rien ne fait lâcher prise au Carcaiou, & des Chasseurs ont trouvé quelquefois des morceaux de sa peau larges comme la main, qui étoient demeurez à l'Arbre contre lequel l'Orignac s'étoit froté.

Le Caribou est une espece de Cerf. Il est très-leger, & court sur la nége presque aussi vîte que sur la terre, parce que ses ongles qui sont fort larges, & garnis d'un poil rude dans leurs intervalles l'empêchent d'enfoncer, & lui tiennent lieu des Raquettes des Sauvages. Lorsqu'il habite le fort des bois, il s'y fait des routes en Hyver comme l'Orignac, & y est attaqué de même par le Carcaiou. Mais quand il est dans les endroits clairs où il n'a pas besoin de se faire des routes, & où il va de tous côtez indifferemment, le Carcaiou qui pourroit l'attendre trop longtemps sans fruit, n'a pas coûtume d'y perdre son temps, & il ne donne guere la Chasse au Caribou que dans les endroits épais, tant son ardeur pour sa proye est ingenieuse.

III.

Comme le P. *Feuillée* Minime, correspondant

dant de l'Academie, lui lisoit la Relation d'un voyage qu'il venoit de faire dans *l'Amerique Meridionale*, & qu'il parloit des Observations qu'il avoit faites avec l'Aréometre de la pesanteur de l'Eau de la Mer en differens lieux, on lui objecta que dans un Climat plus chaud le Verre de l'Aréometre devoit se dilater, par consequent occuper plus de place dans l'eau qu'on pesoit, & la faire paroître moins pesante qu'elle n'étoit réellement. Mais M. *Cassini* répondit que l'eau elle-même étoit aussi plus dilatée par le chaud, & pesoit aussi réellement moins.

NOus renvoyons entierement aux Memoires

* Le Journal des Observations de M. *de la Hire* pendant 1712.

Et ** l'Histoire d'un Sommeil extraordinaire par M. *Imbert*.

ANATOMIE.

SUR L'EMPHYSEME.

* CE doit être un spectacle assez étonnant qu'un Homme gonflé d'air partou-

* V. les M. p. 1. ** V. les M. p. 419.
* V. les M. p. 5.

toute l'habitude exterieure du corps, & cela jusqu'à 11. pouces d'épaisseur dans les endroits les plus enflez. Cet air est renfermé sous la peau, & remplit principalement les Cellules de la Graisse. Peut-être un Physicien, même habile, auroit-il peine à deviner comment un si étrange accident est possible.

Lorsqu'un homme a été blessé à la poitrine, il y entre de l'air par la playe, & si, parce qu'elle sera étroite, ou que les chairs se rapprocheront d'elles-mêmes, ou par quelque autre cause que ce soit, cet air ne peut ressortir aussi-tôt, ou ressortir dans la même quantité qu'il est entré, voilà de l'air étranger engagé dans la capacité de la poitrine. A chaque inspiration le Poumon doit remplir cette capacité en se gonflant de l'air qu'il reçoit naturellement, mais alors il ne peut se gonfler sans presser l'air étranger, & par consequent il l'oblige à se glisser entre les interstices des fibres des chairs, & peut-être à entrer dans les petites bouches des plus petites veines ou des vaisseaux Lymphatiques. Mais une force encore plus grande l'y oblige dans le moment contraire à celui de l'inspiration, & qui le suit, c'est-à-dire dans l'expiration. Alors la Poitrine en se resserrant comprime plus l'air étranger que n'avoit fait le Poumon en se dilatant, & les deux momens ou les deux actions opposées conspirent au même effet. Cet air ainsi poussé continuellement doit suivre toûjours à peu près les mêmes routes, parce que celles qu'il s'est ouvertes d'abord deviennent toûjours plus aisées, & par consequent il doit

doit s'amasser dans un certain endroit. Ce sera dans les Cellules de la Graisse plûtôt qu'ailleurs, parce qu'elles ont des membranes plus minces, & qui s'étendent plus facilement, & comme l'air est parti de dedans la capacité de la poitrine, ce sera dans la graisse qui couvre la poitrine & qui est sous la peau que se fera l'amas d'air étranger. Cette enflure s'appelle Emphyseme.

Il est manifeste que l'Emphyseme que nous venons de décrire ne peut pas être considerable, puisqu'il n'est formé que de l'air entré dans la poitrine par la playe, & que cet air ne peut avoir été en grande quantité, avant que la playe soit refermée.

Si le coup avoit penetré jusqu'à la substance du Poumon, alors outre l'air qui seroit entré par la playe dans la capacité de la poitrine, il y en auroit encore une certaine partie de celui qui seroit entré naturellement par la respiration, car tout ce qui auroit dû être renfermé dans les Bronches ou dans les Vesicules ouvertes ou déchirées par la playe du Poumon ne peut plus que s'échapper dans la cavité de la poitrine, & cet air devenu étranger comme l'autre est pressé de même par les dilatations du Poumon, & les constrictions de la Poitrine, & obligé à s'insinuer dans les chairs. Comme cet air venu par la respiration se renouvelle à chaque moment, la quantité en augmente tant que la playe du Poumon dure, & de-là vient qu'un Emphyseme formé par une playe qui penetre jusqu'à la substance du Poumon peut être sans comparaison plus considerable que celui

celui que causeroit une playe qui ne feroit qu'ouvrir la capacité de la poitrine.

L'Emphyseme causé par la playe du Poumon peut aller jusqu'à occuper toute l'habitude du corps, ainsi que l'a vû M. *Littre*, à qui l'on doit & cette observation, & les reflexions. L'air étranger toûjours poussé peut, comme il a été dit, entrer dans les veines & dans les routes de la circulation, & par consequent se répandre par toute l'habitude du corps. Dans le sujet que M. *Littre* a vû, il n'y avoit que le haut de la tête, le dedans des mains, & la plante des pieds qui en fussent exempts, sans doute parce qu'en ces endroits il y a moins de graisse, que les chairs y sont plus dures, & les membranes plus fermes, & plus difficiles à écarter. On voit assez qu'un grand Emphyseme doit être rare, il dépend du concours de plusieurs circonstances. Nous n'en avons rapporté que les principales, il est aisé d'imaginer les autres qui sont necessaires pour la perfection de ce malheureux accident.

M. *Méry* * a fait aussi l'Histoire d'un Emphyseme qu'il avoit vû, semblable à celui dont on vient de parler. Il étoit general, parce que la membrane qui enveloppe le Poumon étoit un peu déchirée, & que par là il s'échappoit une partie de l'air reçû par la respiration. Seulement l'Emphyseme avoit épargné la plante des pieds, & la paume des mains.

Il y a sous la peau une Membrane Vesiculaire dont

* V. les M. p. 154.

dont les cellules sont affaissées dans l'état naturel. C'est dans ces cellules que M. *Méry* prétend que s'insinue peu à peu & successivement l'air de l'Emphyseme, & cela sans violence & sans douleur, parce qu'elles sont naturellement ouvertes, & disposées à s'étendre jusqu'à un certain point. Si l'Emphyseme alloit plus loin, il deviendroit douloureux, mais d'ordinaire celui qui est blessé au Poumon meurt avant cela. De l'idée de M. *Méry* il suit que les cellules de la membrane vesiculaire communiquent toutes ensembles. C'est ainsi qu'est disposée une Membrane particuliere étendue sous toute la peau du Pelican, que M. *Méry* a autrefois découverte. Elle est pleine d'une infinité de cellules qui se communiquent, & qui reçoivent de l'air, de sorte qu'elle est une espece de Poumon universel de l'Animal, ou que, si l'on veut, l'Animal a un Emphyseme naturel.

SUR DES DESCENTES DE VESSIE.

* UNE Descente d'intestin dans le Scrotum est une maladie fort commune, mais une Descente de Vessie est si rare que M. *Méry* ne connoît aucun Auteur qui en ait parlé. Il en a fait cependant jusqu'à trois Observations, & c'est une espece de bonheur

* V. les M. p. 146.

heur ſingulier pour un Anatomiſte curieux.

La Veſſie peut donc ſe trouver renfermée en partie dans le Scrotum, & y former une tumeur aſſez ſemblable à une Hernie ordinaire d'inteſtin, mais M. *Méry* ne croit pas pour cela que la Veſſie ſoit tombée dans le Scrotum, parce qu'elle ſe ſera relâchée comme un inteſtin. L'urine qui la remplit la rend trop groſſe pour paſſer par les Anneaux par où un inteſtin paſſe, & de plus elle eſt de tous côtez trop fortement attachée pour pouvoir tomber. Ce n'eſt donc pas, ſelon M. *Méry*, un ſimple accident, mais un vice de la premiere conformation, qui fait que la Veſſie vient à s'engager dans le Scrotum. Et comme cette conformation eſt extraordinaire, auſſi la maladie l'eſt-elle.

Ce qu'il y a de plus important, c'eſt d'être averti qu'elle eſt poſſible, non qu'elle puiſſe être guerie, mais parce qu'il ſeroit dangereux de la prendre pour une Hernie d'Inteſtin, & que l'on trouvera plus aiſément les ſoulagemens qui y conviennent.

Les trois Obſervations de cette Hernie de Veſſie, & celle du 2d Emphyſeme de l'art. précedent ſont du nombre de ſix Obſervations de M. *Mery* ſur differentes maladies ſingulieres, dont nous renvoyons entierement les deux dernieres aux Memoires *.

* p. 146.

SUR

SUR L'HYDROPISIE TYMPANITE.

* LA ſeule connoiſſance des differentes eſpeces de maladies ſeroit bien vaſte. Nous avons encore après une ſi longue experience beaucoup d'ennemis inconnus. L'Hydropiſie *Aſcite* ou d'eau eſt aſſez commune, mais la *Tympanite* ou d'air eſt plus rare; & les Medecins ne conviennent entre eux ni de la cauſe qui la produit, ni du ſiége où elle reſide particulierement. M. *Littre* croit avoir en main un aſſez grand nombre d'obſervations pour établir enfin le vrai ſyſtême de cette maladie.

L'air n'entre pas ſeulement dans nôtre corps par la Trachée, il y entre encore par l'Oeſophage, mêlé avec tous les alimens que nous prenons. Comme ils fermentent enſuite dans l'Eſtomac & dans les Inteſtins, l'air ſe dégage d'avec ces matieres, & quand elles ne rempliſſent plus les cavitez de ces viſceres, ou les rempliſſent moins, cet air dégagé y demeure, les remplit & les tient dans une extenſion convenable, car ſi elles étoient entierement vuides & de matieres groſſieres & d'air, le reſſort naturel de leurs fibres qui ne demandent qu'à ſe contracter, & leur propre peſanteur les affaiſſeroient. L'air enfermé dans l'Eſtomac & dans les

* V. les M. p. 314.

Inteſtins agit donc contre eux pour tenir leurs cavitez en état, & il agit par ſon reſſort qui s'eſt étendu lorſqu'il n'a plus été embaraſſé entre les alimens, & qui de plus eſt augmenté par la chaleur du corps. Ainſi il y a équilibre entre la force de l'air pour étendre l'Eſtomac & les Inteſtins, & celle de ces viſceres pour ſe reſſerrer.

Si l'équilibre ſe rompt, parce que la force des fibres de ces viſceres irritées, ſi l'on veut, par quelque humeur, ſera devenuë ſuperieure à celle de l'air, il faut que l'air en ſoit chaſſé, puiſqu'il eſt neceſſaire alors que les viſceres ſe reſſerrent, & de-là les deux eſpeces de vents qui ſortent du corps. L'équilibre peut ſe rompre auſſi, parce que la force de l'air ſera devenuë ſuperieure à celle des fibres, & c'eſt ce qui arrive lorſqu'après une longue maladie le ſang appauvri d'eſprits n'en fournit plus à ces fibres pour entretenir leur reſſort ordinaire. Alors l'air s'étend en liberté & augmente à ſon gré, pour ainſi dire, les cavitez qui le renferment. Et comme par la voye des alimens il arrive toûjours de nouvel air qui ſe joint à l'ancien, & que d'ailleurs le reſſort des fibres une fois forcé juſqu'à un certain point ne ſe rétablit plus, & reſiſte toûjours de moins en moins, l'enflure d'air peut devenir très-conſiderable, & même prodigieuſe. M. *Litre* a vû quelquefois des inteſtins gros comme la cuiſſe d'un homme.

Il ſeroit inutile de tirer de tout ceci des conſequences, que par exemple, le ventre des malades étant frappé doit reſonner comme un Tambour, ce qui a fait donner à cette

te Hydropisie le nom de Tympanite, que celui des morts doit resonner comme celui des malades, que l'on ne doit trouver de l'air que dans l'Estomac & dans les intestins, que l'on en doit trouver les membranes très-minces & sans ressort, que la ponction ne serviroit de rien, puisqu'on ne la feroit qu'au ventre &c. car ces consequences ne seroient elles-mêmes que les faits sur lesquels le systême de M. *Littre* a été fondé.

DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

UNE femme grosse de 3. mois & demi ayant eu une forte envie d'acheter à la Boucherie un Rognon de Bœuf, & ne le pouvant avoir, porta dans le moment sa main droite sur son front, en avançant ses doigts jusques sur le milieu du sommet de la tête. Elle accoucha à 9. mois d'un garçon bien nourri & bien conformé, à la tête près. Les differens Os qui en font la charpente n'étoient ni dans la situation, ni de la grandeur, ni de la figure ordinaire, & sur le haut de cette tête mal construite étoit un creux rempli par une tumeur qui ressembloit parfaitement & par sa figure & par sa couleur à un Rognon de Bœuf. L'En-

fant vécut 6. heures, mais comme ſtupide, & n'ayant que des mouvemens fort foibles. M. *Roüaut* l'ouvrit, il ne lui trouva ni cerveau, ni cervelet, & la moëlle de l'Epine ne commençoit qu'à la 3me. vertebre du cou; de-là la foibleſſe des mouvemens & la prompte mort. Pour donner une idée generale de la conformation irreguliere de la tête, il ſuffit de rapporter la cauſe que M. *Roüaut* en a imaginée. Il croit que la violente paſſion qu'eut la mere, quoique le ſujet n'en fût guere digne, cauſa dans ſon cerveau une ſi grande agitation d'eſprits, & par contre-coup dans celui du fœtus, que ce petit cerveau de 3. mois & demi qui n'avoit preſque encore aucune conſiſtence, perdit abſolument le peu qu'il en avoit, & fut entierement fondu. Par-là il devint incapable de ſoûtenir ni les Meninges, ni l'aſſemblage des differens Os du Crâne, qui n'avoient encore eux-mêmes guere de ſolidité. Tout le bâtiment fondit donc, & les pieces s'en trouverent diſpoſées au hazard.

II.

Ce qui a été dit dans l'Hiſtoire de 1711. * de certains petits os pointus trouvez entre la Dure & la Pie-mere, eſt confirmé par une obſervation de M. *Littre*. En ouvrant la tête d'un jeune homme de 19. ans, mort en 4. heures d'une bleſſure qu'il s'y étoit faite par une chûte, il trouva deux petits corps oſſeux ſituez à un pouce l'un de l'autre au côté droit du ſinus longitudinal ſuperieur entre quelques plans de fibres de

* p. 36. & ſuiv.

de la Dure-mére. Ils étoient à peu-près ronds, de 4. à 5. lignes de diametre, herissés de diverses pointes peu distantes les unes des autres, longues d'environ une ligne & très-fines à leur extremité. Elles perçoient presque toute la partie inferieure de la Dure-mere, & passoient d'un tiers de ligne au-delà. A cette vûë M. *Littre* ne douta pas que le mort n'eut eû depuis un temps des maux de tête qui alloient en augmentant, & cela se trouva vrai. Ils eussent été absolument incurables, & eussent bien pû devenir accidens épileptiques. M. *Littre* rapporte la formation de ces corps osseux à quelque liqueur visqueuse, qui se sera épanchée de la Dure-mere & épaissie peu à peu.

III.

L'effort par lequel le Cœur en se contractant pousse le sang dans les Arteres ne suffiroit pas pour le faire aller jusqu'aux extremitez de ces vaisseaux si longs, si étroits dans la plus grande partie de leur étenduë, & si tortueux, il faut encore qu'après que le cœur s'est contracté les Arteres elles-mêmes se contractent, & achevent de pousser le sang. Mais il est visible que par cette action elles le renvoyent autant vers le cœur qu'elles le poussent vers leurs extremitez, ce qui est pourtant la seule direction qu'il doit avoir. C'est afin qu'il n'en ait point d'autre que la Nature a mis du côté du cœur un obstacle qui l'empêche de refluer. Cet obstacle, ce sont les Valvules placées à l'endroit où les Troncs des Arteres partent du cœur. A la naissance de l'Aorte il y a

trois Valvules nommées *Sigmoïdes* faites comme de petits Capuchons, & disposées de maniere que quand le sang sort du cœur, il les applatit, & que s'il se presentoit pour y rentrer, il les rempliroit & les gonfleroit, ce qui fait qu'elles ne s'opposent point à sa sortie, mais seulement à son retour. La figure circulaire qu'elles ont quand elles s'enflent ne permet pas qu'elles ferment exactement l'entrée du cœur, mais leur nombre fait qu'elles la ferment suffisamment, & qu'elles empêchent un reflux considerable & nuisible à la circulation.

M. *Littre* a crû que dans une femme qu'il a ouverte le défaut d'une des Valvules *Sigmoïdes* a été la cause d'une mort presque subite plûtôt qu'une Hydropisie assez legere. Cette Valvule s'étoit colée contre le Tronc de l'Aorte, & par-là ne pouvoit plus recevoir de sang, ni faire sa fonction. Au dessus de cette Valvule étoit un ulcere superficiel. Le ventricule gauche du cœur fut inondé par la quantité de sang qui refluoit, & hors d'état d'exercer ses mouvemens.

CETTE année M. *Anel* Docteur en Chirurgie, ci-devant Chirurgien-Major dans les Armées du Roi. & maintenant Chirurgien de Madame Royale, mere du Roi de *Sicile*, dédia à l'Academie un Ecrit imprimé sur la Fistule Lacrimale, & sur une nouvelle maniere de la guerir qu'il avoit inventée.

Une

Une humeur qui arroſe continuellement les yeux, & qui eſt apparemment neceſſaire pour entretenir la netteté & la tranſparence de la cornée, a ſa décharge par deux ouvertures très-petites & preſque imperceptibles pratiquées vers le grand angle de l'œil. Elles s'appellent *Points Lacrimaux*. Ce ſont deux orifices du *ſac lacrimal*, conduit aſſez large par rapport à l'extrême petiteſſe de ces deux ouvertures. Il en a une troiſiéme, fort petite auſſi, qui penetre dans la cavité du nés, & y porte la liqueur qui a été reçûë dans le ſac lacrimal. Ce ſac formé d'une membrane glanduleuſe peut auſſi filtrer une liqueur qui ſe joigne à celle que l'œil a fournie. Si une joie ou une triſteſſe extraordinaires rendent plus abondante la liqueur de l'œil, ou reſſerrent les deux petites ouvertures par où elle doit ſortir, elle refluë dans l'œil, s'y amaſſe, & forme les larmes. Si l'orifice qui s'ouvre dans le nés vient à ſe boucher, toute la liqueur s'amaſſe dans le ſac lacrimal, le dilate par ſa trop grande quantité, l'ulcere parce qu'elle ſe corrompt en ſéjournant, & peut enfin ronger & carier l'os où le ſac eſt renfermé. L'excès de cette liqueur corrompuë fait qu'elle refluë dans l'œil par les Points lacrimaux, & c'eſt-là ce qu'on appelle une *Fiſtule lacrimale*.

Juſqu'ici on n'y connoiſſoit que des remedes cruels comme le fer & le feu, & ſujets à de fâcheuſes ſuites. Mais M. *Anel* a imaginé une maniere de guerir ſûrement & avec toute la douceur poſſible, toute Fiſtule lacrimale, qui n'aura point encore carié l'os.

l'os. Il faut d'abord reconnoître, si elle ne l'a point carié, & en quel état est le sac lacrimal. Pour cela il a pensé qu'on pourroit faire une Sonde si délicate qu'elle s'introduiroit dans l'un ou l'autre des Points lacrimaux ou à peine une soye de Sanglier peut entrer. La difficulté seroit moindre si on pouvoit donner une pointe très-fine à cette sonde, mais elle piqueroit & déchireroit, & il faut au contraire qu'elle porte un petit bouton de figure d'Olive & fort poli, plus gros que toute la tige de la sonde, & qui doit cependant entrer par le Point lacrimal. M. *Anel* porte ce même bouton à l'orifice que le sac lacrimal a dans le nés, & en le poussant contre les matieres qui font l'obstruction, il les chasse de cet orifice, le débouche, & par-là enleve la cause du mal. Après cela il ne faut plus que remedier par des injections de liqueurs à la dilatation excessive du sac lacrimal ou aux ulceres qui s'y seront formez, & ces injections qui ne se peuvent faire que par les Points lacrimaux demandent des tuïaux d'une finesse extrême, & encore plus étonnans que les sondes qui ne sont pas creuses. L'extrêmité la plus fine des Tuïaux doit être d'or, & M. *Anel* a eu de la peine à trouver des Ouvriers qui les executassent. Il a fait quantité d'operations heureuses, & quelques-unes très brillantes par le rang des personnes qu'il a gueries. Les Inventeurs, & sur-tout les Inventeurs utiles sont rares, & ils ne peuvent être trop chers au Public.

CHIMIE.

CHIMIE.

SUR L'USAGE DU FER EN MEDECINE.

* ON seroit trop heureux si tout ce qu'il y a de curieux dans la Chimie avoit des applications utiles dans la Medecine. Le Fer que M. *Lemery* le fils a beaucoup étudié, ainsi qu'on l'a pû voir dans les Histoires précedentes, a toûjours été un grand remede pour plusieurs maladies, sur-tout pour celles qui viennent d'obstruction, ou de la difficulté de la circulation, comme les Pâles couleurs, mais les recherches de M. *Lemery*, qui pouvoient n'être d'abord que de simple curiosité, découvrent & pourquoi ce Metal a ces usages, &, ce qui est encore plus important, quelle est la maniere de l'employer la plus avantageuse.

Le fer ** est un mélange d'une substance huileuse avec une matiere metallique. L'huile regorge dans ce mélange, & il reste de grands pores entre les parties du Mixte. De-là il suit & que le fer est très-facile à dissoudre, & que son huile se dégage aisé-

B 5 ment.

* V. les M. p. 41. ** V. l'Hist. de 1706. p. 42. & suiv.

ment. Mais quand il eſt décompoſé, c'eſt-à-dire, quand l'huile eſt ſeparée de la partie purement ferrugineuſe, ou metallique, aucun diſſolvant n'agit plus ſur cette eſpece de Tête-morte.

Ces remarques ſeules ſuffiſent pour découvrir l'abus de pluſieurs préparations de Fer ordinaires dans la Medecine, & qui conſiſtent à calciner violemment ce metal, & à le reduire en ce qu'on appelle *Crocus* ou Saffran, à cauſe de la couleur rouge qui vient de la calcination. Cette operation a dû neceſſairement enlever au Fer ſa ſubſtance huileuſe, du moins pour la plus grande partie, & ne lui a laiſſé qu'une Tête-morte indiſſoluble. L'huile qui ſe ſepare facilement de ce Mixte s'en ſeroit ſeparée par la chaleur de l'Eſtomac, & auroit porté dans le ſang, comme dit M. *Lemery*, un nouveau levain ſpiritueux, dont il avoit beſoin, & au lieu de cette huile, on ne prend qu'une terre ſur laquelle les ſucs du corps ne peuvent agir, & qui ne peut qu'embaraſſer & que charger les premieres voyes par ſon poids. Auſſi M. *Lemery* a-t-il ſouvent éprouvé, & d'habiles Praticiens le confirment, que le Fer pris en ſubſtance, ou, ce qui revient au même, en limaille fort fine vaut beaucoup mieux qu'en *Crocus*. C'eſt grand dommage d'employer de l'art à gâter la Nature.

M. *Lemery* a même reconnu que le Fer agiſſoit par toute ſa ſubſtance, & étoit un Abſorbant. Cela vient de la grandeur de ſes pores, & de la facilité que trouvent toutes ſortes de Sels, même groſſiers, à s'y inſi-

insinuer. Des Acides scorbutiques en ont été absorbés.

Il y a plus. Non-seulement les Acides nuisibles du corps entrent dans le Fer, mais en y entrant ils en font sortir, & en expriment cette huile salutaire, qui d'ailleurs est mise en mouvement ou gonflée & disposée à sortir par la chaleur naturelle. Ainsi le Fer est doublement utile & par l'huile qu'il fournit au sang, & par les Sels qu'il en retire.

Il paroît suivre de-là qu'un Fer déja tout chargé d'Acides, tel qu'est le Vitriol, ne seroit plus capable d'aucun bon effet. Cependant on connoît fort celui des Eaux Minerales Vitrioliques, & dans quelques maladies le Vitriol a le même succès que le Fer pris en substance.

Cela doit venir de ce que les Acides qui ont penetré le Fer, n'en ont pas chassé toute l'huile, & se sont unis avec celle qui est restée en assez grande quantité. Cela supposé, la même operation par laquelle on fait de l'Ancre avec du Vitriol, & de la Teinture de Galle *, se passe dans nôtre Corps. Puisque l'Alkali sulphureux de la Galle s'unit à l'Acide qui tient le Fer dissous dans le Vitriol, le détache du Fer, & par là revivifie le metal, nos liqueurs alkalines & sulphureuses agissent de la même maniere sur le Vitriol que nous avons pris, & en revivifient le Fer. Comme il a été très-subtilement & presque infiniment divisé dans le Vitriol, il est plus capable, lorsqu'il en est dégagé, d'entrer dans les plus petites

* V. l'Hist. de 1707. p. 50. & suiv.

petites routes de la circulation, & d'y répandre sa vertu.

Enfin l'Arbre de Mars *, qui étoit assez curieux pour être dispensé d'être utile, ne laisse pas de pouvoir l'être aussi en Medecine. Le Salpêtre qui s'y forme par l'union de l'esprit de Nitre & du Sel de Tartre, est un Sel très-doux, très-aperitif, & très-propre à être le vehicule d'un Fer extrémement attenué, comme il l'est dans cette préparation, & d'ailleurs la partie sulphureuse du Fer qui y est extremément rarefiée & développée ne demande qu'à se détacher du metal, & qu'à se mêler avec nos liqueurs. M *Lemery* le fils inventeur de cet Arbre a eû le plaisir d'en recueillir, pour ainsi dire, des fruits qu'il n'avoit pas esperés d'abord.

SUR LES TEINTURES DES METAUX.

LA Teinture d'un Metal n'est qu'une dissolution où le Metal est encore plus divisé, & plus étendu qu'il ne le seroit dans son Dissolvant naturel & ordinaire. Comme il est fort attenué, il donne une couleur à la liqueur, & de-là vient apparemment le nom de *Teinture*.

Si la Teinture étoit *irreductible*, c'est-à-dire,

* V. l'Hist. de 1706. p. 48. & suiv. & celle de 1707. p. 39. & suiv.

dire, si le Metal dissous l'étoit au point de ne pouvoir plus se remettre en metal, ou, ce qui revient au même, si les principes qui le composent étoient desunis, ce seroit là ce que les Chimistes ont toûjours si ardemment souhaité, & recherché avec tant de travaux, sur-tout à l'égard de l'Or, dont la Teinture irreductible s'appelleroit de l'*Or potable*. Mais on n'a encore réüssi à aucune Teinture de cette espece, l'Or potable n'est que de l'Or extrémement divisé, & il en est de même des autres métaux.

M. *Geoffroy* a trouvé une méthode assez generale de faire en cette matiere ce qui se peut, ou du moins ce qui se peut jusqu'à present. L'intention des Teintures est de rarefier & d'étendre autant qu'il est possible les soufres du métal, & de rendre les parties fixes & terreuses les plus subtiles & les plus volatiles qu'elles puissent être. Et si l'on veut en même temps que ces Teintures ayent quelque usage en Medecine, il faut y employer des *intermedes* qui n'ayent rien de nuisible ni de desagréable.

Pour une Teinture d'Or, M. *Geoffroy* prend des Crystaux *solaires* faits avec une partie d'Or, & 6. ou 7. d'Eau régale, & où par consequent l'Or est déja extrémement étendu. Il les met dans un Mortier de Verre avec le double de Terre foliée du Tartre. Cette Terre est l'Alkali du Tartre, impregné d'Esprit de Vinaigre & d'Esprit de Vin, & par consequent c'est un dissolvant salin & sulphureux propre à étendre les soufres de l'Or. On broye le tout ensemble avec le Pilon de Verre jusqu'à ce que le

 mê-

mélange ſe reſolve en liqueur épaiſſe. On acheve de le diſſoudre dans de l'Eſprit de Vin, & l'on a la Teinture. Cette Teinture prend avec le temps une legere couleur, qui à travers le jour eſt pourpre, & à contre-jour, jaune.

M. *Geoffroy* employe le même intermede de la Terre foliée du Tartre pour tirer du Vitriol de Mars la Teinture du Fer, des Cryſtaux de Venus celle du Cuivre, &c. On voit aſſez pourquoi il prend ou le Vitriol de Mars, ou les Cryſtaux de Venus. C'eſt que dans ces compoſez les métaux ſont déja extrémement diviſés & attenués ſoit naturellement, ſoit par art.

SUR PLUSIEURS EAUX MINERALES DE FRANCE.

ON a vû dans l'Hiſt. de 1708. * le deſſein de l'Academie ſur les Eaux minerales de *France*, & l'entrepriſe que M. *Chomel* avoit faite d'examiner celles de l'*Auvergne* & du *Bourbonnois*. On a vû auſſi qu'il les avoit diviſées en trois claſſes, chaudes, tiédes & froides. Les chaudes ſont expediées, reſtent les deux autres claſſes. Sans faire l'Hiſtoire des differentes épreuves Chimiques où ces eaux ont été miſes par M. *Chomel*, nous rapporterons ſeulement, comme

* p. 69. & ſuiv.

me nous avons déja fait, les indices qui en resultent, & ceux que M. *du Clos* avoit tirés des mêmes eaux transportées à *Paris*. Voici les tiédes.

D'une livre d'eau des sources de *Jaude*, du *Champ des Pauvres* & de *Beaurepaire*, toutes trois près de *Clermont*, M. *Chomel* a tiré un peu plus de 13. grains de résidence, ou de matiere minerale. Il soupçonne qu'elles ne contiennent pas un Nitre pur, comme l'a cru M. *du Clos*, mais un mêlange de Nitre, & d'un peu de soufre qui s'évapore aisément, & de-là vient peut-être que ce soufre a échappé à M. *du Clos*, qui n'a vû ces eaux qu'à *Paris*.

De 8. ou 10. sources minerales qui sont entre *Vic-le-Comte* & *Mirefleur*, il n'y en a que deux qui ne soient pas gâtées par les débordemens de l'*Allier* dans les temps où elles pourroient être d'usage. Ces deux sont celles des *Matres* de *Veyre*, & du *Cornet*. M. *Chomel* a trouvé dans l'une & dans l'autre 34. ou 35. grains de residence, & il a jugé qu'outre le Nitre pur que M. *du Clos* y reconnoissoit seulement, il y entre quelque portion de Sel armoniac.

D'une livre d'eau de *St. Nitaire* ou *Nectaire* M. *Chomel* a tiré près de 18. grains de residence, dont les trois quarts n'étoient qu'une matiere terreuse & platreuse. La matiere saline qui faisoit le reste participoit du Sel marin, & du Nitre. Cette eau ne fut point envoyée à M. *du Clos*.

Une livre de l'eau de *Chatelguyon* a donné 53. grains de residence, dont près de la moi-

moitié n'étoit que de la terre. M. *du Clos* a crû que le Sel de cette eau tient du Sel marin & M. *Chomel* croit qu'il a plus d'Alkali que d'Acide, & que le Nitre est le fossile qui s'y manifeste le plus.

Une livre de l'eau de *Vic* en *Carladois* a donné un gros de residence, dont les deux tiers étoient une matiere saline. M. *Chomel* s'est accordé avec M. *du Clos* à juger que le Nitre y dominoit. Cette eau, selon M. *Chomel*, devroit plûtôt être comptée parmi les froides que parmi les tiédes, mais il l'a laissée dans la classe où M. *du Clos* l'avoit mise.

Quant aux froides, qui sont celles de *Besse*, de *Chanonat*, de *Chasoteby*, de *St. Pierre* de *Clermont*, du *Vernet Ste. Marguerite*, de *Jalerac*, & de *Pougues* en *Nivernois*, elles ont la plûpart si peu de matiere saline, les indices qu'elles donnent sont si équivoques & si legers, & d'ailleurs M. *du Clos* & M. *Chomel* different si peu dans leurs conclusions, qu'il auroit été presque entierement inutile de suivre le tout en détail.

DE

DE L'ACTION DES SELS SUR DIFFERENTES MATIERES INFLAMMABLES.

* UN phenomene de Phyfique n'eft jamais plus difficile à expliquer, que quand la méchanique cachée qui le produit ne fe rend point fenfible en d'autres occafions, ou ne l'eft que rarement, & que de plus elle dépend d'un affez grand nombre de circonftançes, dont une feule qui manquera fera manquer l'effet, ou le rendra different. Alors non-feulement il eft aifé que le principe échape, mais quand même on l'auroit faifi il feroit affez naturel de lâcher prife & de l'abandonner, parce qu'il ne paroîtroit pas fatisfaire à tout, & qu'on croiroit le trouver en défaut dans des applications particulieres.

Que dans un Creufet affez chaud pour être rouge il y ait un foufre quel qu'il foit, ou une Huile, cette matiere s'enflammera, & fi l'on jette deffus du Salpêtre, la flamme augmentera tout d'un coup & de grandeur & de force & d'éclat. Il femble qu'on doive conclure de-là que le Salpêtre eft fort inflammable, mais fi on l'avoit mis feul dans le Creufet il ne fe feroit point enflammé. Du

* V. les M. p. 13.

Du moins d'autres sels assez semblables au Salpêtre, comme l'Alun ou le Vitriol, augmenteront aussi l'inflammabilité des Soufres ou des Huiles, mais tout au contraire ils la diminuent beaucoup. Nous pourrions rapporter encore d'autres faits qui augmenteroient la bizarrerie apparente de ces phénomenes, mais en voilà assez pour faire sentir qu'il y a là quelque mystere, & c'est ce que M. *Lemery* le cadet a entrepris de développer par ses experiences & par ses reflexions.

Nous avons expliqué dans l'Histoire de 1701. * la flamme que produit un Esprit acide bien pur versé sur une Huile essentielle d'une Plante aromatique, pourvû que cette Huile soit bien exempte d'acides. C'est que l'esprit entre avec tant d'impetuosité & avec tant d'ardeur dans l'Huile où il ne trouve point d'autres acides qui le repoussent, que de la violence de ce mouvement naît une grande flamme accompagnée de détonation. M. *Geoffroy* prend pour principe cette experience qui n'est connuë que depuis peu, & dont l'application aux faits qu'il veut expliquer ne se presente pas trop d'elle-même.

Il conçoit que quand du soufre & du Salpêtre sont mêlez ensemble dans le Creuset, la partie huileuse du soufre s'éleve, & forme la flamme, qu'en même temps l'Acide du salpêtre s'éleve aussi, & va rencontrer en l'air cette huile. Des matieres qui composent la flamme il y en a toujours quelque partie qui ne devient point flamme, & c'est ce qui demeure en forme de Suye. Des parties d'huile qui ne se seroient point enflammées, quoi-

* p. 84. & suiv.

quoi-qu'elles se fussent élevées avec les autres, les Acides du salpêtre les enflamment, & de-là vient l'augmentation de flamme qu'ils causent, sans compter qu'ils étendent & rarefient beaucoup l'huile enflammée indépendamment d'eux.

Cela ne suffit pas encore, car par l'experience fondamentale il faut que l'huile pour recevoir l'action des acides en soit bien dénuée, & n'y a-t-il pas beaucoup d'apparence que les acides du soufre montent avec son huile? Ils monteroient en effet, si les acides du salpêtre qui se sont dégagés très-promptement ne laissoient la partie fixe & terreuse du salpêtre dans un état où elle est alkaline, & avide d'absorber de nouveaux acides en la place de ceux qu'elle a perdus. Elle absorbe donc les acides qui sortent du soufre, & par-là le salpêtre a la double fonction, & de fournir l'Esprit qui doit agir sur l'huile du soufre enflammée, & de retirer du soufre ce qui empêcheroit l'action de l'Esprit.

Il est aisé maintenant de voir la cause des differens cas particuliers, & même de les prévoir. Le salpêtre seul jetté dans le Creuset ne doit point s'enflammer, tout ce qui en arrive c'est que son Acide s'éleve sans rencontrer en l'air aucune huile sur laquelle il agisse, & que sa partie fixe & terreuse demeure. L'Alun & le Vitriol n'augmentent point la flamme du soufre, parce que leur Acide, ce qui est constant par l'experience, se dégage difficilement, & que toute l'huile du soufre est montée & s'est consumée avant qu'il monte. Ces sels ne font au contraire

que

que diminuer la flamme, parce que leur poids apporte un obſtacle à la rarefaction & à l'élevation de l'huile du ſoufre. L'Eſprit de Nitre qui n'eſt que l'Acide du ſalpêtre, car il ne peut faire que la moitié de ce que le ſalpêtre fait, & cette moitié n'eſt rien ſans l'autre.

Il eſt viſible que cette raiſon ceſſeroit, ſi ce même Eſprit de Nitre agiſſoit ſur une matiere enflammée bien exempte d'acides. Auſſi quand on en verſe ſur la flamme de l'Eſprit de Vin, il l'augmente, car alors il ne ſort point de l'Eſprit de Vin des acides qui ayent beſoin d'être abſorbés.

Le Salpêtre ne fait pas ſur l'Eſprit de Vin le même effet que l'Eſprit de Nitre. La raiſon en eſt que l'Acide du Salpêtre, tout volatil qu'il eſt, ne s'éleve pas encore aſſez vîte pour aller rencontrer l'huile enflammée de l'Eſprit de Vin. Il ſemble que le nœud de tout cela conſiſte dans une eſpece de point indiviſible qu'il faut attraper bien juſte.

SUR LE QUINQUINA.

IL eſt à ſouhaiter que l'uſage d'un bon Remede s'étende autant qu'il eſt poſſible, & en même temps il eſt à craindre qu'à cauſe que ce remede eſt bon on n'en étende l'uſage trop loin. De plus, il n'y en a point dont l'application ne demande un ſoin fort circonſpect, & de grandes varietés. C'eſt dans

dans ces vûes que M. *Reneaume* a étudié le Quinquina sur un grand nombre d'observations qu'il en a faites dans la pratique de la Medecine. Nous en détacherons ce qui influë le plus sur cette pratique, & ce qui en même temps nous jette le moins dans un détail trop particulier.

Le Quinquina est sensiblement amer, absorbant & astringent ou styptique, car M. *Reneaume* ne va point chercher ses proprietés dans la décomposition chimique de ses principes, & il prétend que ce Mixte, ainsi que beaucoup d'autres, agit non par ces principes désunis, mais par leur assemblage, qui forme des molecules sensibles & grossieres.

De ce que le Quinquina est amer, il s'ensuit qu'il adoucit les sucs aigres, car l'aigre & l'amer font le doux. De ce qu'il est absorbant, il suit qu'il émousse les acides, & empêche leur action, & par consequent il entretient la fluidité des liqueurs que les Acides coaguleroient. De ce qu'il est styptique, il suit qu'il a des parties terreuses qui absorbent & boivent les serosités. ce qui fait que les parties qui en étoient abreuvées & relâchées se resserrent, & par consequent le Quinquina augmente le ressort & la fermeté des fibres, ou les leur redonne.

Le Quinquina échauffe parce qu'il est amer, & il facilite ou rétablit la transpiration, parce qu'il échauffe & augmente la fluidité des liqueurs.

C'est sur ces proprietés qu'il faut fonder les usages du Quinquina en Medecine. Si les alimens s'aigrissent trop dans l'estomac, &

& que la Bile qui doit les adoucir en se mêlant avec eux quand ils en sortent ne puisse corriger cette aigreur excessive, ou que quelque obstruction dans les conduits biliaires l'empêche de couler en assez grande abondance, le Quinquina suppleera à son défaut, & guerira la fievre qui auroit eu cette cause. En general il fait la fonction de la Bile, & par-là il procure au Chile la douceur necessaire, & repare le vice des digestions qui consiste dans l'aigreur des sucs. Mais si la fiévre étoit causée de plus par quelque obstruction considerable dans les conduits biliaires, le Quinquina, tant qu'on en feroit usage, pourroit bien tenir lieu de la bile qui manqueroit, mais il ne vaincroit pas l'obstruction, & la fiévre reviendroit dès qu'on le quitteroit. Il faudroit necessairement alors quelque autre remede plus puissant.

Si la fiévre vient de l'épaississement des liqueurs causé par des acides, la qualité absorbante du Quinquina rétablit tout, & promptement & sans retour.

Si l'Estomac dont les fibres sont relâchées garde trop peu les alimens & les laisse sortir trop cruds, la stypticité du Quinquina remet les fibres dans leur tension naturelle.

Enfin la transpiration diminuée reviendra par ce remede à sa premiere quantité, & comme toutes ces differentes causes ou seules ou compliquées ensemble produisent presque toutes les fiévres, il doit y en avoir peu que le Quinquina ne guerisse

Celles qu'il ne guerit pas, ce sont les fié-
vres

vres lentes, qui naiſſent de quelque abſcès interne d'où il s'écoule continuellement dans le ſang une matiere purulente. M. *Reneaume* a même remarqué que le Quinquina y étoit contraire, parce qu'en échauffant & en facilitant les digeſtions il augmente l'appetit des Malades, qui à meſure qu'ils prennent plus d'alimens fourniſſent plus de matiere à l'abſcès.

Il n'appartiendroit qu'à un Traité de Medecine de rechercher en quelles occaſions le Quinquina demande des préparations, ou quand il doit être accompagné de quelque autre remede. Nous laiſſons cela à l'art du Medecin, & ce ſont peut-être ces ſortes de jugemens & de déterminations qui en font la partie la plus fine & la plus difficile. Il nous ſuffira de remarquer que M. *Reneaume* en ſuivant l'exemple & les inſtructions de M. *Sydenham*, celebre Medecin *Anglois*, a donné le Quinquina & ſouvent & avec ſuccès dans des affections mélancholiques, ou hyſteriques, que l'on appelle communément *Vapeurs*, ſur-tout quand elles ont eu des accès bien marqués. Ce remede a auſſi fort bien réüſſi à M. *Reneaume* à la fin de quelques Dyſenteries. Qu'il ait gueri des maux d'Eſtomac ſans aucune fiévre, c'eſt une choſe qui ne merite preſque pas d'être raportée, tant elle tient viſiblement à ſa nature, telle que nous l'avons expliquée ici.

SUR

SUR LE VITRIOL ET LE FER.

* L'ARTICLE où nous avons parlé du Fer **, n'en a pas épuiſé les vertus. Il n'a point touché à ſa ſtypticité, que M. *Geoffroy* a conſiderée particulierement, & à laquelle ſeule il attribuë des effets oppoſés que le Fer produit en Medecine.

Il eſt aperitif & aſtringent, quoi-qu'ouvrir & reſſerrrer ſoient contraires. Par exemple, il eſt aperitif, puis qu'il remedie aux pâles couleurs, & qu'il rappelle l'évacuation ſupprimée, il eſt auſſi aſtringent, puiſque quand cette même évacuation eſt trop abondante, il la remet dans ſes bornes naturelles. M. *Geoffroy* prétend avec beaucoup d'apparence qu'il n'eſt aperitif que parce qu'il eſt aſtringent. Les canaux qui conduiſent les liqueurs dans le corps de l'Animal ne ſont pas de ſimples canaux privez d'action, ils aident eux-mêmes au mouvement des liqueurs qu'ils conduiſent, & cela en ſe reſſerrant & en diminuant leur propre capacité, ce qui attenuë les liqueurs, & en même temps les oblige d'avancer. Cet effet dépend du reſſort des fibres de ces vaiſſeaux, & d'une certaine proportion de forces qui doit être entre ce reſſort, & la reſiſtance des liqueurs. Si le reſſort des fibres eſt affoibli, & que les liqueurs ne ſoient plus ſuffi-

* V. les M. p 225. ** p. 33.

suffisamment batues & poussées, elles s'amassent dans les vaisseaux en trop grande quantité, & alors il arrive ou qu'elles s'épaississent, & demeurent presque coagulées, ou qu'il s'en échape au travers des pores des vaisseaux une partie qui s'épanche au dehors, & que même elles les rompent, & se font de nouvelles routes pour sortir. Dans le premier cas, l'écoulement est arrêté, dans le second il est trop abondant & irregulier, & l'un & l'autre a été causé par le relâchement des fibres que la stypticité du Fer corrige. Il est visible que le même raisonnement s'applique à toutes les maladies où ce relâchement a part, car un des grands principes de la méchanique du corps est l'équilibre necessaire entre les fluïdes qui sont *poussez*, & les solides qui poussent.

La stypticité du Fer étant donc si utile, & même apparemment la plus utile de ses qualités, il est bon de la porter par art à sa derniere perfection. C'est ce que M. *Geoffroy* a fait par trois operations differentes, qui lui donnent une Eau-mere de Vitriol rougeâtre, onctueuse, extrémement styptique, sans aucune acidité, ni corrosion. Il la tire du Vitriol, parce que le Fer qui y est extrémement divisé & attenué est plus en état de recevoir la forme qu'on veut & se presente mieux à l'Artiste. Le Vitriol a été plusieurs fois dissous, filtré, ensuite crystallisé, & l'Eau-mere est ce qui est resté de liqueur après chaque crystallisation. Il en reste une pareille de tous les sels fossiles qu'on a traitez de même, & comme en réïterant toûjours l'operation, ils se resou-

droient entierement à la fin en cette liqueur, on la nomme *Eau-mere*, parce qu'elle contient tous les principes du Mineral, quoi-que desunis & alterés.

M. *Geoffroy* conçoit que dans son Eau-mere de Vitriol les Acides qui penetroient le Fer & par-là formoient le Vitriol se sont dégagés, qu'une assez grande partie de l'Huile du Fer s'est separée de la terre métallique la plus grossiere, que les Acides se sont réünis de nouveau, les uns à l'Huile du Fer separée de la terre, les autres à la terre separée de l'Huile, que les premiers absorbés dans l'Huile ne peuvent plus faire sentir d'acidité, que les seconds unis avec la terre font des sels Alkali, qui ne sont point corrosifs, à cause de l'Huile mêlée dans cette liqueur, & qui d'ailleurs lui donnent une qualité fort styptique à cause de la terre qu'ils y soûtiennent en assez grande quantité. Pour prouver que la nature de cette liqueur est telle que nous la representons ici, il faudroit entrer dans le détail des opérations, mais nous le laissons à M. *Geoffroy*. Nous lui laissons aussi les usages medicinaux de son Eau styptique ; il est aisé d'imaginer qu'elle doit être bonne & à prendre par la bouche, & à appliquer exterieurement, mais quand on en aura pris cette idée generale, c'est à l'experience à fournir toutes les déterminations particulieres.

SUR

SUR DES MATIERES

Qui pénetrent les Metaux sans les fondre.

* QUOI-QUE l'extrême divisibilité de la matiere & la subtilité où elle peut parvenir, & d'un autre côté la grande porosité des corps les plus solides, soient les deux choses du monde les plus établies en Physique, cependant comme on pourroit peut-être soupçonner que le besoin des Systêmes les feroit pousser toutes deux trop loin, il est bon que l'experience même nous rassure. Elle l'a déja fait dans cette Histoire sur le premier point **, elle le va faire sur le second avec autant d'évidence & de facilité.

Il n'y a point de corps plus compactes que les Metaux, & en même temps il est bien surement prouvé qu'ils ont des pores, tant parce que le feu les met en fusion, que parce que leurs dissolvans les réduisent en liqueur, car sans leurs pores ni le feu ni les dissolvans n'y pourroient mordre. Mais ces divisions violentes de leurs parties ne prouvent pas tant leur porosité que feroit le passage tranquille de quelque matiere au travers de leur substance, sans y causer le moindre dérangement ni la moindre alteration, car alors il faut qu'ils ayent eu des pores & fort ouverts, & en une quantité prodigieuse, & communiquans tous les uns

* V. les M. p. 405. ** V. ci dessus, p. 12.

avec les autres. C'eſt-là ce que M. *Homberg* a découvert le premier par le moyen de deux matieres qu'il a trouvées, dont l'une pénetre le Fer & l'autre l'Argent, & dont ni l'une ni l'autre ne laiſſe, pour ainſi dire, aucune trace de ſon paſſage.

Du Soufre commun mis ſur une plaque de Fer fort rouge y fait un trou, & paſſe au travers. Ce même Soufre, mais fort affoibli, tant par certaines matieres avec leſquelles il eſt mêlé, que par les opérations qu'il a ſouffertes, devient le corps qui paſſe paiſiblement au travers du Fer. Il le laiſſe auſſi malléable qu'auparavant. Il n'a été queſtion que de moderer l'impetuoſité exceſſive de cet Argent.

De même le Soufre diſſoudroit l'Argent avec violence, le Mercure le diſſoudroit lentement & avec douceur; le Soufre & le Mercure mêlez enſemble d'une certaine façon feront les principaux ingrediens d'une compoſition qui étant fonduë ſur une lame d'Argent épaiſſe d'une demie-ligne la penetrera de part en part ſans y faire d'ouverture. Il ſera auſſi malléable qu'il l'étoit, mais il prendra & en dehors & en dedans une vraye couleur de Plomb.

Il eſt fort remarquable dans cette ſeconde experience que la matiere qui pénetre l'Argent n'étoit point malléable avant que de le pénetrer, & le devient après. M. *Homberg* conjecture qu'en traverſant l'Argent elle y a dépoſé une terre qui empêchoit ſes parties d'être bien liées par le Soufre qu'elle contenoit, & par conſequent la rendoit caſſante & friable. Peut-être auſſi la couleur de plomb

plomb vient-elle de cette même terre dont l'Argent s'est chargé. Il y a toûjours bien des Phénoménes dans un seul.

DIVERSES OBSERVATIONS CHIMIQUES.

I.

Mr. *Geoffroy* le cadet a dit que l'Eau de Fleur d'Orange, qui sent l'empyreume, perd cette odeur par la gelée, & en prend une très-agréable.

II.

M. *Poli* a tiré du Laurier à grandes feuilles que l'on appelle Laurier Royal à *Lucques*, où il l'a trouvé en grande abondance, une Huile qui a le goût & l'odeur d'Amandes ameres, mais avec beaucoup plus de force. Elle donne ce goût & cette odeur à tout, & sans aucun empyreume. Si on en mêle une dragme avec une livre de sucre fin bien pulverisé, & que le tout soit bien pilé dans un Mortier de Verre, il s'en forme une poudre blanche excellente pour les douleurs d'Estomac, & qui même guerit souvent les fievres tierces & quartes, pourvû qu'on se soit purgé avant que d'en user. Il n'en faut prendre qu'une dragme pendant quelques jours.

III.

Dès que l'on débouche un Vaisseau où

eſt de l'Eſprit de Nitre, ſur tout ſi cet Eſprit eſt bien deflegmé, on voit ſortir une fumée aſſez conſiderable. Les autres Eſprits Acides en jettent moins, & à peine celle de l'Eſprit de Sel eſt-elle ſenſible. Mais M. *Geoffroy* le cadet a obſervé qu'elle le devient beaucoup, ſi on approche du vaiſſeau où ſoit un fort Eſprit alkali volatil. Ce n'eſt pas, car il faut bannir le merveilleux autant qu'on peut, que ce voiſinage détermine l'Eſprit de Sel à jetter plus d'exhalaiſons, mais c'eſt que l'Alkali en jette auſſi de ſon côté, qu'elles ſe rencontrent l'air les unes les autres, & que comme elles ne ſont que les parties les plus ſubtiles des matieres d'où elles ſont ſorties, elles font entre elles ce que ces matieres auroient fait, qu'elles ſe joignent intimement, & produiſent par leur union un nouveau Sel plus ſenſible à la vûë que n'auroient été les deux differentes exhalaiſons ſeparées. Ce Sel eſt celui qui doit naître de l'Acide & de l'Alkali volatil, c'eſt-à-dire, un veritable Sel Armoniac. Et en effet ſi on expoſe à cette fumée compoſée des deux exhalaiſons une Cloche de verre, elle ſe charge de fleurs qui ſont les mêmes que ſi on l'eût expoſée à une vapeur des fleurs du Sel Armoniac. La fumée de l'Eſprit de Nitre mis auprès de l'Alkali volatil n'en paroit guere plus forte, apparemment parce qu'elle n'a pas beſoin de ce ſecours pour ſe faire bien voir; ſeulement de rouge qu'elle étoit elle devient blanche, ce qui marque qu'elle eſt alterée auſſi par celle de l'Alkali.

IV.

IV.

Le Bismuth est une espece d'Etain. C'est une matiere métallique blanche, cassante, disposée en petites facettes luisantes comme des glaces, ce qui la fait nommer *Etain de Glace*. Il paroît être composé d'un Sel Mineral, d'un Soufre grossier, de Mercure, d'un peu d'Arsenic, & de beaucoup de terre. M. *Poli* ayant pilé separément une partie de Bismuth, & deux de Sublimé corrosif, & les ayant mêlées ensemble dans une Cornuë à laquelle il avoit adapté un Recipient, en tira par la distillation une espece de gomme ou de beurre qui s'étoit attachée en partie au col de la Cornuë, & en partie étoit tombée dans le Recipient. Il distilla ce beurre une seconde fois, & outre un nouveau beurre qui vint comme le premier, il resta au fond de la Cornuë une poudre très-fine, de couleur de Perles Orientales, douce au toucher & gluante. Une troisiéme opération lui donna une poudre encore plus fine & plus belle; enfin il réïtera l'opération jusqu'à ce que le beurre fut entierement changé, partie en Mercure coulant, partie en poudre de couleur de Perles. Cette poudre pourra servir à imiter les Perles fines, soit à les representer en peinture, soit à donner cette agréable couleur à tels ouvrages qu'on voudra.

V.

M. *Homberg* a dit que sous la Zone torride l'extrême chaleur mangeoit le Plomb, & que des Goutieres y devenoient terre en 3. ou 4. ans.

NOus renvoyons entierement aux Memoires

* L'Obſervation de M. *Geoffroy* le cadet ſur la chaleur de l'Eſprit de Vin.

** L'Ecrit de M. *Homberg* ſur une ſéparation d'Or.

† L'Obſervation du même ſur la ſublimation du Mercure.

BOTANIQUE.

SUR UNE PLANTE

Fauſſement rapportée au Genre des Lichen.

* LE Lichen eſt une Plante qui naît comme la Mouſſe ſur l'écorce des Arbres, & même ſouvent ſur des Pierres. On prétend qu'elle eſt bonne pour la Gratelle, & pour les Dartres vives, & qu'elle a pris ſon nom de ces maladies même qu'elle guérit, car elles s'appellent ainſi en Grec. Peut-être auſſi, & cela ſeroit plus naturel, ce nom vient-il de ce qu'on l'a regardée elle-

* V. les M. p. 69. ** V. les M. p. 87. † V. les M. p. 354.
* V. les M. p. 307.

le même comme une gale & une espece de maladie des arbres sur lesquelles on l'a d'abord observée.

C'est un Genre que le Lichen, & il a beaucoup d'especes differentes. Il a des semences, mais point de Fleur, & M. *Tournefort* l'a rangé dans cette classe *.

Une espece de Lichen appellée par *C. Bauhin Lichen petræus stellatus* devoit donc n'avoir point de Fleur, mais M. *Marchant* lui en a trouvé une dont il fait la description. Les negatives & les exclusions sont toûjours un peu dangereuses en fait de Physique.

La Fleur de ce prétendu Lichen, qui, comme on peut juger, est fort petite a une singularité remarquable. Lorsqu'elle s'épanouït, on voit au-dedans un paquet de filets repliez, & en quelque sorte confondus ensemble, qui ont un mouvement sensible par lequel ils s'allongent, & se débarrassent les uns d'entre les autres. A chaque fois qu'ils font cette espece d'effort, ou qu'ils le font plus sensiblement, il sort d'entre eux une poussiere très-fine qui se perd en l'air. M. *Marchant* la prend pour les graines de la Plante, & avec beaucoup d'apparence, puisqu'on voit naître un nombre prodigieux de Plantes de cette espece autour d'une ancienne, & que de plus il en naît sur des murailles & jusques sur des toits, où il n'y a que l'air qui puisse les avoir semées. S'il y avoit des insectes en fait de Plantes, les Lichen seroient du nombre, & il se trouveroit que les Plantes les plus méprisées commu-

* V. l'Hist. de 1700. p. 93. & suiv.

nément, ainsi que les Animaux, seroient les plus admirables.

Puisque le Lichen *petræus stellatus* a des Fleurs, ce n'est plus un Lichen, & par cette raison M. *Marchant* en fait un nouveau genre qu'il appelle *Marchantia*, du nom de son pere, fameux Botaniste, & le premier qu'ait eu l'Academie. On ne peut envier aux Botanistes pour payement de leurs travaux le droit de nommer des Plantes.

OBSERVATION BOTANIQUE.

MR. de *Reaumur* allant de *Saumur* à *Thoüars* au mois de Juin 1711. remarqua dans toute une étenduë de 5. lieuës de chemin que des Pruniers sauvages qui sont communément dans les buissons & dans les hayes, & qui devoient avoir alors de petites prunes rondes de la grosseur d'un Pois, comme ils en avoient effectivement, en avoient tous à peu-près autant d'une grandeur & d'une figure differente. Elles étoient ovales, fort semblables a de jeunes Amandes, souvent dans le sens de leur grande longueur, une fois & demie plus longues que les fruits naturels & ordinaires. Leur couleur étoit aussi d'un vert moins foncé, & tiroit sur le jaunâtre. Les 5. lieuës passées, M. de *Reaumur* chercha inutilement de semblables Prunes pendant 25. lieuës de che-

chemin, quoi-qu'il y eût des mêmes Pruniers en abondance. Dans l'étenduë où se trouvoient les Prunes irregulieres ou monstrueuses, les autres Arbres n'avoient point de fruits qui le fussent. C'est une chose assez singuliere que ce mélange presque égal de fruits naturels & de fruits monstrueux sur une seule espece d'Arbres pendant tout un si long chemin, & pendant ce chemin seulement. M. de *Reaumur* en rapporte la cause à quelque pluye d'orage, chargée peut-être de Sels particuliers, qui n'avoit tenu que 5 lieuës, qui avoit introduit dans les Pruniers des sucs plus abondans & plus nourrissans qu'à l'ordinaire, & avoit trouvé la moitié de leurs fruits en état d'en profiter, au lieu que ceux des autres Arbres n'étoient pas alors dans cette disposition.

NOUS renvoyons entierement aux Memoires

* L'Ecrit de M. de *Reaumur* sur une nouvelle Plante qu'il nomme *Boletus ramosus Coralloides fœtidus.*

** Et celui de M. *Jussieu* sur l'Arbre qui porte le Caffé.

* V. les M. p. 92. ** V. les M. p. 388.

GEOMETRIE.

SUR LES DEVELOPPEES.

* VOICI la suite de la Théorie generale des Developpemens que M. *Varignon* avoit commencée **. Comme les Developpées sont modernes, la matiere est encore assez neuve, & peut fournir beaucoup à qui sait l'approfondir.

L'origine d'un Developpement est arbitraire, c'est-à-dire, que quoi-qu'il soit naturel de commencer à developper une Courbe au point où elle prend naissance, il est cependant permis de commencer à la developper à tel autre point qu'on voudra. Toute la difference sera qu'au lieu qu'un Developpement commencé à l'origine de la Courbe sera continu, celui qui commencera à quelque point de son cours sera, pour ainsi dire, interrompu & brisé, parce que quand on l'aura développée de ce point vers une de ses extremités, il faudra retourner à ce même point pour la développer de là vers l'autre extremité.

Il suit déja de cette seule idée que si une Courbe est toujours concave d'un même côté, comme une demi-Parabole, & que l'on com-

* V. les M. p. 162. ** V. l'Hist. de 1712. p. 81. & suiv.

commence à la développer par son sommet, la Développante qui est toûjours concave vers le même côté que la Développée sera une Courbe d'un cours continu, & dont la concavité sera toûjours tournée du même sens, mais que si on commence à développer la demi Parabole par un autre point que le sommet, la Développante aura un rebroussement à l'origine du développement, & deux Branches dont les concavités se tourneront vers des côtés opposés. Il est visible que cela est general, & qu'une Courbe quelconque d'un cours continu, & toute concave d'un seul côté, développée par un point quelconque moyen entre ses deux extrémités, produit une Développante rebroussée en sens contraires.

Aux Courbes d'un cours continu sont opposées celles qui rebroussent, & aux Courbes toutes concaves d'un seul côté sont opposées celles qui le sont de differens côtés, & celles-ci ont ou une Inflexion, ou un Rebroussement dont les deux branches sont tournées de sens contraires; car pour celles qui ont un rebroussement dont les deux branches sont tournées du même sens, ou, ce qui est la même chose, concaves du même côté, elle ne sont opposées qu'aux Courbes d'un cours continu. Nous venons de voir les Développantes que produisent des Courbes d'un cours continu, & toutes concaves d'un seul côté, soit qu'on ait commencé à les développer à leur origine, ou à quelque autre point, reste à voir les Développantes que produiront les autres Courbes d'un cours non continu, ou concaves vers

differens côtés, développées par tel de leurs points qu'on voudra.

Ces Courbes ayant toutes un Rebrouſſement ou une Inflexion, elles ont trois eſpeces de points par où peut commencer le Développement. 1°. Leur origine, ou, ce qui revient au même, leur extremité. 2°. Le point d'inflexion ou de rebrouſſement. 3°. Tel autre point qu'on voudra qui ne ſera aucun des précedens. Il eſt clair que les dévelopemens commencés par la 1re. ou la 3me. eſpece de points retombent dans le même cas que ceux des Courbes d'un cours continu & concaves d'un ſeul côté, pourvû qu'on ne les pouſſe que juſqu'aux points d'inflexion ou de rebrouſſement. Quant à ceux qui commenceroient par ces points de rebrouſſement ou d'inflexion, ils ſont les mêmes que ceux qui commenceroient à l'origine d'une Courbe ſimple, & ſi on les conſidere de part & d'autre de ces points, ils ſont les mêmes que ceux de deux Courbes ſimples poſées l'une à l'égard de l'autre comme les deux Branches de la Courbe dont il s'agit, & enfin les développemens qui ayant commencé par quelque autre point que ceux d'inflexion ou de rebrouſſement y arrivent & vont au de-là, ne ſont que ceux des deux differentes branches de la Courbe. On voit donc qu'il eſt fort aiſé de tracer les développemens, ou, ce qui eſt la même choſe, les Développantes de toutes les Courbes, à quelque point que l'on commence à les développer.

Les Courbes rebrouſſées en ſens contraires étant développées ou par leurs extremités

tés ou par leur point de rebrouſſement, produiſent des Développantes d'un cours continu, & toutes concaves d'un ſeul côté.

Les Courbes rebrouſſées en même ſens, étant développées ou par leurs extremités ou par leur point de rebrouſſement, produiſent des Développantes qui ſont pareillement rebrouſſées en même ſens, & du même ſens que les Développées.

Les Courbes qui ont une inflexion, & que M. *Varignon* appelle *contournées*, étant développées par leurs extremités produiſent des Développantes rebrouſſées en même ſens, & ſi elles ſont développées par leur point d'inflexion, elles produiſent des Développantes, qui ſont contournées comme elles.

Si toutes ces Courbes, tant rebrouſſées que contournées ſont développées par d'autres points, c'eſt-à-dire, par ceux que nous avons appellés de la 3me. eſpece, elles produiſent des Développantes moins ſimples, mais qui ſe peuvent aiſément réduire à celles qui ont été produites par les autres développemens. Ainſi nous ne nous arrêterons point à les conſiderer.

Ce qu'il y a de plus important dans une Développante, c'eſt ſon Rayon ou ſon Cercle Oſculateur. A chaque point de la Développée répond un Cercle oſculateur dans la Développante, & chaque Cercle oſculateur a deux de ſes côtés infiniment petits exactement poſés ſur deux côtés pareils de la Développante, l'un au dedans de cette Courbe, l'autre au dehors, deſorte qu'il la touche & la coupe en même temps, ou la touche

touche doublement, & en dehors & en dedans.

De-là il fuit que fi un point de la Développée eft équivalent à deux points, il doit répondre à ce point deux Cercles ofculateurs de la Développante infiniment proches & égaux. Or dans toute Courbe rebrouffée le point de rebrouffement qui appartient en même temps à deux branches differentes eft équivalent à deux points, & par confequent la Développante d'une Courbe rebrouflée doit avoir dans celui de fes points qui répond au point de rebrouffement de la Développée deux Cercles ofculateurs égaux & infiniment proches.

Puifqu'il eft de l'effence du Cercle ofculateur d'avoir deux côtés infiniment petits communs avec la Développante, deux Cercles ofculateurs doivent naturellement en avoir quatre, & cela dans le même point ou dans la même étenduë infiniment petite de la Courbe, mais on voit en traçant les Cercles que des quatre côtés il y en a toujours deux qui fe confondent en un.

Si une Courbe rebrouffée en fens contraires a été développée par fon point de rebrouffement, un des deux Cercles ofculateurs de la Développante a le premier de fes deux côtés interieurs à la Courbe, & le fecond exterieur, & l'autre Cercle a fon premier côté exterieur, & le fecond interieur, deforte que le fecond côté du 1er. Cercle, & le premier du 2d. n'ayant que la même pofition à l'égard de la Courbe & étant contigus, ne doivent paffer que pour un.

Sii

Si la même Courbe rebrouſſée a été développée par ſes extremités, un des Cercles oſculateurs de la Développante a ſon premier côté exterieur à la Courbe, le ſecond interieur, & l'autre Cercle a ſon premier côté interieur, & l'autre exterieur, & par la même raiſon les deux côtés du milieu n'en ſont encore qu'un ſeul.

Il paroît aſſez par cette diſpoſition des deux Cercles oſculateurs, qu'ils peuvent auſſi & doivent même n'être comptés que pour un, mais pour un qui a trois côtés communs avec la Développante, au lieu que tous les autres Cercles oſculateurs dans tous les autres points de la même Courbe n'y ont que deux côtés communs avec elle. Ainſi dans les deux cas que nous venons de repreſenter le Cercle oſculateur de la Développante au point dont il s'agit, non ſeulement la baiſe, mais s'entrelace avec elle de deux manieres oppoſées.

On ſait qu'à chaque côté infiniment petit d'une Courbe répondent deux Ordonnées infiniment proches, à deux côtés conſecutifs trois Ordonnées, quatre à trois côtés &c. de même en prenant les côtés d'une Courbe quelconque Développante pour des arcs circulaires infiniment petits décrits du Rayon Oſculateur, aux deux côtés qu'un Cercle oſculateur a toûjours communs avec la Courbe répondent trois Rayons infiniment proches & égaux, & puiſque dans les Développantes formées par des Rebrouſſées en ſens contraires, le Cercle Oſculateur a trois côtés communs avec la Courbe, il y aura quatre Rayons oſculateurs infiniment proches

ches & égaux. Par conſequent ſi on a une Equation algebrique qui exprime le Rayon oſculateur pour tous les points d'une Développante de cette eſpece, cette équation aura quatre Racines égales pour le point où le Cercle oſculateur aura trois côtés communs avec la Courbe.

Voyons maintenant les Developpantes formées par le developpement de Courbes rebrouſſées en même ſens. Nous avons dit que ces Développantes ſeront auſſi rebrouſſées en même ſens. Sur cela il faut conſiderer que non-ſeulement à chaque point de la Développée répond un Cercle oſculateur dans la Développante, mais encore que chaque point de la Développante a le ſien. De-là il ſuit que ſi un point de la Développante eſt équivalent à deux points, il doit *par lui-même* avoir deux Cercles oſculateurs infiniment proches & égaux. Or ici la Développante eſt rebrouſſée auſſi-bien que la Développée. Donc ſi le point de rebrouſſement de la Développante eſt équivalente à deux points auſſi-bien que celui de la Developpée, elle doit avoir par elle-même en ce point deux Cercles oſculateurs outre les deux qu'elle aura de la part de la Développée, c'eſt-à-dire, quatre Cercles oſculateurs infiniment proches & égaux, ou plûtôt un ſeul qui aura quatre côtés communs avec elle, & il eſt évident que ces quatre côtés produiront cinq racines égales.

J'ai dit, *ſi le point de rebrouſſement de la Développante eſt équivalent à deux points auſſi-bien que celui de la Développée*, car tout point de rebrouſſement n'eſt pas équivalent

à

à deux points. Le rebrouſſement ſe fait de deux manieres, par deux côtés exactement poſés l'un ſur l'autre, ou par deux côtés qui font enſemble un angle infiniment petit. Dans le premier cas un point eſt équivalent à deux, puiſqu'il eſt formé de deux qui ſont confondus, mais dans le ſecond, l'angle empêche leur confuſion, & les deux côtés ou points ſont toûjours deux. Il ſe trouve que le point de rebrouſſement des Développantes formées par des Rebrouſſées en même ſens, eſt dans le premier cas, & ce qui le prouve, c'eſt qu'on verra par les démonſtrations de M. *Varignon* que le cercle oſculateur de ce point-là ne paſſe ni ne peut paſſer entre les deux branches de la Développante qui rebrouſſe, mais eſt ou au dedans ou au dehors des deux. Et en effet ſelon la premiere idée que nous avons donnée du rebrouſſement, il eſt impoſſible qu'aucune Courbe paſſe entre deux lignes exactement poſées l'une ſur l'autre, & qui ne font point d'angle.

On voit clairement par tout ce qui a été dit que les Rebrouſſées en ſens contraires produiſant par leur développement des Développantes qui ont un cours continu, & les Rebrouſſées en même ſens des Développantes qui ſont rebrouſſées auſſi, les premieres Développantes ne doivent avoir à cauſe de leur cours continu que quatre racines égales dans le point qui répond au point de rebrouſſement de leurs Développées; & que les ſecondes Développantes doivent avoir cinq racines égales à cauſe de leur rebrouſſement.

Il

Il reſte le développement des Contournées. Si elles ſont développées par leurs extremités, elles produiſent des Développantes rebrouſſées en même ſens. Le point d'inflexion des Contournées vaut deux points, car il faut le concevoir comme formé de deux côtés poſés exactement bout à bout en ligne droite, ſans faire entre eux aucun angle de contingence. Donc le point de la Développante qui répond à ce point d'inflexion a un Cercle oſculateur qui a trois côtés communs avec la Courbe. Il faut voir maintenant s'il n'en a point juſqu'à quatre, à cauſe du rebrouſſement de la Développante. Mais ce rebrouſſement eſt formé de deux côtés qui font entre eux un angle infiniment petit, & ce qui le prouve, c'eſt que le Cercle oſculateur diviſe cet angle, & paſſe entre les deux branches qui font le rebrouſſement. Donc ce Cercle n'a que trois côtés communs avec la Développante, & il n'y a dans ce point de rebrouſſement que quatre racines égales.

Si les Contournées ſont développées par leur point d'inflexion, elles produiſent des Développantes qui ſont pareillement contournées. Alors il ſemble que la Développante ayant un point d'inflexion équivalent à deux points auſſi-bien que la Développée, le Cercle oſculateur de la Développante en ce point doive avoir quatre côtés communs avec elle, comme le Cercle oſculateur au point de rebrouſſement d'une Développante rebrouſſée produite par une Rebrouſſée. Mais il y a une grande difference, qui vient de la differente poſition des Cercles oſculateurs.

Quand

Quand on développe une Contournée par ſon point d'inflexion, le premier côté de la Développante que l'on décrit eſt l'un des deux côtés qui doivent former ſon point d'inflexion, & l'on décrit enſuite toute une branche d'un cours continu. Cela fait, on revient au point d'inflexion de la Développée, on décrit le ſecond des deux côtés qui doivent faire le point d'inflexion de la Développante, & on en décrit la ſeconde branche qui n'a qu'un cours continu. Il arrive de-là qu'au point d'inflexion de la Développante ſes deux branches ont chacune leur Cercle oſculateur dont les convexités ſont oppoſées. Ces deux cercles ont deux côtés communs chacun avec la branche à laquelle il appartient, mais ils n'ont aucun côté commun entre eux. Ainſi ce ne ſont point deux Cercles oſculateurs qui ſe confondent en un, & qui forment un ſeul Cercle qui ait ou trois ou quatre côtés communs avec la Courbe, comme dans les autres cas que l'on a vûs. Il eſt clair qu'en ces cas-là les Cercles oſculateurs qui ſe confondoient avoient la même poſition, ou, ce qui revient au même, leurs concavités tournées du même côté.

Il eſt établi chez les Géometres que le rayon oſculateur eſt la meſure de la courbure des Courbes. Elle eſt plus petite quand il eſt plus grand, & au contraire, & par conſequent au point où une Courbe aura une courbure nulle, elle aura un rayon oſculateur infini, & elle en aura un infiniment petit au point où ſa courbure ſera infinie. M. *Varignon* trouve aiſément par ſa Theorie les grandeurs des rayons oſculateurs de chaque Développante, & par conſequent la dif-

differente courbure de ces Courbes. Il arrive à un Paradoxe aſſez étonnant déja avancé par feu M. le Marquis de *l'Hôpital*, c'eſt que dans le point d'inflexion qui paroît formé de la même maniere dans toutes les Courbes, & également conſtitué, le rayon oſculateur eſt quelquefois infini, quelquefois nul, c'eſt-à-dire, la courbure quelquefois nulle, quelquefois infinie. Cette matiere demanderoit des reflexions qui nous meneroient trop loin. La Géometrie a ſes myſteres, dont on ſait déja que pluſieurs ne ſont que des myſteres apparens, puiſqu'ils ont ceſſé de l'être quand on les a approfondis. Il eſt à ſouhaiter qu'ils ſoient tous de la même eſpece.

SUR LES POLYGONES INSCRITS OU CIRCONSCRITS AU CERCLE.

* INSCRIRE dans un Cercle un Polygone *regulier*, c'eſt-à-dire, dont tous les côtez ſont égaux, c'eſt le diſpoſer de maniere au dedans d'un Cercle que chacun de ſes côtés en coupe la circonference par ſes deux extremités, & le circonſcrire au Cercle, c'eſt le diſpoſer de maniere au dehors du Cercle, que chacun de ſes côtés en touche par ſon milieu la circonference. Chaque côté d'un Polygone inſcrit eſt donc la corde d'un arc de cercle égal à celui dont

* V. les M. p. 99.

dont chaque autre côté eſt la corde, & de même tous les côtés d'un Polygone circonſcrit ſont les Tangentes d'arcs de cercle égaux, & ſi les deux Polygones, l'inſcrit & le circonſcrit, ont le même nombre de côtés, les côtés de l'un ſont cordes, & ceux de l'autre tangentes des mêmes arcs.

Un Polygone quelconque étant inſcrit dans un Cercle, ſi l'on y en veut inſcrire un autre qui ait deux fois plus de côtés, il ne faut que couper en deux chaque arc ſoûtenu par chaque côté du premier Polygone, & tirer deux nouvelles cordes aux deux nouveaux arcs, & il eſt clair que cette diviſion ſe peut continuer tant qu'on voudra ſelon la progreſſion ſoudouble.

La moitié de la Corde d'un arc de Cercle eſt le ſinus de l'arc qui eſt la moitié de celui que la Corde ſoûtient. Ainſi le double d'un ſinus quelconque eſt la Corde d'un certain arc, & par conſequent le côté d'un certain Polygone inſcrit. Par exemple, le double du ſinus de l'arc de 60. eſt la Corde de l'arc de 120. & le côté du Triangle équilateral, le moindre de tous les Polygones qui ſe peuvent inſcrire dans le Cercle. Le double du ſinus de 30. eſt la corde de l'arc de 60. & le côté de l'Exagone. Le double du ſinus de 15. eſt la corde de 30. & le côté du Dodecagone, &c. d'où l'on voit qu'un arc quelconque étant donné, ſi l'on ſait trouver le ſinus de ſa moitié, on trouvera de ſuite les côtés de tous les Polygones qui auront toûjours un nombre de côtés double.

M.

M. *Saulmon* donne une formule générale pour tirer du ſinus donné d'un arc le ſinus de ſa moitié, & par conſequent pour inſcrire perpetuellement dans le Cercle des Polygones dont chacun aura deux fois plus de côtés que le précedent. Il n'entre dans cette formule que le Rayon du Cercle, & le ſinus donné, ou, ce qui revient au même, le dernier ſinus qu'on aura trouvé en pourſuivant toûjours la diviſion de l'arc.

La même méthode de M. *Saulmon* s'étend aux Polygones circonſcrits, à cela près qu'il faut prendre les Tangentes des arcs au lieu de leurs Cordes. La formule generale ne comprend que les deux mêmes grandeurs.

Ainſi quel que ſoit le premier Polygone inſcrit ou circonſcrit au Cercle, on peut enſuite & inſcrire & circonſcrire à ce même Cercle à l'infini des Polygones d'un nombre de côtés toûjours double, & il eſt viſible que plus le nombre de leurs côtés augmente, moins le circuit & l'aire des circonſcrits ſurpaſſent la circonference & l'aire des inſcrits ſont ſurpaſſées par la même circonference & la même aire, deſorte que les diviſions étant pouſſées juſqu'à l'infini il paroît neceſſaire que les circonſcrits d'un côté & les inſcrits de l'autre ſe confondent abſolument avec le Cercle.

M. *Saulmon* démontre que ſi en faiſant la diviſion des arcs, ou, ce qui revient au même, en doublant le nombre des côtés d'un Polygone quelconque inſcrit ou circonſcrit, on vient à trouver par la formule générale que la difference du quarré du Rayon du Cer-

Cercle, & du quarré du ſinus immediatement précedent, ne ſoit pas un quarré parfait, ce qui emporte que la racine quarrée de cette difference ſoit un nombre incommenſurable, alors les circuits de tous les Polygones inſcrits & circonſcrits qui ſuivront ſeront incommenſurables avec le Rayon du Cercle, & leurs aires incommenſurables avec le quarré de ce Rayon. En un mot dès que par la voye que nous venons de marquer l'incommenſurabilité ſera entrée dans un Polygone, elle ſe maintiendra dans tous les Polygones ſuivans, tant à l'égard du circuit que de l'aire.

Cette incommenſurabilité ſe trouve preſque toûjours dès le premier Polygone. Elle eſt, par exemple, dans le Triangle équilateral, dans le Quarré, dans le Pentagone. Et s'il y a quelque premier Polygone où elle ne ſoit pas, il eſt ſûr qu'elle entrera bien-tôt dans quelque Polygone ſuivant, après quoi elle ne ſortira plus de cette ſuite.

Reſte à ſavoir ſi elle ſe ſoutient juſques dans l'Infini, c'eſt-à-dire, juſqu'au terme où les Polygones inſcrits & circonſcrits ſe confondent avec le Cercle. En ce cas, il ſeroit certain que les circuits de ces Polygones ou la circonference du Cercle ſeroit incommenſurable avec le Rayon, & l'aire du Cercle incommenſurable avec le quarré du Rayon.

Le ſujet d'en douter eſt que l'incommenſurabilité de deux grandeurs conſiſte dans un certain excès de l'une ſur l'autre. Cet excès peut toûjours demeurer égal, ou même

augmenter pendant une progreſſion infinie, mais il peut auſſi diminuer, & alors il deviendroit nul dans l'infini, & l'incommenſurabilité ceſſeroit.

Mais il y a bien de l'apparence qu'elle ſe conſerve juſques dans l'infini entre la circonference du Cercle & ſon Rayon, ou entre l'aire & le quarré du Rayon. Car on n'a pû, du moins juſqu'ici, trouver le rapport de ces grandeurs que par des ſuites infinies, ce qui eſt une marque d'incommenſurabilité *.

Quand ces grandeurs ſeroient incommenſurables, ce ne ſeroit pas à dire que la Quadrature du Cercle fût impoſſible. Il faudroit & qu'elles fuſſent incommenſurables, & que leur rapport ne pût abſolument être exprimé que par des ſuites infinies, car alors il ſeroit bien ſûr que la ſomme finie de ces ſuites ne ſe pourroit jamais trouver.

SUR LES INTERSECTIONS DES COURBES.

** QUE deux Sections Coniques ſe puiſſent couper en 4. points, c'eſt une choſe qui ſaute aux yeux. Si une Parabole, par exemple, rencontre par ſes deux côtés, qui ſont les deux demi-Paraboles une cir-

* V. l'Hiſt. de 1711. p. 80. & ſuiv. ** V. les M. p. 324. & 349.

circonference de Cercle qu'elle coupe, & dans laquelle par conséquent elle entre, il faut necessairement qu'elle en sorte, & elle n'en peut sortir qu'en coupant encore le Cercle en deux points. Il en va de même des autres Sections Coniques prises deux à deux, il n'y a qu'à leur donner entre elles une disposition convenable pour l'intersection en 4. points. Comme toutes ces Courbes sont formées de deux moitiés égales & semblables separées par un axe que chacune d'elles regarde par sa concavité, la disposition qu'on donne naturellement à deux Sections Coniques pour faire qu'elles se coupent en 4. points, est de les décrire sur un axe ou du moins sur un diametre commun, desorte que chacune des deux Courbes ait sa moitié ou du moins une portion de cette moitié d'un côté de cet axe ou diametre, & l'autre moitié ou une portion de l'autre côté. Enfin quand elles se coupent en 4. points, on imagine naturellement que deux intersections se font dans deux branches ou portions de chaque Courbe concaves toutes deux vers un certain diametre, & les deux autres intersections dans deux autres branches ou portions concaves du côté opposé du même diametre.

Aussi quand M. *Rolle* apporta à l'Academie cette Proposition, Qu'une demi-Parabole & une demi-Hyperbole pouvoient se couper en 4. points, de maniere que dans toute l'étenduë où se faisoient les 4. intersections les portions de chacune de ces deux Courbes fussent toûjours concaves du même côté d'un diametre, les Geometres fu-

rent d'abord ſurpris du Paradoxe. M. *de la Hire* & M. *Saurin* ſe mirent à l'examiner, & le trouverent vrai. Si quelqu'un a fait cette obſervation ſinguliere avant M. *Rolle*, du moins ne s'en ſouvint-on point, & c'eſt un grand préjugé qu'elle eſt nouvelle. Quoique nouvelle & ſinguliere, on peut cependant, maintenant qu'elle eſt éclaircie, être étonné qu'elle n'ait pas encore été faite ; en voici le dénoüement.

Tous les Géometres conviennent, & nous l'avons dit bien des fois, qu'une Equation déterminée du 4me. degré ſe conſtruit par deux Sections Coniques, qui pouvant ſe couper en 4. points donneront par les Ordonnées communes qu'elles auront en ces points les 4. Racines de l'Equation, ſuppoſé qu'elles ſoient toutes quatre réelles. Le plus ordinairement ces racines réelles ſont mêlées de poſitives & de négatives. Les poſitives ſont des Ordonnées qui doivent être au deſſus du diametre par rapport auquel on a décrit les deux Courbes, & les négatives ſont des Ordonnées tirées au deſſous de ce diametre. Par conſequent en ce cas les interſections ſe font tant au deſſus qu'au deſſous du diametre, dans des branches ou portions des deux Courbes dont les concavités ſont tournées vers des côtés oppoſés.

De plus, quand on a une Equation à conſtruire, on ne manque point, pour rendre la conſtruction plus ſimple & plus élegante, de faire évanoüir le ſecond terme. Or cet évanoüiſſement ne peut arriver que quand la ſomme des racines poſitives eſt égale à la ſomme

fomme des négatives. On a donc alors un mélange des unes & des autres, & par consequent les deux Courbes par le moyen desquelles se fait la construction, se coupent des deux côtés d'un même axe ou diametre.

Mais pourquoi ce cas est-il le seul auquel on a fait attention? Ne peut-on pas metre dans une Equation déterminée du 4me. degré 4. racines réelles & positives? Alors elle se construira encore par deux Sections Coniques, puisqu'elle est toûjours du 4me. degré, & les 4. racines étant positives, les deux Courbes auront 4. Ordonnées communes au dessus du même diametre, & par consequent se couperont en 4. points, & dans toute l'étenduë de ces 4. intersections elles auront leurs concavités tournées du même côté. C'est-là tout le mystere.

Comme l'Equation déterminée du 4me. degré ne peut avoir que 4. racines, les deux Sections Coniques ne se peuvent couper qu'en 4. points, & quand les deux portions concaves toutes deux du même côté ont eu les 4. intersections, les deux Courbes ne se peuvent plus couper dans leurs autres portions ou branches.

L'étenduë dans laquelle se feront les 4. intersections dépend de la difference qui est entre les 4. racines positives de l'Equation. Si l'une, par exemple, est 1. l'autre 6. l'autre 20. la derniere 50 il est clair que les Ordonnées qu'elles representent ne pourront se trouver que dans une assez grande étenduë des deux Courbes ausquelles elles sont communes, au lieu qu'elles se trouveroient

dans une étenduë beaucoup moindre si les 4. racines étoient 1. 2. 3 4. On peut donc trouver les 4. intersections avec la condition que M. *Rolle* y a observée, dans une étenduë des deux Courbes aussi grande & aussi petite qu'on voudra, cela dépendra du plus ou moins d'inégalité des 4. racines, & cette étenduë peut être si petite qu'il sera impossible d'y tracer actuellement les 4. intersections, & presque inconcevable qu'elles y soient réellement.

Si les deux Sections Coniques avoient le même sommet, il seroit impossible que les 4. intersections se fissent du même côté, car les deux Courbes partant, pour ainsi dire, du même point, & ayant de part & d'autre de leur axe commun deux moitiés égales & opposées, il seroit necessaire que ce qui arriveroit d'un côté de cet axe arrivât aussi de l'autre, & par conséquent qu'il y eût deux intersections de chaque côté, & non pas quatre d'un seul.

Si dans l'Equation déterminée il y avoit deux racines égales, les deux Sections Coniques ne se rencontreroient qu'en 3. points, parce que deux racines ou Ordonnées égales produisent un point d'attouchement, qui en vaut deux d'intersection ; & s'il y avoit 3. racines égales, les deux Courbes ne se rencontreroient qu'en deux points : je dis dans les deux cas *rencontreroient*, parce que dans le 1er. les Courbes se toucheroient en un point sans se couper, & se couperoient en deux autres, & que dans le 2d. cas, les Courbes se couperoient & se toucheroient en un point,

&

& se couperoient simplement en un autre. La raison en est que deux racines ou Ordonnées égales communes à deux Courbes donnent un attouchement sans intersection, & que trois donnent un attouchement avec intersection, selon ce que nous avons expliqué dans l'Hist. de 1710 *.

Si l'on a à construire une Equation déterminée du 4me. degré dont les 4. racines soient réelles & positives, il est sûr d'abord qu'elle se doit construire par deux Sections Coniques, dont on peut prendre l'une arbitrairement, & par conséquent ce peut toûjours être un Cercle, qui se combinera avec l'autre Section Conique, que l'Equation donnera necessairement. Mais le cercle entier ne peut pas servir à cette construction, car la moitié de ses Ordonnées sont positives, & l'autre moitié négatives, & ici il ne faut que des racines ou Ordonnées positives. Voilà donc déja le Cercle réduit au demi-Cercle, seul utile à la construction. Si les 4. racines sont inégales, il est clair qu'elles se prennent toutes 4. dans le même quart de Cercle. S'il y en a 2. égales, il est bien vrai qu'il pourroit y en avoir une dans un quart de Cercle, & l'autre dans l'autre, mais il est vrai aussi qu'elles peuvent être dans le même quart de Cercle, où elles seront infiniment proches, & répondront à une Tangente, & de plus elles y doivent être, parce qu'étant communes aux deux Courbes, il faut qu'elles répondent à une Tangente qui leur soit commune, & par consequent à un point d'attouchement de deux Cour-

* p. 116 & suiv.

bes ce qui ne ſe peut que dans le même Quart de Cercle. Donc il n'y aura qu'un ſeul Quart de Cercle utile à la conſtruction, & dans cette ſeule étenduë ſe feront toutes les interſections dont il s'agit, les concavités des deux Courbes étant toûjours tournées du même côté.

On comprend aiſément que cette Theorie des interſections peut s'appliquer aux Equations plus élevées que le 4me. degré, & qui ſe conſtruiront par des Courbes plus élevées auſſi que les Sections Coniques. Toute idée particuliere devient générale dès qu'on la dépouille de ſes circonſtances individuelles, & qu'on la réduit à ce qu'elle peut avoir de commun avec d'autres idées.

SUR UN ESPACE CIRCULAIRE QUARRABLE.

COMME les Géometres, du moins les habiles, deſeſperent de la Quadrature du Cercle, c'eſt une eſpece de conſolation pour eux de trouver celle de quelque eſpace circulaire. *Hippocrate* de *Chio* eſt le premier que l'on ſache qui s'en ſoit aviſé en démontrant l'égalité de la Lunule qui porte ſon nom avec un eſpace rectiligne. On a vû dans l'Hiſt. de 1701. * juſqu'où les Géometres modernes avoient pouſſé cette premiere idée, & dans celle de 1703. ** d'autres Quadratures de certaines portions de Cercle,

* p. 99. & ſuiv. ** p. 77.

cle, qui sont dûës à M. *Varignon*. En dernier lieu M. *Saulmon* a trouvé une autre Quadrature d'un espace circulaire toute differente.

Si quatre Cercles égaux se touchent, & sont disposés de sorte que leurs quatre centres étant joints par des lignes droites, ces lignes fassent un quarré, il restera entre les 4. Cercles un espace quadrilatere dont les 4. côtés égaux seront chacun l'arc d'un quart de cercle. Si ces 4. Cercles se touchant toûjours sont disposés de maniere que les droites qui joignent leurs centres fassent un Rhombe ou Losange, il restera de part & d'autre d'un des points d'attouchement deux espaces égaux formés chacun de trois arcs de cercles égaux, ou deux triangles circulaires égaux & tous deux équilateraux. La grandeur des côtés circulaires de chacun de ces triangles dépend de l'angle aigu du Rhombe, qui naît des 4. Cercles disposés de cette seconde maniere; plus cet angle est petit, plus ces côtés circulaires le sont aussi, & au contraire.

Le quadrilatere circulaire que laissent entre eux les Cercles dans la premiere disposition, est évidemment plus grand que les deux triangles circulaires qu'ils laissent pareillement entre eux dans la seconde. Mais il est aisé de prendre dans la moitié du quadrilatere une portion égale à un des triangles, & cela fait il reste une portion du Quadrilatere qui est encore curviligne & circulaire. Cette portion est la moitié de la difference qui est entre le Quadrilatere & les deux Triangles, & c'est elle ou l'espa-

ce qui en eſt le double, que M. *Saulmon* va quarrer.

Le Quarré & le Rhombe formés dans les deux diſpoſitions des Cercles par les lignes qui joignent les 4. centres, ſont deux eſpaces rectilignes. Le premier eſt le quarré du diametre des Cercles, le ſecond eſt un Rhombe fait ſur ce même diametre, & dont les angles ſont connus. Par conſequent on a ces deux eſpaces, & l'excès du Quarré ſur le Rhombe qui eſt auſſi un eſpace rectiligne. D'un autre côté le Quarré & le Rhombe comprennent chacun quatre ſecteurs circulaires, & la ſomme de ces quatre ſecteurs eſt neceſſairement égale dans chacun. Donc en les retranchant tous quatre de part & d'autre, la difference des deux reſtes eſt la difference du Quarré & du Rhombe. Or les deux reſtes ſont l'un le Quadrilatere circulaire, & l'autre les deux Triangles circulaires. Donc leur difference que nous venons de voir, qui eſt un eſpace circulaire déterminé, eſt égale à la difference du Quarré & du Rhombe qui eſt un eſpace rectiligne.

On voit que le point capital d'où tout ceci dépend eſt que le Quarré & le Rhombe comprennent des ſecteurs circulaires qui ſont de part & d'autre une ſomme égale; c'eſt-là ce qui fait que quand on les a retranchés il reſte des eſpaces curvilignes dont la difference eſt celle du Quarré & du Rhombe. Il ſuit donc de-là que l'on trouveroit encore des quadratures de même eſpece en prenant des Cercles inégaux que l'on diſpoſeroit differemment, & en formant par la

jonction

jonction de leurs centres d'autres Polygones que le Quarré & le Rhombe, pourvû que ces nouveaux Polygones comprissent entre leurs angles des secteurs circulaires dont les sommes fussent égales.

En généal tout l'art de ces sortes de quadratures consiste à retrancher de deux espaces connus des espaces curvilignes égaux ou communs, de sorte que les restes soient des espaces curvilignes d'un côté & rectilignes de l'autre, qui soient égaux, ou qui ayent un rapport connu. La Lunule d'*Hippocrate*, & la Quadrature de M. *Saulmon*, quoi-que si differentes, se réduisent également là.

NOus renvoyons entierement aux Memoires

* L'Ecrit de M. *de la Hire* sur les Trapezes.

ASTRONOMIE.

SUR LA FIGURE DE LA TERRE.

** NOus ne parlerons point des differentes Figures qu'on a autrefois données

* V. les M. p. 296. ** V. les M. p. 250.

nées à la Terre comme au hazard, l'une n'avoit plus de fondement que l'autre, & chaque Philosophe révoit à son gré. Il y a fort long-temps que la Raison a décidé pour la Figure Sphérique, & que l'on s'en tient là. Il n'est plus question que de savoir si cette Figure est exactement Sphérique, ou si elle ne tient pas un peu du Sphéroïde ou de l'Ovale.

Les raisonnemens tirés de la differente longueur du Pendule en differens climats, ou de l'inégalité de la force centrifuge qui resulte du mouvement journalier de la Terre, * sont peut-être un peu trop subtils pour produire une certaine conviction, on peut même n'être pas encore assez sûr des principes, & les consequences peuvent quelquefois être differentes. Ainsi il paroît qu'il vaut mieux n'employer dans cette recherche, comme fait M. *Cassini*, que des observations incontestables, & qui aillent directement à décider la question.

Nous avons dit dans l'Hist. de 1701. † que feu M. *Cassini* avoit trouvé que dans la Meridienne tirée par toute l'étenduë de la *France* les degrés alloient en diminuant du Midi vers le Septentrion, c'est à-dire, que deux lieux sur la Terre qui differoient entre eux d'un degré de latitude étoient moins éloignés l'un de l'autre s'ils étoient plus Septentrionaux. M. *Cassini* remarque que cette même inégalité se trouve dans d'autres mesures d'un degré faites en d'autres Climats par d'habiles Mathematiciens comme *Snellius* & le P. *Riccioli*. Sur ce fondement

* V. l'Hist. de 1700. p. 145. & suiv. † p. 120.

ment on ſuppoſe avec beaucoup de vraiſemblance qu'il en eſt de même dans tout le reſte de l'étenduë d'un Meridien, ou plûtôt d'un quart de Meridien.

Il ſemble d'abord que puis que les degrés de latitude terreſtre vont en diminuant de l'Equateur vers le Pole, un Meridien terreſtre doit être plus petit que l'Equateur dont tous les degrés ſont égaux, car il eſt aſſez naturel de concevoir le premier degré de latitude terreſtre égal à un degré de l'Equateur, & de-là il ſuit que la Terre eſt un Globe aplati vers les Poles. Mais c'eſt une erreur qui a été avancée dans l'endroit qu'on vient de citer. M. *Caſſini* démontre au contraire que de l'inégalité des degrés de latitude terreſtre telle qu'on la poſe ici, il ſuit qu'un Meridien terreſtre eſt plus grand que l'Equateur, & que la Terre eſt un ſpheroïde dont le plus grand axe va d'un pole à l'autre, & le plus petit eſt le diametre de l'Equateur.

Un Meridien terreſtre eſt donc une Ellipſe, & le premier degré d'un quart de ce Meridien à compter depuis l'Equateur eſt plus grand qu'un des degrés de l'Equateur, tous égaux entre eux. La raiſon eſſentielle en eſt que l'Ellipſe eſt moins courbe & plus approchante d'une ligne droite lors qu'elle eſt parallele à ſon grand Axe que lors qu'elle lui eſt perpendiculaire. Dans le point où le Meridien elliptique coupe l'Equateur il eſt parallele à ſon grand axe, donc en ce point-là & aux environs de part & d'autre il eſt moins courbe que vers les Poles. S'il n'étoit qu'une ligne droite, ce qui emporte-

roit que la ſuperficie de la Terre fût plate, on s'éloigneroit de l'Equateur à l'infini ſur cette ligne ſans acquerir un degré de latitude, donc le Meridien étant courbe, moins il l'eſt, plus il faut en parcourir une grande portion pour s'éloigner de l'Equateur de la valeur d'un degré de latitude, donc le Meridien elliptique peut être, & il eſt en effet dans le cas preſent, de telle courbure, que ce qu'il en a vers l'Equateur étant moindre que la courbure toûjours uniforme de l'Equateur, qui eſt un Cercle, il faut que le premier degré de latitude ſur ce Meridien ſoit plus grand qu'un degré de l'Equateur. Les degrés ſuivans du Meridien ſont auſſi plus grands que ceux de l'Equateur juſqu'à un certain point où ils deviennent égaux, après quoi ils ſont toûjours plus petits juſqu'au Pole, & par-là on voit que la ſuite décroiſſante des degrés du Meridien fait une plus grande ſomme que la ſuite toûjours égale des degrés de l'Equateur.

Une Ellipſe quelconque étant ſuppoſée, M. *Caſſini* donne une méthode geometrique de la diviſer en degrés inégaux, deſorte qu'on aura ſur le Meridien elliptique les lieux de la Terre inégalement éloignés qui differeront entre eux d'un degré de latitude.

Il ne s'agit plus que de déterminer de quelle eſpece eſt l'ellipſe du Meridien terreſtre. Toute la nature d'une Ellipſe dépend de la proportion du grand axe au petit, ou, ce qui revient au même, de la proportion du grand axe à la diſtance des deux foyers qui eſt une partie de cet axe. Il faut pren-dre

dre ces proportions telles qu'elles rendent les inégalités qu'on a trouvées par obſervation entre les degrés de latitude terreſtres.

On a vû en 1701. que feu M. *Caſſini* remarquoit, du moins dans l'étenduë terreſtre qui a été meſurée, un certain rapport entre l'Ellipſe de l'Orbite de la Lune & celle d'un Meridien de la Terre. M. *Caſſini* a cherché auſſi ſi l'Ellipſe de l'Orbite Lunaire, où la diſtance des foyers eſt la 23me. partie du grand axe, pourroit être de la même eſpece qu'un Meridien; mais cette hypotheſe s'éloigne trop des obſervations, & il faut pour les retrouver juſte, poſer que la diſtance des Foyers dans l'Ellipſe de la Terre eſt la moitié plus grande par rapport au grand axe, c'eſt-à-dire, qu'elle en eſt environ la 11me. partie. A ce compte l'Ellipſe de la Terre eſt beaucoup plus Ellipſe, pour ainſi dire, & plus differente d'un Cercle que celle de l'Orbite de la Lune.

Si l'on poſe le grand axe de la Terre de 3000. lieuës, ſa 11me. partie qui ſera un peu plus de 272. lieuës ſera la diſtance des foyers, ce qui donne pour le petit axe ou diametre de l'Equateur 2986. lieuës, c'eſt-à-dire, que ce petit axe ne ſera plus petit que le grand que de 14. lieuës, difference aſſez legere, & qui n'empêche pas la Terre d'être ſenſiblement Sphérique. Il faut cependant aller juſqu'à cette préciſion pour connoître la cauſe de l'inégalité des degrés terreſtres de latitude. Si Jupiter eſt ovale, comme il l'a paru quelquefois à feu M. *Caſſini*, il faut qu'il le

le ſoit bien davantage pour le paroître de ſi loin.

M. *Caſſini* trouve en calculant ſon Ellipſe ſelon ſa methode que vers l'Equateur & vers le Pole la difference des degrés eſt ſi petite qu'elle ne va qu'à 2. ou 3. pieds, & qu'au parallele de 45. degrés elle eſt d'environ 11. toiſes ½, plus grande que par tout ailleurs. Heureuſement la Meridienne de la *France* a été tirée du 50. au 40me. degré, & c'eſt ce qui a rendu ſenſible la difference des degrés. Le même ouvrage fait en d'autres Païs n'auroit pas produit cette connoiſſance.

On peut d'abord être étonné que la courbure de l'Ellipſe aille toûjours en croiſſant, ainſi que nous l'avons dit, de l'Equateur juſqu'au Pole, ce qui eſt neceſſaire afin que les degrés diminuent, & que cependant les differences des degrés vers l'Equateur & vers Pole ſoient fort petites & égales. Cela vient de ce que c'eſt l'augmentation perpetuelle de la courbure qui fait la diminution perpetuelle des degrés, & la maniere dont la courbure augmente qui fait auſſi la maniere dont les degrés diminuent. Depuis l'Equateur juſqu'au 45me. parallele la courbure augmente de plus en plus, & par conſequent c'eſt vers l'Equateur qu'elle augmente le moins, & que les degrés plus grands que par tout ailleurs approchent le plus d'être égaux entr'eux. Depuis le 45me. parallele la courbure augmente encore, mais de moins en moins. de ſorte que vers le Pole les degrés plus petits que par tout ailleurs.

ap-

approchent plus de l'égalité. En un mot la courbure croît toûjours depuis l'Equateur jusqu'au Pole, mais la difference de la courbure ne croît que depuis l'Equateur jusqu'au 45me. parallele, & de-là jusqu'au Pole elle décroît.

Dans l'Ellipse de M. *Cassini* les degrés décroissans d'un Meridien terrestre surpassent toûjours les degrés égaux de l'Equateur jusqu'au 54me. parallele, où le degré du Meridien n'est pas plus grand qu'un degré de l'Equateur. Après cela les degrés du Meridien sont toûjours plus petits que ceux de l'Equateur.

Il n'est presque pas necessaire de remarquer que dans l'hypothese de la Terre sphérique toutes les lignes perpendiculaires à sa surface, comme sont toutes les directions des corps pesants, doivent concourir au centre de la Terre, mais non pas dans l'hypothese de la Terre elliptique, parce que les lignes perpendiculaires à la circonference d'une Ellipse ne concourent pas à son centre, mais seulement tombent toutes entre ses foyers. Comme la Terre est peu elliptique, cette difference sera peu considerable, & pourra être négligée sans erreur. L'extrême précision n'a presque d'autre usage que de contenter l'esprit philosophique.

SUR

SUR LES TACHES DU SOLEIL.

LES temps de l'apparition des Taches du Soleil ne sont nullement reglés. Depuis 1695. par exemple, jusqu'en 1700. on n'en avoit point vû. Depuis 1700. nos Histoires en ont été pleines jusqu'en 1710. où l'on n'en vit qu'une, il semble qu'elles tirassent à leur fin. En 1711. & 1712. on n'en a point observé, & il en a paru une seule en 1713. au mois de Mai. Elle n'a été observée que depuis le 19. jusqu'au 26. M. *Cassini* l'ayant rapportée suivant sa méthode ordinaire sur la figure qui représente le disque du Soleil avec son Equateur, & les Poles de sa revolution de 27. jours $\frac{1}{2}$, il a trouvé qu'elle dut passer par le milieu du disque apparent le 25. Mai sur les 5. heures du soir avec une latitude Meridionale de 14. à 15. degrés.

OBSERVATION ASTRONOMIQUE.

LE 6. Decembre à 8. heures 40′ du matin, l'horison étant chargé de vapeurs épaisses, M. *Cassini* apperçut autour du Soleil un cercle lumineux, qui étoit interrom-

pu

pu par quelques foibles nuages. Le Soleil en étoit le centre, & deux Parhelies mal terminés étoient aux deux extremités du diametre horisontal, qui étoit environ de 43°. La lumiere de ce Cercle diminua peu à peu, & le Soleil s'étant élevé au dessus des vapeurs, il n'en resta aucun vestige à 9. heures & demie.

NOUS renvoyons entierement aux Memoires

* L'Ecrit de M. *Maraldi* sur une Etoile du Cygne qui paroît & disparoît.

** La description d'une Machine à porter de grands Verres inventée par M. *Bianchini*.

* Et les Observations de l'Eclipse Lunaire du 2. Decembre, faites par Mrs. *de la Hire*, *Cassini* & *Maraldi*.

* V. les M. p. 61. * V. les M. p. 400. * V. les M. p. 425. & 429.

A-

ACOUSTIQUE.

SUR LES CORDES SONORES,

ET SUR

UNE NOUVELLE DETERMINATION DU SON FIXE.

* DEs Cordes d'Instrumens de Musique étant supposées de même matiere, il n'y a que trois choses qui puissent faire varier leur son, ou, pour parler plus exactement, leur ton; la longueur, la grosseur & la tension. On sait par experience selon quel rapport chacune de ces trois choses fait varier le ton d'une Corde sonore, & il n'y a plus sur cela de doute ni entre les Musiciens, ni entre les Geometres. Il faut se souvenir que l'on entend par un son ou ton le nombre de vibrations qu'une Corde fait dans un temps déterminé, & par le rapport de deux sons ou tons le rapport des nombres

* V. les M. p. 433.

bres de differentes vibrations faites en même temps.

Si deux Cordes ne different qu'en longueur, leurs tons ſont en raiſon renverſée des longueurs.

Si deux Cordes ne different qu'en groſſeur, leurs tons ſont en raiſon renverſée de leurs diametres.

Quant à la tenſion des Cordes, pour la meſurer regulierement il faut les concevoir tenduës ou tirées par des poids, & alors, tout le reſte étant égal, les tons de deux cordes ſont en raiſon directe des racines quarrées des poids qui les tendent, c'eſt-à-dire, par exemple, que le ton d'une Corde tenduë par un poids 4. fois plus grand, eſt d'une octave au deſſus du ton de la Corde tenduë par le poids qui n'eſt que 1.

Donc à raſſembler tout, le nombre des vibrations d'une corde en un temps déterminé eſt d'autant plus grand, ou le ſon de la Corde d'autant plus aigu, que la racine du poids qui la tend eſt plus grande, qu'elle eſt moins longue, & que ſon diametre eſt plus petit, & par conſequent l'expreſſion algebrique générale du rapport de ces trois grandeurs eſt celle du ſon d'une Corde en général, & elle comprend toutes les varietés imaginables dont ce ſon eſt ſuſceptible.

M. *Sauveur*, qui, comme on l'a vû dans pluſieurs des Volumes précédents, a entrepris de faire une nouvelle Science d'Acouſtique, a cherché quelque ligne déterminée par Géometrie, qui eût rapport au ſon exprimé

primé comme nous venons de dire, ce qui ne peut manquer d'être fort utile dans toute cette Théorie.

Pour cela, il a consideré qu'une Corde horisontale attachée fixement par une de ses extremités, passant par dessus une Poulie, & tirée à son autre extremité par un poids, n'est jamais tirée par un si grand poids qu'elle ne se courbe entre son extremité fixe, & la Poulie. La raison en est, comme tout le monde sait, que son propre poids, quelque petit qu'il soit, a toûjours quelque rapport au poids étranger qui la tire tant qu'il est fini, & par consequent il la courbe toûjours un peu, & pour cesser de la courber, & la laisser parfaitement en ligne droite, il devroit être infini. Il faut donc concevoir la Corde entre son extremité fixe & la Poulie comme un arc de Courbe, dont la soutendante est la droite tirée de l'extremité fixe à la Poulie. M. *Sauveur* appelle *Flèche* la ligne tirée du milieu de cet arc perpendiculairement à la soutendante.

Cela posé, une Corde se courbe d'autant plus, ou ce qui est le même, la Fleche de l'arc qu'elle forme est d'autant plus grande, 1°. Que le Poids qui tend la Corde est plus petit. 2°. Que la Corde est plus pesante. 3°. Qu'elle est plus longue. Les deux 1res. conditions sont évidentes, pour la 3me. il est aisé de s'en convaincre en faisant reflexion que quand deux cordes inégales en longueur seroient également pesantes, & tenduës par des poids égaux, il seroit encore impossible à cause de l'inégalité de leur longueur que la Fléche de la plus longue ne fût

fût la plus grande. Car ces deux Cordes étant conçuës comme deux arcs de Courbes divisés en un nombre infini égal de côtés infiniment petits, les angles du premier & du dernier côté d'un arc avec sa soutendante & ceux que feront entre eux tous les autres côtés du même arc, seront égaux aux angles correspondans de l'autre arc, chacun à chacun, & cela à cause de l'égalité supposée des poids; mais les côtés du plus grand arc étant tous plus grands, le premier, par exemple, qui fera le même angle avec la soutendante que le premier de l'autre arc, descendra plus bas, parce qu'il sera plus grand, & ainsi des autres.

Une Corde étant un cylindre, sa solidité ou son poids est le produit de sa longueur par sa base circulaire, ou, comme il ne s'agit ici que de rapports, & que les cercles sont comme les quarrés de leurs diametres, c'est le produit de la longueur par le quarré du diametre.

Donc une Fléche est d'autant plus grande 1°. Que le poids qui tend la corde est plus petit. 2°. Que la longueur de la Corde & le quarré de son diametre sont plus grands. Que la longueur de la Corde est plus grande; puis que la longueur entre deux fois dans cette expression de la Fléche, elle est d'autant plus grande que le poids qui tend la corde est plus petit, & que les quarrés de la longueur & du diametre de la corde sont plus grands.

Donc l'expression algebrique de la grandeur du son ou du nombre de vibrations d'une corde en un temps déterminé, & l'expression de la grandeur de la Fléche ne contiennent que les

les mêmes grandeurs, & ne different qu'en deux points. 1°. La grandeur du ſon & celle de la Fleche dépendent également de ce que certaines grandeurs ſont plus grandes par rapport à d'autres plus petites, mais du ſon à la Fleche cela ſe renverſe, c'eſt-à-dire, que les grandeurs qui dans l'expreſſion du ſon doivent être plus grandes, ſont celles qui dans l'expreſſion de la Fleche doivent être plus petites, & reciproquement. 2°. L'expreſſion du ſon ne prend que les racines quarrées des mêmes grandeurs dont l'expreſſion de la Fleche prend les quarrés. Delà il ſuit que les ſons ou les nombres des vibrations ſont en raiſon renverſée des racines quarrées des Fleches. Et comme la grandeur de la Fleche eſt compoſée de trois differentes grandeurs qui peuvent ſe combiner d'une infinité de manieres, la longueur, la groſſeur & la tenſion de la Corde, quelque differentes que ſoient deux Cordes en ces trois points, leurs tons ſont égaux, pourvû que leurs Fleches ſoient égales, de ſorte que tout ſe réduit à la conſideration des Fleches.

Quoi-que ce qui vient d'être dit puiſſe ſuffire pour établir cette importante propoſition d'Acouſtique, & même pour l'établir ſur ſes fondemens eſſentiels, M. *Sauveur* la démontre d'une maniere toute differente & plus geometrique. Comme il procede par des rapports de lignes, il a beſoin de prendre quelquefois pour égales des lignes qui ne ſont que très-peu differentes, mais il a ſoin de calculer exactement leur difference, & de faire voir qu'elle eſt nulle, non pas en Geometrie,

metrie, mais en Acouftique, c'eft-à-dire, que des fons qui ne differeroient pas davantage ne feroient jamais reconnus par l'Oreille la plus fine pour être differens. La Geometrie pure ne roule que fur des idées de l'Efprit qui n'eft jamais obligé de s'arrêter, & delà vient que la précifion de la Geometrie n'a point de limites, mais celle des Mathematiques mixtes en a neceffairement, parce qu'elles roulent fur des effets bornés de la matiere, ou dépendent des Organes groffiers de nos fens.

Les fons étant en raifon renverfée des racines des Fleches, M. *Sauveur* tire de ce Theoreme une maniere de déterminer combien un fon quelconque fait de vibrations dans un certain temps.

Dans la corde qui fonne le *C-Sol-Ut* du bas du Clavecin, c'eft-à-dire, dans celle qui a le ton le plus bas du Clavecin, & par consequent la plus grande Fleche, M. *Sauveur* a trouvé par experience que la Fleche étoit à la foutendante de la corde courbée, ou ce qui eft le même à très-peu près, à la corde comme 1. à 1600. Si l'on fuppofe que la corde courbée foit un arc de cercle, car une fi petite courbure ne differera jamais sensiblement, ou *acouftiquement* d'une courbure circulaire, on trouvera par le rapport de la Fleche qui eft un finus verfe à la moitié de la foutendante qui eft le finus de l'arc, que l'arc eft environ d'une demi-minute de degré. Cet arc fait fes vibrations autour de la foutendante. Il faut concevoir chaque point de l'arc comme un poids attaché à l'extremité d'une verge, qui eft la

 ligne

ligne tirée de ce point de l'arc à la foutendante parallelement à la Fleche. Voilà donc une infinité de petits Pendules paralleles entre eux qui font leurs vibrations ensemble, & le plus grand de tous eft la Fléche. Les grands font leurs vibrations plus lentement, & les petits plus vîte, d'où il fuit qu'étant tous attachés enfemble, ils fe modifient les uns les autres, & que le tout, c'eft-à-dire l'arc, prend une vîteffe moyenne plus grande que celle d'un Pendule fimple qui feroit égal à la Fléche, & plus petit auffi que celle des plus petits Pendules fimples conçûs dans cet arc. De-là refulte un centre d'Ofcillation *, ou, ce qui revient au même, il y a quelque Pendule fimple plus petit que la Fléche, qui feroit fes vibrations dans le même temps que tout l'arc. M. *Sauveur* trouve par la Theorie des Centres d'Ofcillation que ce Pendule fimple eft égal aux $\frac{4}{5}$ de la Fléche. C'eft felon les mêmes idées que l'on a trouvé dans l'Hift de 1711. ** le centre de gravité d'un arc de Cercle.

Il ne refte plus qu'à favoir de quelle grandeur eft la Fléche de la corde fuppofée qui fonne le *C-Sol-Ut* du bas du Clavecin. M. *Sauveur* a trouvé par experience qu'elle eft de $\frac{1}{323}$ de pouce du pied de *Paris*. D'ailleurs on fait qu'un Pendule fimple de 36. pouces $8\frac{1}{2}$ lignes fait une vibration en une feconde, & comme les nombres des vibrations que font en même temps deux Pendules fimples font en raifon renverfée des racines quarrées de leurs longueurs, il s'enfuit que fi un Pendule de 36. pouces $8\frac{1}{2}$ lignes fait une vibra-

* V. l'Hift. de 1703. p. 140. & fuiv. ** p. 123 & fuiv.

ration en une feconde, un Pendule qui eft s $\frac{4}{5}$ de $\frac{7}{323}$ de pouce & par confequent uffi l'arc de cercle dont il s'agit, fait près e 122. vibrations. Après cela à quelque on que foit une corde quelconque par rapport à la corde fuppofée, on fait par la nature de ce ton combien elle fait de vibrations pendant que celle-ci en fait 122. Par xemple, elle en fait 244. fi elle eft à l'octave gue, &c.

On a vû dans l'Hift. de 1700. * que M. *uveur* avoit trouvé par experience qu'un uyau d'Orgue de 5. pieds devoit faire 100. brations par feconde. Les mêmes expeences repetées depuis avec beaucoup de in l'ont déterminé à prendre 102. vibraons au lieu de 100. pour ce Tuyau. Il à l'uniffon du *La* du bas du Clavecin, & r confequent ce *La* fait 102. vibrations par conde. On fait le rapport du *La* à l'*Ut*, i eft celui de 5. à 3. & fi ce rapport donne 2. vibrations pour le *Ut* du bas du Clave-1, ce fera une confirmation parfaite de tou-les operations & de tous les raifonnemens M. *Sauveur*, qui fera arrivé au même point tenant deux routes auffi differentes, que lle de déterminer les vibrations des Tuyaux Orgues par leurs *battemens*, ainfi qu'on l'a en 1700. & celle de déterminer les vitions des Cordes d'Inftrumens par leurs éches comparées à des Pendules. Mais il vrai que par la premiere voye il trouve vibrations pour le *Ut* du bas du Clave-, au lieu que par la feconde il en a trou-122.

E 2 Cette

* p. 172. & fuiv.

Cette difference le surprit d'abord, mais il remarqua bien vîte que 61. est la moitié de 122. qu'il avoit trouvé 122. pour la Corde en la prenant pour un Pendule, qu'en fait de Pendules, on compte pour une vibration une *allée*, c'est-à-dire, l'arc entier qu'ils décrivent en un sens, & pour une seconde vibration le *retour*, c'est-à-dire, l'arc égal décrit en sens contraire, que quand il trouvoit 61. pour la même Corde c'étoit en la comparant à un Tuyau d'Orgue, qu'il avoit compté les vibrations des Tuyaux d'Orgues par leurs *battemens*, c'est-à-dire, par des coups plus sensibles à l'Oreille, ainsi qu'on l'a expliqué, que par consequent il n'avoit compté pour vibrations dans ces Tuyaux que celles que l'Oreille appercevoit, que de deux vibrations comptées à la maniere des Pendules, elle ne peut appercevoir que celle qui est *l'allée* ou qui vient à elle, & non celle qui est le *retour* & qui va du sens opposé, & qu'enfin en comptant les vibrations par des Tuyaux d'Orgues, c'est-à-dire, entant qu'elles sont senties par l'Oreille, on en doit toûjours trouver pour le même son la moitié moins que quand on les compte à la maniere des Pendules, où l'on a autant d'égard aux vibrations qui nous fuyent, qu'à celles qui viennent à nous. Ainsi non seulement cette difference qui paroissoit renverser tout le Systême de M. *Sauveur*, le confirme à souhait, mais elle produit encore cette nouvelle proposition. Que deux vibrations *geometriques*, si l'on veut appeller de ce nom celles des Pendules, ne valent qu'une vibration *acoustique*.

Puis que le *Ut* du bas du Clavecin fait

en

en une ſeconde 61. vibrations acouſtiques, le *Ut* du milieu qui eſt de deux Octaves plus haut en fera 244. Ce nombre, parce qu'il eſt au milieu du Clavecin, ſeroit commode pour être le ſon fixe, d'où l'on compteroit les Octaves ſuperieures & inferieures. Mais il lui manque une commodité conſiderable. La ſuite des Octaves procede toûjours ſelon la progreſſion double, 1. 2. 4. &c. ou, ce qui eſt la même choſe, ſelon les puiſſances de 2. & il ſeroit à ſouhaiter que le nombre qui exprimeroit le ſon fixe en fût une pour ſe trouver juſte au commencement d'nne Octave. 244. n'eſt pas une puiſſance de 2. mais 256. peu éloigné de 244. en eſt une, & c'eſt la 8me. Par le rapport de 244. à 256, on ſait de quel ton au deſſus de la Corde de 244. vibrations, ſera celle qui en fera 256. C'eſt celle-là que M. *Sauveur* prend maintenant pour la Corde qui rend le ſon fixe, & il renonce à celle qui fait 100. vibrations, & qu'il avoit priſe en 1700. pour le même uſage. Les raiſons de ce changement viennent d'être expliquées.

Le ſon qui fait 256. vibrations par ſeconde étant donc établi pour ſon fixe & moyen, on trouve aiſément par les rapports connus que tous les tons poſſibles ont entre eux, quel nombre de vibrations font tous les ſons qui ſont au deſſus ou au deſſous du ſon fixe. M. *Sauveur* en a conſtruit une Table, dont la ſeule vûe inſtruira plus que tout ce que nous en pourrions dire. Chaque ſon y a ſon nom particulier ſelon la nouvelle langue que M. *Sauveur* a inventée pour la Muſique

fique *. Par-là dès que l'on connoît le ton d'un corps fonore, on fait & quel nombre de vibrations il fait réellement en un temps déterminé, & on peut donner au fon qu'il rend un nom qui le diftingue de tout autre fon. Par exemple, on éprouve affez communément qu'à l'occafion de certains fons forts, comme de Tambours, de Cloches, de Baffes de Violon, des Vitres ou des Planches tremblent, & même on fe fent quelquefois les Entrailles émües. Ces corps agités font apparemment alors à l'uniffon des Corps fonores, & l'on faura quelle eft la grandeur de leur agitation, & le nombre de vibrations qu'ils font en un certain temps. On verra par-là que ces nouvelles connoiffances peuvent s'étendre jufqu'à la Phyfique, & il n'y pas lieu de s'en étonner; la Mufique, principalement lors qu'elle eft traitée par des Philofophes, n'eft que la Phyfique des fons.

MR. de *Reaumur* a donné la Defcription de l'Art du Tireur d'Or.

Et M. *Parent* une Suite & une Conclufion de fa Mechanique fans frotement & avec frotement, dont il a été parlé dans l'Hift. de 1704. ** & dans celle de 1712. *

* V. l'Hift. de 1701. p. 133. & 134. ** p. 118. & fuiv.
* p. 104.

MA-

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVE'ES PAR L'ACADEMIE EN M. DCCXIII.

I.

UNE Machine de M. *des Camus* pour battre des Pilotis. Toute la Charpente qui la compose a paru d'une bonne construction, tant pour faire que le Mouton aille frapper sur la tête du Pilotis, que pour l'élever avec un Vindas d'une construction particuliere, en quoi consiste la principale partie de l'invention. La disposition de toute la Machine est telle, que les Manœuvres peuvent continuer toûjours à tourner le Cable pour relever le Mouton sans perdre de temps, ce qu'on a trouvé fort commode, & bien executé.

II.

Un Carrosse du même M. *des Camus* suspendu par le milieu de son corps, & que l'Auteur prétend par cette suspension rendre plus doux, & non sujet à verser, en cas qu'une des Roües manque. Il n'a pas semblé qu'il dût être plus doux, mais on a crû que dans le cas proposé il ne verseroit point. Cependant on a trouvé quelques inconveniens à cette suspension.

III.

Un Traîneau de M. d'*Hermand* Ingenieur

sur plusieurs Rouleaux attachés ensemble, qui se succedent les uns aux autres, & épargnent la peine de transporter continuellement comme on fait d'ordinaire, trois ou quatre Rouleaux du derriere au devant du Traîneau, à mesure qu'il avance, On a trouvé la Machine ingenieusement inventée, mais on a cru que le Traîneau ordinaire seroit plus commode, quand le chemin n'est pas droit, ou que les lieux ne sont pas fort unis.

IV.

Un Pont flotant du même M. d'*Hermand*, composé de plusieurs pièces, & qui se place de lui-même de l'autre côté d'une Riviere, quelque large qu'elle soit, sans que l'on soit obligé d'y faire passer personne. Il fut monté en 10. minutes 35' sur la largeur du Canal de *Versailles* en presence du feu Roi, & les Gardes *Françoises* & *Suisses* défilerent dessus à 4. de hauteur.

M. *des Camus* prétendit être l'auteur de cette invention, & allegua qu'il y avoit quelques années qu'il avoit fait un Pont de cette espece à *Bercy*, chez M. *Pajot d'Ozembray*, fort curieux de Machines, & connoisseur. L'Academie envoya des Commissaires à *Bercy*, & ils verifierent qu'en effet le Pont de M. *des Camus* y étoit depuis 1710. M. d'*Hermand* ne disputa point à M. *des Camus* sa primauté, mais il assûra simplement qu'il n'en avoit rien sû.

Les deux Ponts ont cela de commun qu'ils sont composés de Coffres d'une figure assez semblable, mais ils different par l'assemblage de ces Coffres. Celui de M. *des Camus* dépend de Vis, d'Ecroux & de Crochets de Fer, &

& eſt très-ingenieux Celui de M. d'*Hermand* ſe fait par des Mortoiſes, des Tenons & des Chevilles de Bois, il eſt ſimple, d'execution prompte & facile, & n'a point la rouille à craindre.

Depuis M. *des Camus* preſenta à l'Academie un Modele du même Pont avec un nouvel avantage. D'eſpace en eſpace quelques Coffres étoient aſſemblés à Charnieres par leur bord ſuperieur, ce qui donnoit la facilité de jetter le Pont tout aſſemblé dans un foſſé dont le bord ſeroit eſcarpé, parce que le Pont ſe plioit dans les endroits aſſemblés à charnieres. L'Auteur avoit eu attention que les Vis, les Ecroux & les Crampons fuſſent de Cuivre, pour être à couvert de la rouille.

ELOGE

DE M. BLONDIN.

PIERRE BLONDIN nâquit le 18. Decembre 1682. de Parens qui vivoient de leur patrimoine dans le *Vimeu* en *Picardie*. Après avoir fait ſes Humanités dans la Ville d'*Eu*, il vint à *Paris* en 1700. & y demeura avec deux freres ſes aînés, qui étudioient alors pour être ce qu'ils ſont preſentement, l'un Avocat, l'autre Docteur de la Maiſon de Sorbonne. Pour lui, outre ſon cours de Philoſophie qu'il faiſoit, il prit differens Traités de Mathematique au College Royal;

 enſuite

ensuite il alla aux Ecoles de Medecine, au Théatre de S. *Cosme*, au Jardin du Roi, mais il se sentit plus particulierement attiré au Jardin du Roi, & il y suivit avec une extrême assiduité les Démonstrations des Plantes qu'y faisoit feu M. *Tournefort*.

Bientôt le Maître distingua M. *Blondin* dans la foule de ses Disciples, & s'il lui arrivoit quelquefois de ne se pas rappeller sur le champ le nom, ou la définition de quelque Plante, c'étoit à lui qu'il avoit recours. Il le chargeoit même de remplir sa place, lorsqu'il étoit indisposé, honneur qu'il n'auroit osé faire à quelqu'un à qui on auroit pû le contester legitimement.

Nous avons déja dit dans l'Eloge de M. *Tournefort* combien la Botanique est une Science laborieuse & penible pour le corps même. Il y a des Peuples qui ne se sont point encore avisés de faire des provisions pour leur subsistance, & qui sont obligés d'aller la chercher tous les jours dans les Campagnes, & dans les Bois. On pourroit dire que les Botanistes leur ressemblent. Ils n'ont point leurs provisions amassées dans leur Cabinet, comme plusieurs autres especes de Savans, & il faut qu'ils aillent avec beaucoup de fatigues chercher au loin dans les Bois & dans les Campagnes les alimens de leur curiosité. M. *Blondin* n'épargna rien pour satisfaire la sienne, il herborisa dans toute la *Picardie*, dans la *Normandie*, dans *l'Ile de France*, rien ne lui échappoit de ce qui pouvoit être soupçonné de cacher quelque Plante, & les toits même des Eglises ne lui étoient pas inaccessibles.

Aussi trouva-t-il dans la *Picardie* seule environ

viron 120. Plantes, qui n'étoient pas au Jardin Royal, & que même on n'y connoissoit pas, & il en découvrit en *France* plusieurs especes que l'on croyoit particulieres à l'*Amerique*. Il faut que la Botanique soit bien vaste, si après tant de recherches de tant d'habiles gens on a pû prendre pour des productions d'un autre Monde ce que l'on fouloit ici sous les pieds.

En 1712. M. *Blondin* entra dans l'Academie en qualité d'Eleve de M. *Reneaume*. On n'a vû de lui qu'un seul Ecrit, où il changeoit à l'égard de quelques Especes de Plantes les Genres sous lesquels M. *Tournefort* les avoit rangées. Il lui marquoit tout le respect que son Disciple lui devoit, & que même tout autre Botaniste lui auroit dû, & l'on peut bien combattre ces grands Auteurs sans leur manquer de respect, pourvû que l'on reconnoisse qu'eux-mêmes nous ont mis en état de les combattre. On prétend que ce n'étoit là qu'une premiere tentative, que M. *Blondin* vouloit aller plus loin, & qu'enfin il meditoit un Systême des Plantes different de celui de son Maître. Plus cette premiere tentative fut modeste, plus on a lieu de croire que le dessein n'étoit pas temeraire, & enfin quand il l'eût été, ce n'étoit pas une temerité d'un mediocre Botaniste.

Son grand savoir dans la Botanique n'étoit pas sterile. Il composoit plusieurs medicamens de Plantes, dont les succès lui avoient acquis dans sa Province la réputation d'habile Medecin. Il avoit été reçû Docteur à *Rheims* en 1708. & il alloit se mettre

tre

tre ſur les Bancs à *Paris*, où il étoit déja eſtimé des plus celebres de cette Faculté, mais il mourut d'une groſſe fiévre avec une oppreſſion de poitrine le 15. Avril 1713.

Il avoit toute la candeur que l'opinion publique a jamais attribuée à ſa Nation, & la vie d'un Botaniſte qui connoît beaucoup plus les Bois que les Villes, & qui a plus de commerce avec les Plantes qu'avec les Hommes, ne devoit pas avoir endommagé cette précieuſe vertu Un ſemblable caractere renferme déja une partie de ce que demande la Religion, & il eut le bonheur d'y joindre le reſte.

Il a laiſſé des Herbiers fort amples & fort exacts, de grands amas de Graines, quantité de Memoires curieux, & en aſſez bon ordre, & on aſſûre qu'il en couteroit peu de travail pour mettre ſa ſucceſſion en état d'être recueillie par le Public.

MEMOIRES
DE
MATHEMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,

TIRÉS DES REGISTRES de l'Academie Royale des Sciences,

De l'Année M. DCCXIII.

OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES faites à l'Observatoire Royal.

Par M. DE LA HIRE.

* VOICI les Observations de la quantité d'Eau de Pluïe & de Neige fonduë avec les changemens de temps marqués par le Thermometre & le Barometre pendant toute l'année derniere 1712. Toutes ces Observations ont été faites comme les années précedentes, & dans le même lieu, & avec les mêmes instrumens. Il est tombé de hauteur d'Eau

* 7 Janvier 1713.

	lignes		lignes
En Janvier . . .	$20\frac{1}{8}$	En Juillet . . .	$36\frac{1}{2}$
Fevrier . . .	$8\frac{1}{2}\frac{1}{4}$	Août . . .	6
Mars	$6\frac{1}{4}$	Septembre .	$39\frac{1}{4}\frac{1}{8}$
Avril. . . , . .	$51\frac{1}{8}$	Octobre . .	$25\frac{1}{2}\frac{1}{4}$
Mai	$12\frac{1}{4}\frac{1}{8}$	Novembre .	$16\frac{1}{4}$
Juin	$23\frac{1}{8}$	Decembre . .	$8\frac{1}{2}\frac{1}{8}$

Somme de la hauteur de l'Eau de toute l'année 254. lignes $\frac{1}{4}$ ou 21. pouces 2. lignes $\frac{1}{4}$ ce qui est plus que les années moyennes que nous avons déterminées à 19. pouces.

Mon Thermometre a été au plus bas le dernier jour de l'année, & il marquoit 24. $\frac{3}{4}$ de ses parties à très-peu près comme le 8. Janvier, ce qui fait connoître que le froid n'a pas été grand, car il descend assez souvent jusqu'à 14. & dans l'état moyen il est à 48. comme dans le fond des Carrieres de l'Observatoire, où il demeure toûjours au même point.

Ce Thermometre a été au plus haut à 64. parties le 16. Août; mais comme c'étoit au lever du Soleil, qui est le temps où je fais toûjours toutes ces observations, & que dans la plus grande chaleur du jour qui est vers 2. heures après midi, il remonte par dessus l'état du matin de 12. parties, il faudroit le considerer à 76. parties pour la plus grande chaleur, & par conséquent la difference marquée entre le plus grand froid & le plus grand chaud seroit de 52. parties, dont la moitié est 26. qui étant ajoûtez à 24. seroient 50. ce qui n'est pas éloigné de 48. d'où l'on connoît que le froid

froid a été à très-peu près autant au dessous de l'état moyen que la chaleur au dessus.

Mon Barometre ordinaire a été au plus haut à 28. pouces 4. lignes $\frac{2}{3}$. Le 10. Fevrier & les jours aux environs de celui-ci il étoit toûjours fort haut, le Ciel étoit alors assez serein & très-peu de vent vers le Nord, & je remarque encore que toutes les fois que ce Barometre a été plus haut que 28. pouces, ce qui est arrivé assez souvent pendant l'année, le vent a été vers le Nord & vers l'Est, & quelquefois avec des brouillards. J'ai un autre Barometre où le Mercure est toûjours plus haut de 3. lignes que dans celui où j'observe ordinairement. Ce même Barometre ordinaire a été au plus bas une seule fois le 6. Novembre à 26. pouces 10. lignes $\frac{2}{3}$ le Ciel étant serein avec un vent mediocre à l'Est, mais aussi-tôt le Mercure remonta, & le vent passa vers l'Ouest & le Sud-Ouest; la différence entre le plus haut & le plus bas de ce Barometre a été d'un pouce 6. lignes comme à l'ordinaire.

Il n'y a rien pour les vents de cette année qui merite d'y faire attention; mais je remarque en general que dans ce pays-ci toutes les fois que le vent de Sud-Ouest & de Ouest regne pendant quelque tems, le Ciel est couvert vers le soir & au commencement de la nuit, & que vers le matin il est serein. Il me semble que la raison en est assez claire, car pendant l'après midi le Soleil donnant assez à plomb sur les Mers qui sont à notre couchant, en éleve beaucoup de vapeurs qui nous sont aportées ensuite vers le commencement de la nuit, au contraire pendant la nuit il s'éleve peu de va-

 peurs

peurs de ces mêmes Mers, & le vent durant toûjours le même, le Ciel doit être assez serein vers le matin.

REMARQUE.

Il arrive presque toûjours que ceux qui ont été blessés en quelque partie du corps, y sentent des douleurs toutes les fois que le temps se dispose à changer. Voici de quelle maniere j'ai pensé qu'on pouvoit l'expliquer. Le tissu des parties offensées doit être fort délicat, ensorte qu'on ne peut pas les toucher sans sentir de la douleur; & dans les changemens de temps, l'air devenant ou plus leger ou plus pesant, fait une impression extraordinaire sur ces parties, ou en les comprimant, ou en les étendant comme si elles en étoient touchées, ce qui peut causer la douleur qu'on y ressent.

De la Déclinaison de l'Aiman.

Nous avons trouvé la déclinaison de l'aiguille aimantée de 11. degrés 15. minutes le 30. Decembre. Cette observation a été faite avec l'aiguille de 8. pouces de longueur dont nous nous servons ordinairement, & dans le même lieu que les années précedentes, qui est un gros pilier placé au bout de la Terrasse de l'Observatoire vers le midi. On applique le côté de la boëte de la boussole contre une des faces de ce pilier, & l'on a verifié, il y a long-temps, que cette face étoit exactement tournée vers le Couchant, en y mettant contre une grosse regle qui portoit deux pinnules à ses extremités, pour voir

voir si le rayon du Soleil qui passoit par les pinnules, convenoit avec le vrai midi marqué par les grandes Horloges à pendules reglées sur le Soleil, ce qui s'est trouvé fort juste, car ce batiment avoit été orienté avec beaucoup de soin & de précautions par feu M. *Picard.*

Nous avons observé aussi dans le même temps la déclinaison de l'Aiman avec une autre aiguille de 4 pouces seulement, & nous l'avons trouvée la même qu'avec celle de 8. pouces.

OBSERVATIONS

Sur une espece d'Enflûre appellée Emphyseme.

Par M. LITTRE.

* UNE Enflûre de cette espèce, d'une grandeur monstrueuse, & que j'ai examinée depuis peu avec soin, m'a engagé de parler de ces sortes d'Enflûres. Je le fais d'autant plus volontiers, que je ne sache point d'Auteur qui se soit donné la peine d'en expliquer les causes & la maniere dont elles se forment.

L'Enflûre nommée *Emphyseme*, est une tumeur contre nature faite d'air.

Cette tumeur a son principal siege dans la graisse sous la peau qui recouvre la poitrine. Lorsqu'avec le doigt on la presse, on sent une espece de fretillement. Le doigt y fait aisément une impression; mais presqu'aussitôt que la pression cesse, la partie enfoncée se re-

* 18 Janvier 1713.

releve & le creux se remplit. Enfin cette tumeur accompagne quelques-unes des playes qui penetrent dans la capacité de la poitrine.

On divise les playes qui penetrent dans la capacité de la poitrine, en celles qui parviennent jusques dans la capacité, mais qui ne blessent aucune des parties qui y sont contenuës, & que nous appellerons *playes penetrantes simples*; & en celles qui parviennent non seulement dans la capacité, mais qui blessent les parties contenuës, & que nous nommerons *playes penetrantes composées*. Les unes & les autres peuvent être suivies d'un Emphyseme.

Les playes penetrantes simples sont suivies d'Emphyseme, lorsqu'ellee sont étroites; que leur direction se trouve tortueuse; & que par leur moyen il entre de l'air dans la capacité de la poitrine, dont il ne peut sortir par l'endroit, par où il y est entré.

Les playes penetrantes composées sont aussi suivies d'Emphyseme comme les simples, lorsque leur diametre est petit, & qu'avec cela le poumon est blessé sans l'être pourtant considerablement. A quoi il faut ajoûter, que les autres parties renfermées dans la capacité de la poitrine, ne doivent point avoir été blessées, ou l'avoir été legerement.

La raison de cela est, que lorsque la playe est considerable dans ces parties, il s'épanche une si grande quantité de sang dans la capacité de la poitrine, que le blessé est étouffé, avant que l'air, qui s'y épanche aussi, puisse former un Emphyseme. D'ailleurs quand la mort même n'arriveroit pas; le sang presse trop le poumon & embarrasse trop

trop l'air pour qu'il se puisse faire un Emphyseme.

On n'a point d'Emphyseme à craindre ni dans les playes penetrantes simples, ni dans les penetrantes composées, lorsqu'elles sont larges, droites, & que l'air entré par ces playes dans la capacité de la poitrine, en peut sortir librement par la même voye qu'il y est entré.

L'air peut parvenir dans la capacité de la poitrine par deux voyes & de deux endroits differents. Dans les playes penetrantes simples, il est conduit du dehors du corps par la playe ; & outre ce premier passage, le poumon dans les penetrantes composées y en fournit un second, par l'endroit où il a été blessé. On va voir dans ce qui suit la maniere dont tout cela se peut faire.

Notre respiration est composée de deux sortes de mouvemens, qui se succedent l'un à l'autre sans relâche pendant que nous vivons. On donne le nom d'inspiration à l'un de ces mouvemens, & celui d'expiration à l'autre.

Dans l'inspiration la poitrine est dilatée par des muscles destinez à cet usage. Par l'action de ces muscles les parois de la poitrine se trouvent disposées de maniere, que les côtes du côté droit s'écartent de celles du côté gauche, le sternon s'éloigne des vertebres du dos, & le diaphragme descend dans la cavité du ventre.

Lorsque la poitrine se dilate, d'un côté sa capacité s'élargit à proportion, & le poumon, qui y est contenu, en fait de même, il se moule à la capacité, l'occupe & la remplit

de ſorte qu'il n'y reſte aucun vuide; de l'autre côté, ſes parois, acquerant plus de volume, pouſſent de tous côtés l'air qui les environne, & le déterminent à s'engager dans le poumon, où il rencontre moins de reſiſtance. Par la même raiſon il s'inſinuë de l'air entre les panneaux d'un ſoufflet, lorſqu'on les écarte l'un de l'autre. Le reſſort de l'air & ſa peſanteur concourent encore à le faire entrer dans le poumon pendant la dilatation de la poitrine.

La bouche & le nés donnent à l'air un paſſage pour arriver à la trachée artere; celle-ci ſe diviſe en pluſieurs branches & en une infinité de rameaux, & ceux-ci ſe terminent en de petites veſicules.

L'inſpiration finie, l'expiration commence, en voici la raiſon & la maniere.

Lorſque les muſcles, qui ſervent à dilater la poitrine, ſe mettent en contraction, ils tirent & allongent ceux qui doivent la reſſerrer. A l'occaſion du tiraillement & de l'allongement des muſcles deſtinés à reſſerrer la poitrine, leurs nerfs, leurs veines & leurs arteres ſe trouvent preſſés, leur diametre diminuë, & il n'y coule preſque plus ni eſprits ni ſang, juſqu'à ce que l'effort, que font les eſprits & le ſang arrêtés à l'entrée de ces muſcles, pour y entrer, devienne ſuperieur à celui des eſprits & du ſang, qui tiennent les muſcles antagoniſtes en contraction; à quoi donne bien-tôt lieu la diſſipation continuelle d'eſprits, qui ſe fait dans les muſcles qui ſont en contraction, pendant qu'au contraire il ſe porte & s'accumule de plus en plus du ſang & des eſprits dans les vaiſſeaux des muſcles allon-

longés & relâchés. Par cette mechanique les muſcles deſtinés à reſſerrer la poitrine, ſe contractent à leur tour, & tirent & allongent ceux qui ſervent à la dilater. Et ces deux mouvemens une fois établis ſe produiſent l'un l'autre alternativement pendant la vie que l'inſpiration commence & que l'expiration finit.

Dans l'expiration la poitrine ſe reſſerre. En ſe reſſerrant elle preſſe le corps du poumon, & par cette preſſion elle détermine chacune des parties de ce viſcere à ſe reſſerrer auſſi par les fibres charnuës, dont elles ſont munies. Par ces deux moyens l'air eſt chaſſé des veſicules & des bronches du poumon & pouſſé hors du corps par la bouche & par le nez.

Les muſcles du ventre, en ſe contractant en même temps que ceux qui reſſerrent la poitrine, concourent à la même action. En effet, en pouſſant les parties enfermées dans la capacité contre le diaphragme, ils preſſent le poumon en le pouſſant de bas en haut, pendant que les côtes le preſſent par les côtés, & que le ſternon le preſſe par devant.

L'inſpiration & l'expiration dans l'état naturel ſe font d'une maniere aiſée, douce, égale & réguliere, au lieu que dans l'état contre nature ces deux mouvemens ſe font difficilement, avec violence & d'une maniere précipitée & irreguliere. En effet lorſque la poitrine eſt bleſſée, ſur tout ſi la playe penetre dans la capacité & encore davantage ſi elle intereſſe le poumon, il ſe gliſſe de l'air & s'épanche du ſang par ces playes dans

la capacité qui gênent & fatiguent ce viſcere & l'empêchent de ſe dilater à ſon ordinaire, parce que ces deux liquides épanchés occupent une partie de l'eſpace, que ce viſcere devroit occuper ſeul.

Pour lors le bleſſé fait machinalement des reſpirations plus promptes, plus frequentes & plus fortes, mais moins grandes: d'où il reſulte, ſans qu'il y penſe, une eſpece de compenſation, c'eſt-à-dire, qu'il reçoit plus d'air dans le poumon, & qu'il ſe trouve ſoulagé en quelque maniere.

Pendant ces deux mouvemens violens, ſur-tout pendent celui de l'expiration, l'air épanché par la playe dans la capacité de la poitrine, preſſé & pouſſé fortement de tous côtés, fait effort pour s'échapper. Il s'échape enfin dans les playes penetrantes ſimples par l'ouverture qui eſt dans la pleure, les muſcles intercôtaux, &c. & dans les playes penetrantes compoſées il s'échape & par l'ouverture de la pleure & peut-être par celle qui eſt dans le poumon.

Si l'air, qui s'échape de la capacité de la poitrine par l'ouverture de la pleure ne trouve pas ouvert le reſte de la route, qui lui a donné entrée dans cette capacité, parce qu'elle eſt bouchée & fermée en quelque endroit, ſoit par un arrangement nouveau des chairs coupées, ſoit par leur réünion; pour lors cet air cherche à ſe faire d'autres voyes à travers les premieres parties qui ſe préſentent; il force peu à peu, & les liens qui les attachent entre elles, & ceux qui tiennent étroitement jointes enſemble les fibres, dont ces parties ſont compoſées; il ſepare & écarte les

les unes des autres, & les oblige à ceder à son effort & à lui donner passage. De ces parties il passe à d'autres plus éloignées, soûtenu par un autre air, qui le pousse sans cesse par derriere, celui-ci est poussé par un troisiéme, & ainsi de suite. Et d'interstices en interstices la plus grande partie de cet air parvient enfin jusqu'à la peau, où il est arrêté par la densité & l'épaisseur de cette membrane, pendant que l'autre demeure en chemin dans les intervalles des parties ou de leurs fibres.

L'air, qui parvient jusqu'à la peau, se loge principalement dans les cellules de la graisse qui est au-dessous, les étend, s'y accumule, souleve la peau & forme avec celui qui est arrêté dans les interstices des autres parties, la tumeur qu'on appelle Emphyseme. D'où il paroît, que le poumon produit ici le même effet, que le soufflet que le Boucher employe pour détacher plus facilement la peau d'un Veau ou d'une autre bête.

L'air, qui dans les playes pénétrantes composées s'insinuë de la capacité de la poitrine dans le poumon par la playe de ce viscere, peut gagner insensiblement les racines des veines & des vaisseaux lymphatiques, se porter dans les rameaux, les branches & le tronc de la veine pulmonaire, & celui-ci au ventricule gauche du cœur. De ce ventricule cet air peut passer par le moyen des arteres jusqu'à la peau. Là il peut s'échapper par les glandes de la graisse dans ses cellules, où se mêlant avec l'air, qui y est porté par la premiere voye, concourt avec lui à la production du même Emphyseme. L'experience

nous apprend que dans les Emphyſemes le pus contenu dans la capacité de la poitrine paſſe dans les poumons par les racines des veines, qu'il ſe porte dans les reins & ſort du corps avec les urines.

L'Emphyſeme, dont ſont ſuivies les playes penetrantes ſimples, ne ſauroit être ni conſiderable ni dangereux, parce que l'air, qui le produit, eſt en petite quantité; qu'il ſe diſſipe bientôt par la chaleur & le mouvement des parties voiſines; & qu'il ne ſauroit être reparé par un nouveau, la voye, par où ce nouvel air pourroit être porté du dehors du corps dans la capacité de la poitrine, &c. ſe fermant, après la formation de cet Emphyſeme, en quelque endroit de ſon étenduë.

Pour l'Emphyſeme, qui ſurvient aux playes penetrantes compoſées, il eſt aiſé de concevoir, qu'il peut devenir bien plus conſiderable. Cet Emphyſeme a non ſeulement pour cauſe le même air que les playes penetrantes ſimples, mais encore celui qui s'échape continuellement du poumon par la playe de ce viſcere.

Cet Emphyſeme peut durer autant que la vie du bleſſé, parce qu'il ne vît qu'autant qu'il reſpire; qu'il ne peut reſpirer, que ſon poumon ne ſe dilate & ne ſe reſſerre alternativement. Or le poumon ne peut ſe dilater, que ſa playe ne s'entr'ouvre, ni la playe s'entr'ouvrir, qu'il ne s'échape de nouvel air dans la capacité de la poitrine, & qu'il ne s'y en échape autant qu'il en faut pour faire durer l'Emphyſeme durant la vie du bleſſé, à moins que la playe du poumon ne vienne à ſe guérir, ce qui eſt difficile, tant à cauſe du mouve-

vement continuel de ce viscere, qu'à cause que l'air enfermé dans la capacité de la poitrine, l'irrite contiuuellement. Dans l'expiration le poumon est pressé par les parties qui l'environnent & il se resserre par ses propres fibres charnues, deux causes qui doivent donner lieu à l'air de s'échaper du poumon par ses vesicules ouvertes, passer dans la capacité de la poitrine & fournir de quoi entretenir l'Emphyseme.

Voici à present mon observation.

Un homme âgé de trente ans d'une constitution fort sanguine, très-charnuë & d'une vigueur extrême, reçut un coup d'épée dans la poitrine, dont il mourut cinq jours après. On l'auroit peut-être sauvé, s'il avoit voulu souffrir l'operation de l'Empyeme.

Durant sa maladie il lui survint un Emphyseme d'une grandeur monstrueuse. On le saigna six à sept fois, parce qu'il crachoit du sang & qu'il ne pouvoit respirer, qu'en faisant des efforts de la derniere violence & sur-tout pendant les derniers jours.

Le blessé étant mort, j'ouvris son cadavre, j'en examinai principalement trois choses, 1°. l'Emphyseme, 2°. les yeux & 3°. la poitrine avec sa playe.

L'Emphyseme, qui d'ordinaire n'a que deux à trois pouces d'épaisseur, & qui n'occupe qu'une partie de l'habitude de la poitrine, étoit dans ce cadavre épais de onze pouces & occupoit toute l'habitude du corps, excepté la plante des pieds, le dedans des mains & la partie superieure de la tête.

Il étoit plus épais sur la poitrine qu'au reste du corps; du côté de la playe, que du côté opposé; & par devant que par derriere.

Il avoit 11. pouces d'épaiſſeur ſur la poitrine, 9. ſur le ventre, 6. au col & 4. dans les autres parties du corps. La plus grande partie de l'air, qui produiſoit l'Emphyſeme, étoit contenu dans les cellules de la graiſſe ſituée ſous la peau.

Cet Emphyſeme étoit plus épais à la poitrine qu'au reſte du corps, parce que l'air qui pouvoit produire l'Emphyſeme, devoit ſortir de la capacité de la poitrine par ſa playe, par conſéquent cet air avoit eu plus d'occaſion de ſe répandre ſur la poitrine que ſur les autres parties du corps.

Le même Emphyſeme avoit plus d'épaiſſeur à la partie anterieure de la poitrine & du ventre qu'à la poſterieure, parce qu'il y a naturellement beaucoup plus de graiſſe ſous la peau qu'à la poſterieure, par conſequent plus de cellules, où eſt le ſiege principal de l'Emphyſeme. Outre que les cellules y ſont plus nombreuſes, elles y ſont encore plus grandes. D'ailleurs la peau auſſi-bien que les membranes, qui forment les cellules de la graiſſe, ſont plus minces & d'un tiſſu plus lâche à la partie anterieure, par conſequent elles s'étendent plus facilement. Ainſi la peau & les cellules ont dû moins reſiſter aux efforts de l'air, ſe laiſſer étendre davantage; en recevoir une plus grande quantité & produire une tumeur plus groſſe qu'à la partie poſterieure.

Il ne s'eſt point formé d'Emphyſeme à la plante des pieds, au dedans des mains, ni à la partie ſuperieure de la tête. La peau en ces trois endroits-là, y tient plus fortement aux parties voiſines, & elle y eſt d'un tiſſu plus

plus épais & plus serré. D'ailleurs les membranes, qui y composent les cellules, sont aussi plus denses & plus épaisses; outre cela il y a moins de graisse; & cette graisse y est plus grossiere & plus ferme. Enfin le grand éloignement, qu'il y a de ces trois parties à l'origine de l'Emphyseme, y doit entrer pour quelque chose; car il faut que l'air, avant qu'il arrive aux parties éloignées, ait passé à travers un grand nombre d'autres, soit par les interstices des parties, soit par la voye des vaisseaux, par consequent qu'il ait perdu beaucoup de sa force en parcourant ce chemin. Cet air n'a donc pû y parvenir ou y conserver assez de force pour y dilater les cellules de la graisse, élever la peau & former un Emphyseme.

On peut attribuer la grandeur monstrueuse de cet Emphyseme, principalement à trois choses.

1°. A la vigueur extrême du blessé qui étoit à la fleur de son âge, & d'une constitution fort sanguine & très-charnuë.

2°. Aux efforts violens qu'il a faits pendant plusieurs jours pour respirer dans sa maladie; efforts, qui par leur durée & par leur violence ont dû suffire pour faire passer assez d'air de la capacité de la poitrine à toute l'habitude du corps, & y produire un tel Emphyseme.

3°. A la playe en ce qu'elle interessoit le poumon; & qu'elle y étoit assez longue pour qu'il y eût dans ce viscere assez de vesicules ouvertes, & qu'il s'en échapât dans la capacité de la poitrine assez d'air pour produire un Emphyseme de cette grandeur.

Les

Les yeux dans ce cadavre étoient si gros, qu'ils sortoient en partie de leurs orbites. J'en détachai un d'abord, ayant eu soin d'en lier à nœud coulant les vaisseaux avant que de les couper. Cet œil avoit 16 lignes de diametre. Il étoit leger & tendu comme un balon. Puis je fis promptement lâcher les vaisseaux liez, & je pressai ce globe en même temps entre mes doigts. Il en sortit d'abord de l'air avec impetuosité, & sur la fin à force de le presser il en sortit quelques petites gouttes de sang qui étoit fort vermeil. Ce globe diminua de plus de la moitié de son volume durant la pression. Mais il en reprit une partie peu de temps après, apparemment par la rarefaction de l'air qui y étoit resté.

Ensuite j'ouvris le même globe. J'y trouvai peu de sang. L'humeur vitrée étoit à demi-fonduë, & l'aqueuse étoit plus fluide qu'elle n'a accoûtumé d'être. Je remarquai de petites bulles d'air dans l'une & l'autre de ces humeurs, principalement dans la vitrée, où vrai-semblablement il avoit été arrêté par la viscosité qui lui restoit encore.

Je procedai de la même maniere à l'égard de l'autre globe, où je fis à peu près les mêmes remarques que dans le premier.

Après avoir examiné les yeux, je passai à l'examen de la poitrine & de sa playe.

Avant que d'ouvrir la poitrine, j'y fis un trou entre deux côtes vers leur milieu, faisant presser en même temps la poitrine & le ventre. Il sortit par ce trou en forme de vapeur de l'air en assez grande quantité qui étoit fort puant.

Je fis ensuite l'ouverture de la poitrine. J'ob-

J'obſervai qu'il y avoit dans la cavité droite environ deux poëlettes de ſang épanché qui étoit purulent; que la playe pénétroit non ſeulement dans la capacité, mais qu'elle pénétroit auſſi dans un des trois lobes du poumon droit; que les deux lobes, où le coup n'avoit pas porté, étoient tendus & un peu enflammés; que le lobe bleſſé étoit dur & noirâtre; que la playe étoit encore ouverte dans ce lobe; qu'elle avoit ſept à huit lignes de longueur ſur une & demie de largeur & une de profondeur. Enfin la playe étoit auſſi ouverte à l'endroit de la pleure & des muſcles intercôtaux : mais elle étoit fermée depuis ces muſcles juſqu'à la peau, où il paroiſſoit une eſpece de cicatrice d'environ deux lignes de longueur.

REFLEXIONS

Sur des nouvelles Obſervations du Flux & du Reflux de la Mer, faites au Port de Breſt *dans l'année* 1712.

Par M. CASSINI.

* DEPUIS que l'Academie Royale des Sciences a entrepris d'examiner les Phénomenes du Flux & du Reflux de la Mer, elle a reçû un grand nombre d'Obſervations faites en divers Ports de *France*, qui ont ſervi à trouver de nouvelles regles, tant pour établir le temps des Marées dans chacun de ces

* 2 Fevrier 1712.

ces Ports, que pour déterminer leurs differentes hauteurs. La plûpart de ces Observations semblent prouver qu'il y a un grand rapport entre les mouvemens de la Lune & ceux des Marées, puisque non seulement les retours des grandes & des petites Marées suivent assez exactement les diverses Phases de la Lune, mais même les differentes hauteurs qu'on y observe sont proportionnées aux diverses distances de la Lune à la Terre.

Mais comme on pourroit soupçonner que ces divers effets auroient été produits par quelque cause inconnuë qui eût concouru en même temps avec les mouvemens de la Lune par une espece de hazard ; il étoit important de s'en assûrer par un plus grand nombre d'Observations. Nous avons eu occasion de le faire par un nouveau Journal d'Observations du Flux & du Reflux de la Mer faites à *Brest*, qui commence au premier Fevrier de l'année 1712. où le précedent avoit fini, & a été continué jusqu'au 12. Juillet de la même année.

Dans cet intervalle de temps il y a eu six Nouvelles & cinq Pleines Lunes, dont les Marées ont été observées. Celle qui est arrivée le plûtôt a été observée le 6. Fevrier au matin à $3^h\ 9'$ & celle qui est arrivée le plus tard a été observée le 6. Avril au soir à $4^h\ 12''\ \frac{1}{2}$ avec une difference de l'une à l'autre d'une heure & trois minutes. Si l'on suppose cependant le temps moyen de la haute Mer à *Brest* dans les Nouvelles & Pleines Lunes de $3^h\ 45'$ de même qu'on l'a déterminé dans le Memoire precedent, & qu'on y employe l'équation ordinaire de deux minutes pour cha-

que

que heure que le temps moyen de la haute Mer anticipe ou retarde, à l'égard de celui de la Nouvelle ou Pleine Lune, on trouvera que la haute Mer a dû arriver le 6. Fevrier jour de la plus grande acceleration à $3^h\ 7'\frac{1}{2}$ du matin à une minute & demi près de celle qui a été observée, & que le 6. Avril jour du plus grand retardement, la haute Mer a dû arriver à $4^h\ 15'$ à deux minutes & demi près de celle qui a été observée.

Les autres Observations qui sont au nombre de 15. s'accordent pour la plûpart au calcul à quelques minutes près, & les plus éloignées ne s'en écartent que de 14. minutes, ce qui est une précision, à laquelle on n'auroit osé esperer de parvenir, si l'on considere qu'il est souvent difficile de s'assûrer du temps de la haute Mer à un quart d'heure & même à une demi-heure près.

A l'égard du temps de la basse Mer observé dans les mêmes phases de la Lune, nous trouvons qu'il s'accorde aussi assez exactement au calcul, avec la seule difference que la Mer employe quelques minutes plus de temps à descendre qu'à monter, comme nous l'avons déja remarqué. Cette difference peut monter à *Brest* environ à un quart d'heure dans les Nouvelles & Pleines Lunes, & à une demi-heure dans les Quadratures, & cette regle s'observe si generalement, que de toutes les Observations que nous avons examinées pendant l'espace de plus d'une année, il n'y en a que quatre ou cinq qui n'y soient pas conformes.

Pour ce qui est du temps de la haute Mer observé dans les Quadratures, il est sujet à plus d'ir-

d'irregularités que dans les Nouvelles & Pleines Lunes.

La haute Mer qui eſt arrivée le plûtôt a été obſervée le 29. Mars à 8h 8' du matin, & celle qui eſt arrivée le plus tard a été obſervée le 28. Avril à 10h 11' du ſoir avec une difference de l'une à l'autre de 2h 3' Mais ces differences ſont corrigées en partie, en ſuppoſant le temps moyen de la haute Mer à *Breſt* dans les Quadratures à 8h 57' de même qu'on l'a déterminé dans le Memoire precedent & employant l'équation ordinaire de deux minutes ½ pour chaque heure que le temps moyen de la haute Mer anticipe ou retarde à l'égard du temps des Quadratures. Car on trouvera que la haute Mer a dû arriver le 29. Mars jour de la plus grande acceleration à 8h 34' du matin à 26. minutes près de celui qui a été obſervé, & que le 28. Avril jour du plus grand retardement, la haute Mer a dû arriver à 9h 46' du ſoir à 25. minutes près de l'Obſervation.

Nous avons remarqué dans les Memoires précedens que le retardement des Marées eſt plus grand vers les Quadratures que vers les Nouvelles & Pleines Lunes. Cela eſt conforme à nos Obſervations, & paroît ſurprenant lorſqu'on conſidere que dans les Nouvelles & Pleines Lunes la Mer s'éleve quelquefois à *Breſt* à la hauteur de 21. pieds, au lieu que dans les Quadratures elle ne s'éleve quelquefois qu'à la hauteur de 4. à 5. pieds, & monte rarement à celle de onze pieds.

Cependant ſi l'on ſuppoſe que le mouvement des Marées ſe fait par une eſpece d'impul-

pulſion comme on a tout ſujet de le conjecturer; on trouve que l'experience peut s'accorder au raiſonnement; car la preſſion de l'air ſur la Mer, peut être telle que non-ſeulement elle faſſe monter la Mer à un plus grand degré de hauteur dans les Nouvelles & Pleines Lunes que dans les Quadratures, mais même qu'elle arrive à cette plus grande hauteur avec plus de viteſſe.

A l'égard du temps des plus grandes Marées dans chaque Lunaiſon, nous trouvons qu'elles arrivent à *Breſt* le plus ſouvent un jour après la Nouvelle ou Pleine Lune, de même que les plus petites Marées arrivent auſſi un jour après les Quadratures. Nous avions obſervé à *Dunkerque* & au *Havre de Grace* que les grandes & petites Marées y arrivoient pour l'ordinaire deux jours après ces phaſes de la Lune, de ſorte qu'il paroît que la preſſion qui ſe fait ſur la Mer dans les Nouvelles & Pleines Lunes, & dans les Quadratures, ſe communique plus promptement à *Breſt* qu'à *Dunkerque* & au *Havre*, ce qui paroît conforme au raiſonnement, l'extremité Occidentale de la *Bretagne* où eſt ſituée *Breſt*, étant beaucoup plus avancée vers l'Ocean où ſe fait la preſſion, que les Ports de *Dunkerque* & du *Havre* qui ſont tous les deux dans la *Manche*.

Nous avons déja remarqué que les diverſes hauteurs que l'on obſerve dans les Marées ſuivent aſſez exactement les diverſes diſtances de la Lune à la Terre; que lorſque la Lune dans le temps qu'elle eſt Nouvelle ou Pleine ſe trouve près de ſon Perigée, la Marée eſt plus grande que dans la Sizygie ſuivante où elle eſt près

de

de ſon Apogée. Cela ſe trouve confirmé par ces dernieres Obſervations, car le 4. Juin 1712. jour de la Nouvelle Lune, cette Planette étoit près de ſon Apogée, ſa diſtance à la Terre étant de 1064. parties dont la moyenne eſt 1000. Auſſi l'on obſerva ce jour-là, qui fut celui de la plus grande Marée, la hauteur de la Pleine Mer de 16. pieds 2 pouces, au deſſus d'un point fixe qu'on a pris pour le terme des meſures, & celle de la baſſe Mer de 2. pieds 0. pouce, ce qui donne la quantité de l'élevation de la Marée de 14. pieds 2. pouces. Le 19. Juin ſuivant jour de la Pleine Lune, cette Planette étoit près de ſon Périgée, ſa diſtance à la Terre étant de 935. parties, dont la moyenne eſt 1000. Auſſi l'on obſerva le 21. Juin jour de la plus grande Marée, la hauteur de la Pleine Mer de 18. pieds 4. pouces au deſſus du point fixe, & la hauteur de la baſſe Mer 10. pouces au deſſous de ce point, ce qui donne l'élevation de la Marée de 19. pieds 2. pouces plus grande de 5. pieds que dans l'Obſervation précedente, où la Lune étoit près de ſon Apogée.

Quoi-que toutes ces Obſervations s'accordent à prouver que les diverſes diſtances de la Lune à la Terre contribuent beaucoup aux diverſes élevations que l'on obſerve dans les Marées; on ne prétend point qu'elles ſoient ſeules la cauſe de toutes les variations que l'on y remarque, & il paroît même qu'il y a d'autres cauſes qui peuvent concourir à faire augmenter & diminuer la hauteur des Marées. On ne parle point ici de ces cauſes accidentelles dont il ſeroit difficile de donner des regles,

gles, comme par exemple, de la force & de la situation des vents, de la direction differente des côtes de la Mer, qui non seulement peuvent faire accelerer ou retarder le temps des Marées, mais même y causer des élevations differentes. Mais on entreprend seulement de déterminer celles qui ont quelque periode reglée.

Or en examinant toutes les Observations qui ont été faites depuis le 6. Fevrier 1712. jusqu'au 12. Juillet de la même année, on trouve que la plus haute Marée est arrivée le 24. Mars au soir, & le 25. au matin où la Mer est montée à la hauteur de 19. pieds 1. pouce. La basse Mer fut observée le 24. au matin, 1. pied 6. pouces au dessous du point fixe, de sorte que l'élevation de la Mer fut le 24. Mars de 20. pieds 7. pouces. La Lune étoit alors plus près de son Perigée que de son Apogée, sa distance à la Terre étant de 977. parties dont la moyenne est de 1000. mais on ne peut pas attribuer toute cette élevation de la Marée à la proximité de la Lune, à l'égard de la Terre puisque la hauteur de la Marée fut observée le 24. Mars plus grande d'un pied 5. pouces, que le 21. Juin, temps auquel la Lune étoit beaucoup plus près de son Perigée; il paroît donc qu'il y a eu au mois de Mars quelque autre cause qui a contribué à l'élevation de la Marée, & comme cette Observation a été faite près de l'Equinoxe du Printemps qui est arrivée le 20. à 11^h 19′ du soir, & celle du 21. Juin près du Solstice d'Eté qui est arrivée à 11^h 17′ du matin; cela nous a donné lieu de conjecturer que toutes choses égales, les Marées sont plus

plus grandes dans les Equinoxes que dans les Solstices.

Dans la Nouvelle Lune suivante qui arriva le 6. Avril, la Lune étoit plus près de son Apogée que de son Perigée ; sa distance à la Terre étant de 1032. dont la moyenne est 1000. & l'on observa le 7. Avril au matin la hauteur de la Pleine Mer de 18. pieds 2. pouces, & celle de la basse Mer de 0. pied 5. pouces, ce qui donne l'élevation de la Mer pour ce jour-là de 17. pieds 7. pouces, plus petite de 3. pieds que le 24. Mars. Aussi le devoit-elle être par deux causes, dont l'une est que la Lune étoit plus éloignée de la Terre le 7. Avril que le 24. Mars, & l'autre qu'elle étoit plus éloignée de l'Equinoctial.

Ces Observations se trouvent confirmées par celles qui furent faites à *Brest* l'année précédente. Car le 30. Juin 1711. la distance de la Lune à la Terre étant de 960. l'élevation de la Marée fut observée le 1. Juillet de 18. pieds 1. pouce, plus petite de 2. pieds 10. pouces, que le 14. Septembre près de l'Equinoxe où elle fut observée de 20. pieds 11. pouces, la distance de la Lune à la Terre étant le 12. Septembre jour de la Nouvelle Lune de 969. c'est à dire, peu differente de celle du 30. Juin.

Il paroît donc par ces Observations que les differentes hauteurs qu'on observe dans les Marées dépendent de deux causes, dont la principale & qui jusqu'à présent se trouve le plus confirmée par nos Observations, est la diverse distance de la Lune à la Terre ; la seconde est sa proximité ou son éloignement de l'Equinoctial, & que la combinaison de ces

ces deux causes produit les principaux Phenomenes qu'on observe dans la hauteur des Marées.

Il suit delà, 1°. Que lorsque la Nouvelle ou Pleine Lune se rencontre dans son Perigée & en même temps dans les Equinoxes, alors la Marée qui suit immédiatement est la plus haute qui soit possible.

2°. Que lorsque la Nouvelle ou Pleine Lune se rencontre dans les Equinoxes vers les moyennes distances, alors la hauteur de la Marée est plus grande que dans les Nouvelles ou Pleines Lunes qui arrivent vers les moyennes distances & près des Solstices.

3°. Que lorsque la Nouvelle ou Pleine Lune se rencontre dans son Apogée & en même temps dans les Solstices, alors la hauté Mer est la plus petite qui soit possible. Les deux premieres regles s'accordent à ce que nous avons remarqué ci-dessus, & la derniere se trouve confirmée par l'Observation du 4. Juin 1712. Car alors la Lune étant près de son Apogée & du Solstice d'Eté, la hauteur de la Pleine Mer fut observée de 16. pieds 2. pouces, & celle de la basse Mer de 2. pieds 0. pouce, ce qui donne l'élevation de la Marée de 14 pieds 2. pouces qui est la plus petite que l'on ait observé aux Nouvelles & Pleines Lunes dans l'intervalle de plus d'un année. Le 5. Juillet suivant le Soleil étoit à égale distance du Solstice, mais la distance de la Lune à la Terre étoit de 1061. un peu plus petite que le 4. Juin, ce qui a dû causer dans la Marée une élevation un peu plus grande, comme on l'a observé en effet. Car le 5. Juillet au matin la hauteur de la Pleine Mer fut ob-

ſervée de 16. pieds 3. pouces, & celle de la baſſe Mer de 1. pied 8. pouces, ce qui donne l'élevation de la Marée de 14. pieds 7. pouces plus grande de 5. pouces que le 4. Juin.

A l'égard des petites Marées qui ſuivent les Quadratures, on remarque de même que nous l'avons fait dans les Mémoires précédents, que leurs diverſes élevations dépendent en partie de la diverſe diſtance de la Lune à la Terre. Par exemple, le 14. Fevrier 1712. jour du premier quartier, la Lune étant près de ſon Apogée & ſa diſtance à la Terre de 1062. la hauteur de la Pleine Mer fut obſervée le 15. Fevrier au ſoir de 10. pieds 9. pouces 6′, & la hauteur de la baſſe Mer de 5. pieds 2. pouces, de ſorte que l'élevation de la Mer n'a été ce jour-là que de 5. pieds 7. pouces 6′. Le 29. Fevrier ſuivant jour du troiſiéme quartier la Lune étant près de ſon Perigée & ſa diſtance à la Terre de 975. on obſerva le 2. Mars au matin la hauteur de la Pleine Mer de 11. pieds 9. pouces plus grande de 11. pouces 6 lignes que le 15. Fevrier.

Le 15. Mars jour du premier quartier, la Lune étant près de ſon Apogée & ſa diſtance à la Terre de 1063. la hauteur de la Pleine Mer fut obſervée le 16. Mars au matin de 10. pieds 10. pouces, & la hauteur de la baſſe Mer de 6. pieds 4. pouces, de ſorte que l'élevation de la Mer n'a été ce jour-là que de 4. pieds 6. pouces un peu moindre que le 15. Fevrier, ce qui devoit arriver, la Lune étant alors un peu plus près de la Terre que dans l'Obſervation du mois précedent.

Dans

Dans les Quadratures qui sont arrivées lorsque la Lune étoit à peu près à égale distance de la Terre, on a observé à peu près une même hauteur dans l'élevation des Marées. Car le 12. Juin jour du premier quartier, la distance de la Lune à la Terre étant de 1020. on observa le 12. au matin, qui fut le jour de la plus petite Marée, la hauteur de la Pleine Mer de 12. pieds 9. pouces, & celle de la Basse Mer de 3. pieds 5. pouces, de sorte que l'élevation de la Mer a été ce jour-là de 9. pieds 4. pouces.

Le 25. Juin suivant jour du dernier quartier, la distance de la Lune à la Terre étant de 1028. on observa le 28. au matin la hauteur de la Pleine Mer de 12. pieds 5. pouces 8', & celle de la basse Mer de 3. pieds 11. pouces 4', de sorte que l'élevation de la Mer a été ce jour-là de 8. pieds 6. pouces 4' un peu plus petite que celle du 28. Juin comme on a dû l'observer, la distance de la Lune à la Terre étant plus petite le 13. Juin que le 28. Ces deux Observations ayant été faites près du Solstice d'Eté, nous les avons comparées avec celles qui ont été faites près des Equinoxes, & nous avons trouvé que toutes choses égales, les petites Marées qui suivent les Quadratures sont plus grandes vers les Solstices que vers les Equinoxes. Car la hauteur de la Pleine Mer a été observée le 16. Mars jour de la plus petite Marée de 10. pieds 10. pouces, la Lune étant près de son Apogée, & le 31. Mars de 13. pieds 2. pouces, la Lune étant près de son Perigée. Prenant un milieu on aura la hauteur moyenne des Marées dans les

Equinoxes à *Breſt* de 12. pieds plus petite de 7. à 8. pouces, que la hauteur moyenne tirée des Obſervations du 15. & du 28. Juin faites dans les Solſtices.

Quoi-que cet effet paroiſſe contraire à celui que nous avons obſervé dans les Nouvelles & Pleines Lunes, dont les Marées ſont plus grandes vers les Equinoxes que vers les Solſtices; on voit cependant qu'il peut dépendre de la même cauſe. Car la Lune étant dans un de ſes quartiers dans le temps de l'Equinoxe, parcourt par ſon mouvement journalier un cercle parallele peu éloigné des Tropiques, & la preſſion qu'elle cauſe ſur la Mer, ſe faiſant par un petit cercle, doit s'y faire moins reſſentir. Au contraire la Lune étant dans un de ſes quartiers au temps du Solſtice, parcourt par ſon mouvement journalier l'Equinoctial, ou un parallele qui en eſt fort peu éloigné, & par conſequent ſa preſſion ſur les eaux de la Mer qui ſe fait ſuivant un grand cercle de la Terre, doit être plus grande que lorſqu'elle parcourt un des Tropiques.

Il paroît par là que les diverſes hauteurs que l'on obſerve dans les Marées des Equinoxes & des Solſtices ne doivent point ſe regler préciſément ſur les temps des Equinoxes & des Solſtices, mais ſur la plus grande ou plus petite déclinaiſon de la Lune à l'égard de l'Equinoctial. Car le Soleil étant dans l'Equinoxe du Printemps, & la Lune dans ſon dernier quartier, c'eſt-à-dire, dans les ſignes Meridionaux, la hauteur de la Marée doit être beaucoup plus petite, lorſque la latitude de la Lune eſt Meridionale que lorſ-

lorſqu'elle eſt Septentrionale; & par la même raiſon, le Soleil étant dans le Solſtice d'Eté dans le temps de la Nouvelle Lune, la hauteur de la Marée doit être beaucoup plus petite lorſque la latitude de la Lune eſt Septentrionale, que lorſqu'elle eſt Meridionale.

On peut donc tirer de ces Obſervations ces deux regles generales.

1°. Que toutes choſes égales, les Marées doivent être plus petites, lorſque la Lune étant dans ſon Apogée & dans les ſignes Meridionaux, ſa latitude eſt en même temps Meridionale, ou bien lorſque la Lune étant dans ſon Apogée & dans les ſignes Septentrionaux, ſa latitude eſt auſſi Septentrionale.

2°. Qu'au contraire les Marées doivent être plus grandes lorſque la Lune étant dans ſon Perigée parcourt l'Equinoctial ſans aucune déclinaiſon.

Il eſt difficile de trouver des Obſervations qui ayent été faites préciſément dans ces differentes circonſtances. Il nous ſuffira de remarquer que le 16. Juin 1711. jour de la Nouvelle Lune, la diſtance de la Lune à la Terre étant de 1048. c'eſt-à-dire, que la Lune étant près de ſon Apogée avec une déclinaiſon Meridionale de 26^d 36$'$ qui eſt la plus grande qu'on ait trouvé dans l'eſpace de plus d'une année, la hauteur de la Pleine Mer fut obſervée le 17. de 16. pieds 2. pouces 6$'$ qui eſt une des plus petites qu'on ait remarqué. Le 4. Juin de l'année ſuivante jour de la Nouvelle Lune, la diſtance de la Lune à la Terre étant de 1064. & la déclinaiſon Septentrionale de la Lune de 25^d 10$'$;

la hauteur de la plus grande Marée fut obſervée ce jour-là de 16. pieds 2. pouces qui eſt la plus petite que nous avons trouvée à *Breſt* dans les Obſervations des Nouvelles & Pleines Lunes.

On remarque le même effet dans les Quadratures. Car le 5. Septembre 1711. jour du dernier quartier, la diſtance de la Lune à la Terre étant de 1061. & la déclinaiſon Septentrionale de la Lune de 26^{d} 31′ qui eſt une des plus grandes qui ſoit arrivée depuis le 23. Juin 1711. juſqu'au 11. Juillet 1712. La hauteur de la plus petite Marée fut obſervée le 6. Septembre de 10. pieds 3. pouces, qui eſt la plus baſſe qu'on ait remarqué dans l'eſpace de plus d'une année. La hauteur de la baſſe Mer fut obſervée le ſoir de 5. pieds 11. pouces, de ſorte que l'élevation de la Mer n'a été ce jour-là que de 4. pieds 4. pouces.

Le 15. Mars de l'année ſuivante 1712. jour du dernier quartier, la diſtance de la Lune à la Terre étant de 1063. à peu près de même que le 5. Septembre, & la déclinaiſon Septentrionale de la Lune de 25^{d} 45′, un peu plus petite que dans l'Obſervation de l'année précedente, la hauteur de la plus petite Marée fut obſervée le 16. Mars de 10. pieds 10. pouces, un peu plus grande que le 5. Septembre 1711. mais une des plus baſſes que l'on ait remarqué, l'élevation de la Mer n'ayant été ce jour-là que de 4. pieds 6. pouces.

A l'égard des plus grandes Marées qui doivent arriver lorſque la Lune eſt dans ſon Perigée & parcourt l'Equinoctial, nous n'avons

vons point d'Obſervations à *Breſt* qui ayent été faites dans ces circonſtances, & il ſuffira de remarquer que le 12. Septembre 1711. la diſtance de la Lune à la Terre étant de 969. & ſa déclinaiſon à l'égard de l'Equinoctial de 2ᵈ 39′, qui eſt la plus petite qui ſoit arrivée dans les Nouvelles & Pleines Lunes, depuis le 16. Juin 1711. jusqu'au 11. Juillet 1712. la hauteur de la Pleine Mer fut obſervée le 14. Septembre de 18. pieds 11. pouces, & celle de la baſſe Mer de 2. pieds au deſſous du point fixe, ce qui donne l'élevation de la Marée pour ce jour-là de 20. pieds 11. pouces, qui eſt une des plus grandes qui ſoit arrivée à *Breſt* dans cet intervalle de temps.

On peut remarquer ici que la difference entre les cercles de déclinaiſon d'un degré à l'autre va toûjours en augmentant en s'éloignant de l'Equateur & s'approchant du Pole, & que par conſequent la variation de la déclinaiſon de la Lune doit produire un effet moins ſenſible ſur les Marées près de l'Equinoctial que vers les Tropiques.

Les Obſervations que nous avons rapportées ci-deſſus ſemblent prouver ſuffiſamment que les differentes déclinaiſons de la Lune, à l'égard de l'Equinoctial, contribuent à augmenter ou diminuer la hauteur des Marées, auſſi-bien que les diverſes diſtances de la Lune à la Terre. Ces deux cauſes étant pour l'ordinaire compliquées enſemble, il eſt neceſſaire pour les diſtinguer d'avoir un grand nombre d'Obſervations faites en differentes ſituations de la Lune, tant à l'égard de la Terre qu'à l'égard de l'Equinoctial; c'eſt

pourquoi nous avons crû en devoir examiner quelques-unes qui avoient été faites à *Brest* en 1692.

Le Journal de ces Observations commence au 6. Juin de l'année 1692. & finit au dernier Octobre de la même année. On y a marqué jour par jour la hauteur de la Pleine Mer, à l'égard d'un rocher nommé *la Rose*, qui est à l'entrée & au dedans du Port, & on y a ajoûté la temperature de l'air & la situation & la force du vent.

Par l'examen que nous avons fait de toutes ces Observations, nous avons trouvé que dans cet intervalle de temps la plus grande Marée est arrivée le 12. Septembre 1692. deux jours après la Nouvelle Lune, la Mer étant montée ce jour-là à la hauteur de 28. pieds 7. pouces. Ayant calculé la situation de la Lune pour le temps de la Nouvelle Lune précedente, qui est arrivée le 10. Septembre à 6h 12′ du soir, nous avons trouvé que cette Planette étoit fort près de son Perigée, sa distance à la Terre étant de 936. parties dont la moyenne est 1000. La Lune étoit aussi fort près de l'Equinoctial, sa déclinaison Meridionale n'étant que de 3d 11′ qui peuvent causer très-peu de variation dans la hauteur de la Mer.

Dans les autres Observations des Marées faites aux Nouvelles ou Pleines Lunes; cette Planette étoit non seulement plus éloignée de la Terre que le 10. Septembre, mais même sa déclinaison, à l'égard de l'Equinoctial, étoit plus grande, ainsi toutes les Marées ont dû être plus petites que le 12. Septembre, ce qui est conforme aux Observations.

Dans

Dans la Pleine Lune suivante qui est arrivée le 25. Septembre à 10^h 54′ du matin, la Lune étoit dans son Apogée, sa distance à la Terre étoit de 1065. & sa déclinaison Septentrionale de 4^d 59′. Aussi l'on observa le 25. la hauteur de la Mer de 25. pieds 5. pouces, plus basse de 3. pieds 2. pouces que le 12. du même mois.

Le 14. Juin de la même année jour de la Nouvelle Lune, la distance de la Lune à la Terre étant de 993. dont la moyenne est 1000. & sa déclinaison Septentrionale de 27^d 10′ qui est la plus grande qui soit arrivée, on observa le 16. la hauteur de la Mer de 25. pieds 7. pouces plus basse d'un pied 5. pouces que la hauteur moyenne des Marées, tirée des Observations faites au mois de Septembre, lorsque la Lune étoit près de l'Equateur.

A l'égard des petites Marées observées à *Brest* dans les Quadratures, on trouve que la plus grande est arrivée le 23. Juin deux jours après le premier quartier; la Mer étant montée ce jour-là à la hauteur de 21. pieds 4. pouces. La Lune étoit alors près de son Perigée, sa distance à la Terre étant de 977. Elle étoit aussi fort près de l'Equinoctial, sa déclinaison Septentrionale n'étant que de 3^d 42′.

Le 8. Juin précédent la hauteur de la Mer fut trouvée de 19. pieds 1. pouce, plus petite de 2. pieds 3. pouces que le 23. Juin, comme on a dû l'observer, la Lune étant le 6. Juin jour du dernier quartier dans son Apogée, & sa distance à la Terre de 1064.

On voit donc par les Obſervations faites à *Breſt* en 1692. de même que par celles qu'on a fait les années dernieres dans le même Port, que la diſtance de la Lune à la Terre & ſa déclinaiſon, à l'égard de l'Equateur, contribuent beaucoup à l'augmentation & à la diminution qu'on obſerve dans la hauteur des Marées.

Sur ces principes nous avons dreſſé des Tables pour trouver à *Breſt* la hauteur des Marées, tant dans les Nouvelles & Pleines Lunes que dans les Quadratures.

Nous ſuppoſons pour cela qu'à *Breſt* dans les grandes Marées qui ſuivent les Nouvelles ou Pleines Lunes, lorſque cette Planette eſt dans ſon Perigée & qu'elle parcourt en même temps l'Equinoctial, la hauteur de la Pleine Mer eſt de 20. pieds 0. pouce; que lorſque la Lune eſt dans ſon Apogée & ſur l'Equinoctial, la hauteur de la Pleine Mer eſt de 17. pieds 0. pouce; & que lorſqu'elle eſt dans ſon Apogée, & que ſa déclinaiſon à l'égard de l'Equinoctial eſt de 28d 50′ qui eſt la plus grande qu'elle puiſſe avoir, la hauteur de la Pleine Mer eſt de 15. pieds 6. pouces. Nous ſuppoſons auſſi que dans les petites Marées qui ſuivent les Quadratures, lorſque la Lune eſt dans ſon Perigée & qu'elle parcourt l'Equinoctial, la hauteur de la Pleine Mer eſt de 14d 0′; que lorſque cette Planette eſt dans ſon Apogée & ſur l'Equinoctial, la hauteur de la Pleine Mer eſt de 12. pieds 0′, & que lorſqu'elle eſt dans ſon Apogée & que ſa déclinaiſon eſt de 28d 50′, la hauteur de la Pleine Mer eſt de 10d 6′.

Sui-

Suivant ces regles la difference de la hauteur de la Pleine Mer causée par les diverses distances de la Lune à la Terre dans les Nouvelles & Pleines Lunes, est de 3. pieds 0. pouce, plus grande du double que celle qui est produite par la déclinaison de la Lune à l'égard de l'Equinoctial.

Mais comme la difference entre la distance de la Lune à la Terre dans son Apogée & dans son Perigée est plus petite d'un tiers dans les Quadratures que dans les Nouvelles & Pleines Lunes, l'on a supposé que la difference de la hauteur de la Pleine Mer causée par les diverses distances de la Lune à la Terre dans les Quadratures, n'est que de 2. pieds, conformément aux Observations.

Dans les autres situations de la Lune à l'égard de la Terre; la hauteur de la Pleine Mer est proportionnée aux diverses distances de la Lune à la Terre. Pour trouver les variations causées par la déclinaison de la Lune à l'égard de l'Equinoctial, nous avons pris des déclinaisons dont les sinus des complements sont en proportion Arithmetique, afin de pouvoir distribuer également la hauteur des Marées.

On trouvera par le moyen de ces Tables & des Regles suivantes, la hauteur des grandes & des petites Marées à *Brest*, tant dans les Nouvelles & Pleines Lunes que dans les Quadratures.

REGLE I.

Trouver à *Brest* la hauteur de la plus grande Marée, qui doit arriver dans une Nouvelle ou Pleine Lune donnée:

Cherchez par les Tables Aſtronomiques la diſtance de la Lune à la Terre, & ſa déclinaiſon à l'égard de l'Equinoctial. Prenez au haut de la premiere Table la diſtance de la Lune à la Terre, & à côté ſa déclinaiſon, & vous trouverez vis-à-vis la hauteur de la plus grande Marée.

REGLE II.

Trouver à *Breſt* la hauteur de la plus petite Marée, qui doit ſuivre une des Quadratures :

Cherchez par les Tables Aſtronomiques la diſtance de la Lune à la Terre & ſa déclinaiſon. Prenez au haut de la ſeconde Table la diſtance de la Lune à la Terre & à côté ſa déclinaiſon, la hauteur de la Marée qui répond à ces deux chiffres ſera la hauteur de la plus petite Marée qui ſuit la Quadrature donnée.

EXEMPLE I.

On cherche la hauteur de la plus grande Marée, qui eſt arrivée dans la Nouvelle Lune d'Octobre 1711.

On trouvera que le 12. Octobre à 6h 0′ du matin, temps de la Nouvelle Lune, la diſtance de cette Planette à la Terre étoit de 947. & ſa déclinaiſon Meridionale de 12d 13′. Prenez dans la premiere Table vis-à-vis de 95. & de 12d 0′ la hauteur de la plus grande Marée qu'on trouvera de 19. 6. préciſément de même qu'on l'a obſervée.

EXEM-

EXEMPLE II.

On cherche la hauteur de la plus grande Marée, qui eſt arrivée dans la Nouvelle Lune de Juin 1712.

On trouvera que le 4. Juin à 7h 25′ du matin, temps de la Nouvelle Lune, la déclinaiſon Septentrionale de cette Planette étoit de 25d 10′ & ſa diſtance à la Terre de 1064. Prenez dans la premiere Table vis-à-vis de 106. & de 25d 33. la hauteur de la plus grande Marée qu'on trouvera de 15. pieds 10. pouces plus petite ſeulement de 4. pouces que celle que l'on a obſervée.

EXEMPLE III.

On cherche la hauteur de la plus petite Marée qui ſuit le premier quartier de la Lune du 23. Juin 1712.

On trouvera que le 25. Juin à 8h 18′ du ſoir, la déclinaiſon Septentrionale de la Lune étoit de 6d 30′ & ſa diſtance à la Terre de 987. Prenez dans la ſeconde Table vis-à-vis de 99. & de 6d 56′, la hauteur de la plus petite Marée qu'on trouvera de 13. pieds 8. pouces 0′ à 4. lignes près de celle qui a été obſervée.

EXEMPLE IV.

On cherche la hauteur de la plus petite Marée qui ſuit le premier quartier de la Lune du 5. Septembre 1712.

On trouvera pour ce temps la diſtance de

la Lune à la Terre de 1061. & sa déclinaison Septentrionale de 26d 28'. Prenez dans la seconde Table vis-à-vis de 106. & de 26' 22' la hauteur de la plus petite Marée qu'on trouvera de 10d 9' 0' plus grande seulement de 6. pouces que celle qu'on a observée.

On pourra dresser des Regles semblables pour trouver la hauteur des Marées dans les autres Ports de l'Ocean, pourvû qu'on ait diverses Observations de la Pleine Mer faites en differentes situations de la Lune, & principalement lorsqu'elle est près de son Apogée & de son Perigée; qu'elle parcourt l'Equinoctial, ou qu'elle est vers sa plus grande déclinaison.

TA-

Declinaison de la Lune.		[...]s Lunes.							
		94		1[...]4		105		106	
0	0	20	0	1	6	17	3	17	0
6	56	19	11	1	5	17	2	16	11
9	48	19	10	1	4	17	1	16	10
12	0	19	9	1	3	17	0	16	9
13	50	19	8	1	2	16	11	16	8
15	26	19	7	1	1	16	10	16	7
16	54	19	6	1	0	16	9	16	6
18	14	19	5	1	11	16	8	16	5
19	28	19	4	1	10	16	7	16	4
20	37	19	3	1	9	16	6	16	3
21	42	19	2	1	8	16	5	16	2
22	44	19	1	1	7	16	4	16	1
23	43	19	0	1	6	16	3	16	0
24	39	18	11	1	5	16	2	15	11
25	33	18	10	1	4	16	1	15	10
26	25	18	9	1	3	16	0	15	9
27	15	18	8	1	2	15	11	15	8
28	3	18	7	1	1	15	10	15	7
28	50	18	6	1	0	15	9	15	6

TABLE

EXAMEN.

De la maniere dont le Fer opere sur les liqueurs de notre Corps, & dont il doit être préparé pour servir utilement dans la Pratique de la Medecine.

Par M. LEMERY le Fils.

IL n'y a guere de partie de la Physique plus capable que la Chimie, d'amuser la curiosité par des Phenomenes nouveaux. Pour peu qu'on travaille dans cette Science avec une certaine sagacité, & si j'ose m'exprimer ainsi, avec un esprit de découverte, on se trouve arrêté presqu'à chaque pas par l'agrément de la nouveauté; mais cet agrément ne doit pas faire le but principal de notre étude. C'est l'utilité Medicinale qui doit nous occuper particulierement, & quand on rapporte tout à ce point de vûë, il y a peu d'experiences Chimiques dont on ne puisse tirer des conséquences & des lumieres, par rapport à la Theorie ou à la Pratique de la Médecine.

Suivant donc ce dessein, j'ai tâché de faire usage de plusieurs experiences que j'avois faites sur le Fer, & dont je me servirai dans ce Mémoire. 1°. Pour donner une idée sensible de la maniere dont il opere sur nos liqueurs. 2°. Pour prouver manifestement l'abus

* 4 Fevrier 1713.

bus de certaines préparations, dans lesquelles il semble qu'on ait pris à tâche de détruire la vertu de ce métal, & enfin pour faire sentir à l'Artiste ce qu'il doit scrupuleusement observer dans les differentes préparations du Fer; j'en proposerai à cette occasion quelques-unes que j'ai faites selon la même méthode, & qui m'ont parfaitement réüssi dans la Pratique.

Il n'y a presque point de liqueur dans la nature qui par elle-même, & sans le secours du feu, ne soit capable d'entamer le Fer, & de s'en charger, comme je le prouverai une autre fois, en donnant quelques remarques assez curieuses sur les dissolutions de ce métal; c'est là ce qui contribuë d'abord à son action si efficace & si specifique, dans ce qu'on appelle communément les pâles couleurs, & dans plusieurs autres maladies: & en effet si le Fer eût été absolument indissoluble, ou qu'il n'eût été dissoluble que par certains esprits corrosifs; les sucs de l'estomach n'y auroient jamais ou presque jamais eu d'action; car rarement se trouve-t-il dans cette partie, des acides assez développés & d'un certain caractere propre à produire l'effet dont il s'agit. Les sucs digestifs ne recevant donc point d'impression de la part de ce métal qui leur seroit inaccessible, ils n'en pourroient point être alterés, & ils ne lui serviroient point de vehicule pour le porter dans le sang; il seroit donc par là absolument inutile à cette derniere liqueur, quelque proprieté qu'il pût avoir, & restant dans les premieres voyes comme il y seroit entré, il ne seroit capable

ble que d'y causer un poids & un embarras, comme il le produit en effet quand il a passé par certaines operations mal entenduës dont il sera parlé dans la suite.

La nature & la grandeur des pores du Fer étant donc telles qu'ils peuvent aisément admettre & retenir non seulement des acides développés, mais encore toute sorte de sels grossiers; il suit évidemment de cette observation que le Fer peut être donné comme un excellent absorbant, & qu'il agit effectivement d'abord de cette maniere, c'est-à-dire, en se chargeant des parties salines qui se trouvent dans l'estomach, & en adoucissant toutes les liqueurs qui s'y sont unies; je m'en suis servi avec succès dans cette vûë pour amortir des aigres scorbutiques placés dans l'estomach, qui fatiguoient horriblement le malade, & qui n'avoient pû ceder à tous nos absorbants terreux, & à plusieurs autres remedes.

Mais ce n'est pas là la seule maniere dont le Fer opere chez nous; il n'y a pour s'en convaincre qu'à examiner la nature particuliere de ce métal, & les differentes parties dont il est composé.

J'ai fait voir dans un Mémoire donné en 1706. qu'il étoit aisé de découvrir dans le Fer deux sortes de parties, savoir une substance sulphureuse très-active & très-pénétrante, qui en s'exhalant de la partie fixe du Fer, donne des indices incontestables de sa nature inflammable; & ce qui acheve la démonstration de cette matiere existante dans le Fer, c'est que M. *Homberg* avec sa sagacité ordinaire a trouvé le secret de la separer

rer ſans la perdre, & de la rendre palpable en cet état.

L'autre portion du Fer qui eſt ſa veritable partie ferrugineuſe, c'eſt une matiere métallique qui ſert de baſe à la ſubſtance ſulphureuſe, & qui étant privée de cette ſubſtance, n'en admet que mieux dans ſes pores la matiere magnetique; mais j'ai prouvé en même temps que plus le Fer étoit chargé de parties ſulphureuſes, plus il étoit diſſoluble en general, & que quand il en avoit été dépouillé juſqu'à un certain point, aucune liqueur n'y avoit plus d'action; j'ai fait voir encore que la ſubſtance ſulphureuſe du Fer pouvoit en être facilement ſeparée, ſoit par une chaleur aſſez médiocre qui éleve d'autant mieux cette partie, qu'elle eſt naturellement fort volatile & fort abondante; ſoit par l'entrée des acides dans les pores du Fer; car comme ils trouvent dans ces pores une grande quantité de bitume, ils en chaſſent, & ils en expriment une portion, pour pouvoir s'y loger; ſoit enfin par la ſortie de ce même acides, comme nous l'expliquerons plus amplement dans la ſuite.

Le Fer regorgeant donc, pour ainſi dire, d'une matiere bitumineuſe contenuë dans les pores de ſa partie métallique, il n'eſt pas poſſible que quand il a été mêlé à nos liqueurs, une portion de ſon bitume n'abandonne pas le métal pour s'aller unir au reſte du liquide; & en effet toutes les circonſtances, qui dans nos operations Chimiques contraignent la partie ſulphureuſe du Fer à ſe ſeparer du reſte de la maſſe, ſe rencontrent

trent aussi dans nos liqueurs précisément de la même maniere, & elles ne different entre elles par rapport à leur action, que du plus au moins; ensorte que si le bitume du Fer est obligé de ceder aux unes, il doit aussi ceder plus ou moins aux autres suivant le degré de leur force.

Car premierement puisque l'action seule de la chaleur suffit pour faire exhaler de la limaille d'Acier ou de Fer une quantité assez considerable de matiere sulphureuse, pourquoi cette même limaille reçûë dans l'estomach, & portée ensuite dans les differentes parties de notre corps, où elle trouve une chaleur digestive, n'y laissera-t-elle pas aussi exhaler une partie de son bitume? ou si cette chaleur, quoi-que toûjours continuée, n'est pas encore assez forte pour chasser des pores du Fer une grande quantité de ce soulfre; du moins sera-t-elle assez puissante pour rarefier & gonfler la matiere bitumineuse contenuë dans ses pores! Demême que quand on expose un morceau de gâteau sec à une chaleur douce, le beurre contenu dans les interstices du gâteau, se gonfle, de maniere qu'il en exude au dehors une portion, qui ne trouve plus de place où elle étoit contenuë auparavant. Or en supposant le même effet dans le Fer, on va voir combien il contribuë à l'évaporation de la matiere sulphureuse dont il s'agit.

En second lieu, puisque les acides qui s'insinuent dans les pores du Fer, en font toûjours sortir une matiere sulphureuse dont ils prennent la place; pourquoi la même chose n'arrivera-t-elle pas aussi à ce métal pris inte-

terieurement! Car il trouve un grand nombre de sels dans nos liqueurs, & il s'y dissout réellement; par consequent il y doit répandre d'autant plus facilement & abondamment sa matiere bitumineuse, que cette matiere en se gonflant par la chaleur, a déja commencé à se détacher des parois des pores auxquels elle étoit colée, & qu'en y laissant un vuide moins considerable à cause de son gonflement, les sels qui font effort pour s'y insinuer, rencontrent en leur chemin plns de matiere qui leur fait obstacle; ils doivent donc alors pour se placer, en chasser une plus grande quantité, que si la matiere eût demeuré dans sa condensation naturelle, & qu'elle eût laissé par là un passage plus libre à ces sels.

Mais, me dira-t-on, le Fer saoulé d'acides comme il l'est dans le Vitriol, & dans les Eaux minerales ferrugineuses qui ne sont qu'un Vitriol dissout; ce Fer, dis-je, ne peut plus admettre dans ses pores de nouveaux sels; comment donc étant pris interieurement communiquera-t-il à nos liqueurs une portion de sa matiere sulphureuse! Enfin comment le Vitriol & le Fer en substance peuvent-ils produire les mêmes effets dans certaines maladies!

Je réponds que les pores du Fer étant fort grands, & remplis de beaucoup de matiere bitumineuse; les acides qui ont servi à réduire ce métal en Vitriol, n'en ont pas chassé, en s'y inserant, tout le bitume qu'ils y ont trouvé; ils n'en ont fait sortir que la quantité qui n'auroit pû y être contenuë avec le volume des acides, & ils se sont telle-

lement unis au reste de la matiere sulphureureuse qui n'a point été déplacée, que quand on les dégage ensuite de leurs guaînes ferrugineuses, ils entraînent toûjours avec eux cette matiere, comme je l'ai prouvé clairement dans les Memoires de 1706. par des experiences sensibles.

Cela étant, quoi-que le Fer soit chargé d'acides & réduit en Vitriol, il se trouve encore en état de fournir à nos liqueurs une portion de sa matiere bitumineuse; elles n'ont pour lui enlever & s'approprier cette matiere, qu'à déraciner les acides qui y tiennent, & l'experience nous prouve clairement qu'elles sont capables de cet effet. Car j'ai fait voir en parlant de la formation des Ancres faites avec le Vitriol, que les corps absorbans & sulphureux comme la Noix de Galle, dépouilloient le Vitriol de ses acides, & que la couleur noire ne résultoit de ce mêlange que par la revivification subite du Fer qui fait la base de ce mineral. Or il est certain que toutes nos liqueurs sont pleines de matieres alkalines & sulphureuses; aussi quand on a pris interieurement du Vitriol, les selles deviennent-elles souvent toutes noires, parce que ce mineral a trouvé dès les premieres voyes, une espece de Noix de Galle propre à lui dérober ses acides.

Mais ce qui merite quelqu'attention, c'est que la même liqueur, par exemple la décoction de Noix de Galle, qui agit en qualité d'absorbant sur le Fer revêtu d'acides, agit comme dissolvant sur la limaille de Fer ou d'Acier, & ainsi on ne doit point être étonné, si les mêmes liqueurs de notre Corps qui

 sont

ſont propres à priver le Vitriol de ſes acides, peuvent auſſi diſſoudre & diſſolvent effectivement le Fer pur & ſans mêlange; car comme il a en cet état des pores ouverts à toute ſorte de ſels, & qu'il peut être touché immédiatement par les ſucs qu'il rencontre dans nos Corps, on conçoit aiſément qu'il n'y peut alors reſiſter; mais quand il eſt heriſſé par tout d'acides, ce n'eſt plus lui, ce ſont ces acides qui s'offrent aux parties de nos liqueurs, & ce ſont auſſi ſur eux qu'elles portent leur action.

Enfin comme l'action de la Noix de Galle ſur les acides du Vitriol, n'empêche pas la partie ferrugineuſe de ce mineral de recevoir encore de nouveaux acides en place de ceux qu'elle a perdus, & de reprendre par là ſa premiere forme vitriolique; de même auſſi peut-on conjecturer avec aſſez de vrai-ſemblance que quand les parties abſorbantes de nos liqueurs ont enlevé les acides du Vitriol, il devient alors en état d'abſorber les nouveaux ſels qui ſe preſentent à ſon paſſage, & par là il communique pluſieurs fois à nos liqueurs ſa matiere ſulphureuſe, ſavoir, par les acides qu'il y perd, & par les ſels qu'il y recouvre.

A l'égard des Eaux minerales vitrioliques, elles n'agiſſent pas ſeulement par le ſoulfre contenu dans leur Vitriol, & qui s'en ſepare de la maniere que nous venons de l'expliquer, elles agiſſent encore par un ſoulfre tout développé qui nage immédiatement dans l'Eau, & qui s'évapore promptement à cauſe de ſa grande volatilité qui n'eſt arrêtée par rien d'aſſez puiſſant pour le retenir long-temps dans le

le liquide dont il eſt environné. Cette matiere ſulphureuſe telle qu'on la ſuppoſe, peut venir de pluſieurs cauſes, & entr'autres de ce que dans les Mines de Fer où ſe forme le Vitriol, & par où les Eaux minerales ont paſſé, il regne toûjours une vapeur ſulphureuſe que les acides vitrioliques qui s'engagent dans les pores du Fer, en font élever; de même qu'il arrive dans la formation du Vitriol artificiel, qui ne differe en rien du naturel. Cette vapeur peut encore être augmentée par quelque chaleur ſouterraine; comme nous l'augmentons auſſi quand on fait l'operation du Vitriol ſur un petit feu; car alors la vapeur ſulphureuſe qui s'exhale du Fer eſt aſſez abondante pour pouvoir s'enflammer, ce qui produit un phénomene Chimique très-curieux qui a été découvert & publié par mon Pere en 1701.

Il n'eſt donc pas étonnant que les Eaux qui traverſent les Mines vitrioliques, & qui y deviennent minerales par le Vitriol qu'elles y diſſolvent, entraînent encore avec elles la vapeur ſulphureuſe dont il s'agit; c'eſt par rapport à cette vapeur qui ſe dégage bientôt de l'Eau quand elle a été expoſée quelque temps à l'air, que les Eaux minerales qui ſortent nouvellement de leur fontaine, ont plus de goût, d'odeur & de vertu, que quand elles ont été gardées; c'eſt encore par le moyen de ce ſoulfre tout développé & fort actif, qu'elles portent à la tête, & qu'elles produiſent même quelquefois une eſpece d'yvreſſe, ce qu'elles ne font point ou très-peu quand ce ſoulfre a eu le temps de s'échapper. C'eſt par la même circonſtance que certains eſſais

Chimiques font découvrir dans les mêmes Eaux, des differences fenfibles, fuivant qu'elles font un peu plus ou un peu moins nouvelles. Enfin, c'eft par la même raifon que quand on a fait fondre dans une pinte d'Eau, autant de Vitriol qu'on a retiré de matiere vitriolique, d'une pinte d'Eau minerale, comme celle de *Paffi*; fi l'on compare enfuite l'Eau minerale recemment tirée de fa fontaine, avec la folution de Vitriol, on y découvre une difference fenfible par le goût & par les effets; & cela, parce que les efprits fulphureux qui fe trouvent naturellement dans l'Eau minerale, n'ont point été inferés dans la folution; mais cette difference s'évanouït bientôt par le dégagement & la fuite de ces efprits; car alors il ne refte plus à l'Eau minerale qu'une matiere vitriolique femblable en nature au Vitriol de la folution, & dont on retire de même par le feu, un efprit acide, & des parties ferrugineufes.

Pour revenir prefentement à la maniere dont le Fer opere fur nos liqueurs, on a vû par ce qui a été dit, que la partie fulphureufe & volatile qui s'en détache, a une grande part à cette action; & on le reconnoîtra de plus en plus, fi l'on confidere que quand on a fait prendre de la limaille d'Acier dans certaines maladies, quelque temps après le poux s'éleve & devient plus fort, la chaleur augmente & fe répand par-tout; le vifage qui étoit pâle & fouvent plombé & verdâtre, reprend fa couleur naturelle, & qu'il furvient quelquefois des hemorragies confiderables; enfin tous les changemens qui arrivent

rivent pour lors, paroissent autant de marques d'une matiere spiritueuse qui s'est insinuée dans les pores du sang, qui le rarefie & qui l'anime; c'est aussi par là que le Fer réüssit si bien dans les pâles couleurs, où il s'agit de rectifier un sang presqu'inanimé, qui par la lenteur & la grossiereté de ses parties, surcharge les solides, & resiste puissamment à l'effort qu'ils font pour le faire circuler, d'où naissent les palpitations de cœur, les étouffemens, l'abattement & la langueur universelle, & plusieurs autres symptomes qui accompagnent cette maladie.

Mais, me dira-t-on, comment une vapeur sulphureuse peut-elle faire évanouïr tous ces accidens? C'est ce que je vais faire voir en peu de mots.

La vapeur sulphureuse qui s'échappe des pores du Fer, & qui se va rendre dans ceux de la masse du sang, doit être regardée comme une espece de levain spiritueux qui réveille la fermentation de cette liqueur, & qui donne lieu par là au développement de ses principes spiritueux, & à la précipitation des parties grossieres qui faisoient sa lenteur & sa tenacité; car le sang n'acquiert la consistance qui lui convient, qu'autant qu'il a été suffisamment dépuré; & cette dépuration ne se fait qu'autant que la fermentation du sang est portée jusqu'à un certain point; de même que le Vin ne devient spiritueux, & ne se dépouille de ses parties tartareuses que par un certain degré de fermentation, qu'on est quelquefois obligé d'exciter & de renouveller après coup par des matieres sulphureuses & fermentatives qui font alors sur le Vin,

ce que la partie ſulphureuſe du Fer fait ſur le ſang dans la maladie dont il s'agit.

Mais ce qui contribue encore beaucoup à achever la dépuration du ſang dans cette maladie, c'eſt la partie fixe du Fer, qui s'étant unie aux parties groſſieres de la liqueur, les entraîne par ſon propre poids, & les en ſepare; de même qu'il arrive quand on éclaircit du Vin qui eſt demeuré trouble à cauſe d'un reſte de parties tartareuſes qui y tiennent encore; car alors on ſe ſert de la Colle de Poiſſon, ou du blanc d'Oeuf, ou de pluſieurs matieres terreuſes & abſorbantes qui agiſſent toutes en arrachant à la liqueur ce qui troubloit ſa limpidité.

Il ſuit de ce qui a été dit, que le Fer opere dans nos Corps de deux manieres, ſavoir, par ſa ſeule partie ſulphureuſe ou par toute ſa ſubſtance, c'eſt-à-dire, par ſa partie fixe & par ſa partie volatile unies enſemble, comme elles le ſont dans l'état naturel; mais comme la partie fixe & metallique du Fer eſt abſolument indiſſoluble & par conſéquent incapable d'agir, quand elle eſt privée juſqu'à un certain point de la matiere ſulphureuſe; & qu'au contraire la ſubſtance ſulphureuſe peut bien agir ſans le ſecours de l'autre; il eſt clair que c'eſt particulierement dans la ſubſtance ſulphureuſe du Fer que conſiſte ſa vertu medicinale; par conſéquent dans les differentes préparations du Fer, il faut ſe faire une loi de conſerver autant qu'il eſt poſſible, cette ſubſtance ſulphureuſe, & il y faut apporter une attention d'autant plus grande qu'elle s'échappe facilement, & qu'à meſure qu'elle quitte le Fer, les pro-

proprietés medicinales de ce métal diminuent.

Que devons-nous donc penser de ces préparations de Fer appellées communément *Crocus de Mars*, où l'on ne fait autre chose que d'enlever au métal la plus grande partie de ses soulfres par une calcination qu'on continuë jusqu'à ce qu'il ait été réduit en une poudre rouge. Cependant ces préparations qui, à proprement parler, ne sont qu'une tête morte du Fer, se trouvent vantées extraordinairement par un grand nombre d'Auteurs, & elles tiennent leur place dans les Boutiques des Apotiquaires & dans la Pratique de la Medecine; parce que, dit-on, c'est un Fer bien plus ouvert, & plus propre à recevoir l'impression de nos liqueurs, que ne l'est le Fer ordinaire. Mais pour être convaincu de la fausseté du principe sur lequel on raisonne, il n'y a qu'à considerer que le Fer qui dans son état naturel, est facilement dissoluble par les liqueurs les plus foibles, devient presque tout-à-fait inaccessible aux esprits acides les plus forts, quand il a passé par ces sortes d'operations. Comment donc alors se dissoudra-t-il dans l'estomac? comment se distribuera-t-il de là dans d'autres parties? & portera-t-il son action sur le sang? & ne paroît-il pas au contraire bien plus propre en cet état à s'arrêter dans les premieres voyes, & à y produire des pesanteurs & des embarras? C'est aussi ce que l'experience nous fait parfaitement connoître: & sans la prévention ridicule qu'on a pour ces sortes de préparations, le peu de succès qu'on en retire, & les mauvais effets qui en resul-

tent, leur auroient déja donné une entiere exclusion, & leur auroient fait substituer la simple limaille d'Acier ; mais cette prévention va si loin, qu'on ne fait pas difficulté d'assûrer que si les Crocus ont des inconveniens, il faut s'en prendre à la nature particuliere du Fer, qui sans préparation en auroit encore bien davantage ; & par là on rend en quelque sorte le Fer responsable des mauvais effets qu'il ne produit, que parce qu'on ne le reçoit pas immédiatement des mains de la Nature, & qu'il passe auparavant par celles de la Chimie.

Il seroit à souhaiter que ce fut là le seul remede sur lequel la Chimie s'exerce mal à propos ; on ne détruiroit pas, comme l'on fait, la vertu naturelle de plusieurs drogues qui ne demandent, pour agir avec efficacité, que d'être placées à propos. Mais pour ce qui regarde le Fer qui fait à present notre objet, quoi-que mon autorité ne soit pas décisive dans la Pratique de la Medecine, je ne laisserai pas de remarquer, que la simple limaille d'Acier m'a toûjours parû agir en bien moins de temps, & avec infiniment moins d'inconveniens que tous les Crocus imaginables ; ce qui s'accorde parfaitement avec nos Observations Chimiques ; car comme elle est infiniment plus dissoluble que ces Crocus, elle doit bien moins sejourner dans l'estomac, & passer bien plus promptement dans le sang ; par conséquent les premieres voyes doivent être d'autant moins fatiguées par son poids, que le sang en reçoit plutôt l'alteration salutaire dont il a besoin pour se rétablir. Dans le *Languedoc* où les

pâles

pâles couleurs sont fort communes, les malades n'ont recours qu'à la limaille d'Acier dans laquelle elles trouvent une guerison aussi sûre qu'elle est prompte ; enfin *Sydenham* illustre Medecin *Anglois* & grand Praticien, confirme parfaitement dans une Dissertation épistolaire, la preférence que je donne à la limaille de Fer ou d'Acier sur tous les Crocus ; car il assure n'avoir jamais observé, ni même entendu dire, que le Fer pris en substance ait eu des suites fâcheuses ; & il ajoûte qu'une longue suite d'observations l'ont convaincu, que le Fer en cet état agissoit bien plus vîte & plus heureusement, que de quelqu'autre maniere qu'il eût été préparé.

Le Fer rouillé, soit à la rosée, soit à la pluye, soit d'une autre maniere, est encore une espece de Crocus, à qui les Auteurs donnent de grands éloges; à la verité comme on n'a point employé le feu pour la préparation de ces sortes de Crocus, ils ont fait une moindre perte de leurs parties sulphureuses : mais quoi-qu'il en soit, j'ai remarqué par un grand nombre d'experiences qui appartiennent à un autre Memoire, que plusieurs liqueurs qui dissolvent très-promptement le Fer, ne font rien de sensible sur la rouille ; & que celles qui operent sur la rouille, le font bien plus vîte & plus parfaitement sur le Fer ; ainsi la limaille de Fer est encore préferable à la rouille pour l'usage medicinal, & les malades ne s'en trouveront que mieux quand on se voudra bien dispenser du travail de cette préparation.

Une des meilleures préparations de Fer,

à mon avis, c'eſt ſa teinture; j'ai fait voir, en parlant des Ancres vitrioliques, que cette teinture ne conſiſtoit qu'en une poudre de Fer très-ſubtiliſée, & ſuſpenduë dans un liquide par le moyen des parties gluantes qui s'y trouvent naturellement; & comme cette poudre, malgré ſa diviſion & ſa ſuſpenſion, ne perd point ſa couleur naturelle, & qu'elle admet encore très-facilement les acides qu'on lui preſente, on peut regarder la teinture dont il s'agit, comme une eſpece de Fer liquide qui dans l'état où il eſt, ſauve aux ſucs de l'eſtomac, la peine de l'y réduire; en un mot, le Fer dans cette préparation conſerve toutes ſes bonnes qualités, & n'en devient que plus propre à paſſer promptement dans le ſang. Mais il faut pour cela que cette teinture ait été faite autrement que celle dont on ſe ſert ordinairement dans la Pratique, & pour laquelle on employe le Tartre cru bouilli avec la limaille de Fer ou d'Acier pendant douze ou quinze heures; car il n'eſt pas poſſible qu'on n'énerve le Fer, & qu'on ne lui enleve beaucoup de ſa vertu pendant cette longue ébullition qui occaſione toûjours une diſſipation de ſes parties volatiles, aſſez diſpoſées déja par elles-mêmes à s'envoler.

D'ailleurs comme on a ſoin de réduire enſuite la liqueur par l'évaporation en conſiſtance de ſyrop, on la rend par là ſi viſqueuſe & ſi colante, qu'en s'attachant à l'eſtomac elle le fatigue plus par ſon poids que ne pourroit faire la limaille de Fer ou d'Acier priſe en ſubſtance, Je ne vois donc pas pourquoi on ſe donne tant d'embarras & de peine

peine à préparer une liqueur qui ne demande ni feu, ni presqu'aucun apprêt, & qu'on peut faire en assez peu de temps & à froid avec un grand nombre de sucs vegetaux, & de décoctions de drogues seches qui joignant leurs proprietés particulieres à celles du Fer, font souvent un composé très-salutaire dans certains cas. Par exemple, la vertu du Quinquina jointe à celle du Fer m'a quelquefois parfaitement reüssi, & chaque Medecin peut, suivant ses indications, imaginer de semblables composés qui seront bientôt exécutés de la même maniere: enfin, j'ai toûjours observé que les teintures étoient d'autant plus efficaces, & sujetes à d'autant moins d'inconveniens, qu'elles étoient faites avec plus de simplicité, & sans le secours du feu.

Le temps ne me permet pas presentement de faire un détail de toutes les matieres avec lesquelles j'ai tiré plus ou moins facilement la teinture du Fer. Je dirai seulement que j'ai fait en peu de temps des teintures très-fortes & très-excellentes avec les sucs de Verjus, de Citron, d'Oranges douces & ameres, avec les décoctions d'écorce de Grenade, de Balaustes, de Sumach, de Noix de Galles, de Rubarbe, de Mirabolans & de plusieurs autres matieres de même nature. Le sel vegetal fondu dans l'Eau & laissé quelque temps sur la limaille de Fer ou d'Acier, en tire encore une teinture assez forte qui ne cede point en vertu à toutes celles dont on vient de parler.

Pour ce qui regarde presentement le Fer réduit en sel, ou en Vitriol par le secours

d'acides propres à cet effet, on a vû par ce qui a été dit, de quelle maniere il opéroit sur nos liqueurs; je remarquerai encore que de toutes les préparations de Fer, il n'y en a point de plus propre à penetrer promptement dans les recoins de quelque viscere particulier où il s'est formé un embarras, la raison en est évidente; ce n'est plus alors sous la forme d'un métal grossier & pesant qu'il se presente à nos liqueurs, c'est au contraire comme un sel très-actif & très-dissoluble dans lequel la matiere ferrugineuse se trouve infiniment divisée par le grand nombre d'acides qui l'accompagnent: de-là vient que le Fer réduit en Vitriol n'a besoin que d'un liquide aqueux pour passer en peu de temps de l'estomac dans le sang, & des gros vaisseaux dans les plus petits, où la grande subtilité de ses parties lui fait alors trouver un passage bien plus ouvert que quand il n'a eû pour dissolvant que des sels grossiers, tels que ceux qui le réduisent en teinture, ou qui dissolvent dans l'estomac la pure limaille de Fer ou d'Acier.

Mais si nous sommes redevables de certains effets du Vitriol au grand nombre d'acides qui sont entrés dans sa composition, ces mêmes acides le rendent aussi si caustique & si picottant, qu'il ne peut être pris à chaque fois qu'en très petite dose, & encore doit on l'empâter, ou le noyer dans beaucoup d'Eau, si l'on veut menager l'estomac qui en ressent toûjours quelque picottement. Or en supposant que cette petite dose soit par exemple de quatre grains, on n'avale guere alors qu'un grain de Fer, le reste

reste consistant en acides & en phlegme. Il seroit donc à souhaiter qu'on pût détruire la causticité du Vitriol, sans lui enlever les acides qui lui servent de vehicule, & qui contiennent sa partie ferrugineuse dans la division dont il a été parlé, car alors on pourroit donner sans crainte une dose bien plus grande de ce Vitriol, & comme le Fer en fait la partie principale, il en entreroit par ce moyen à chaque fois une plus grande quantité dans le sang, & il s'ensuivroit un effet plus considerable. Je croi avoir trouvé une préparation vîtriolique qui a tous ces avantages, & dans laquelle la matiere ferrugineuse a encore plus d'action qu'elle n'en a dans le Vitriol ordinaire.

J'ai donné dans les Mémoires de 1706. & 1707. une vegetation Chimique de Fer, où je n'envisageai d'abord d'autre avantage que celui d'exciter la curiosité ; mais en reflechissant depuis sur la composition de la matiere qui avoit vegeté, & sur la méchanique de la vegetation, qui suppose necessairement une raréfaction & un développement considerable dans la partie sulphureuse du Fer, comme je l'ai suffisamment prouvé dans son lieu ; je jugeai d'abord qu'un soulfre aussi développé, n'en pouvoit être que beaucoup plus propre à se separer abondamment du métal, & à se mêler intimement aux sucs de notre corps. D'ailleurs le Fer dans cette operation se trouve parfaitement divisé par les acides de l'esprit de Nitre, qui venant ensuite à s'unir encore au sel de Tartre qu'on leur presente, forment par là un veritable salpêtre qui ne differe du commun que

par les parties ferrugineuſes, dont il eſt chargé, & dont les ſoulfres exaltés donnent à ce ſel une conſiſtance graſſe & onctueuſe.

Or le ſalpêtre étant par lui-même un ſel très-doux & très-aperitif, j'ai crû que le Fer autant attenué qu'il l'eſt dans notre préparation, ne pouvoit être allié à un vehicule plus efficace, & moins propre à porter de mauvaiſes impreſſions ſur les parties de notre corps, & comme ce ſalpêtre martial en ſe fondant dans l'Eau, rend la liqueur trouble, ſavoneuſe, & par conſequent dégoûtante; j'ai trouvé plus à propos de le réduire en pilules avec un peu de Gomme adragant; & j'en ai donné de cette maniere depuis un ſcrupule juſqu'à un gros dans pluſieurs obſtructions de viſcere, & dans des affections ſcorbutiques & édemateuſes où les urines étoient interceptées. Je l'ai encore employé en guiſe de pilules aſtringentes, & deterſives dans des Gonorrhées très-obſtinées, & dans les fleurs blanches, & j'oſe dire que dans tous ces cas le ſuccès a répondu à mon attente. Je ne doute pas que ce remede ne puiſſe être encore mis utilement en œuvre dans pluſieurs autres incommodités, mais je me ſuis fait une loi de ne rapporter preſentement que ce qui m'a paru le plus évidemment vrai, & juſtifié par l'experience.

DU

DU RETOUR DE L'ETOILE CHANGEANTE,

Qui est dans la Constellation du Cygne.

Par M. MARALDI.

* ON a découvert le siècle passé dans la Constellation du Cygne trois Etoiles differentes qui ont été sujettes à divers changemens. La premiere est celle qui parut l'an 1600. dans la poitrine du Cygne, égale aux Etoiles de la troisiéme grandeur. Elle fut observée premierement par *Snasonius*, ensuite par *Bayer*, par *Kepler* & par les Astronomes de ce temps-là. On continua de la voir de la même grandeur jusqu'à l'année 1621. suivant *Gloriosi*, de sorte qu'il est constant qu'elle a été visible pendant 22. ans; on n'en a point d'observations depuis 1621. jusqu'en 1629. dans laquelle année *Argoli* marqua qu'elle étoit disparuë.

Elle a été aussi invisible depuis 1640. jusqu'en 1650. suivant le temoignage du P. *Riccioli*; mais en 1654. elle étoit augmentée, M. *Hevelius* l'ayant observée cette année-là de la troisiéme grandeur; elle resta dans cet éclat pendant trois ans, c'est-à-dire, jusqu'au commencement de 1660. qu'elle commença à perdre un peu de sa lumiere, & après avoir diminué insensiblement pendant deux ans, elle se trouva à peine de la sixiéme gran-

* 1. Avril 1713.

deur

deur vers la fin de 1661. Enſuite elle diſparut entierement ſuivant les obſervations de *Hevelius*, & après avoir été inviſible preſque durant quatre ans, elle recommença de paroître vers la fin de 1665. comme une des plus petites Etoiles. Elle a paru augmenter dans la ſuite, comme le remarque *Hevelius*, mais elle n'a jamais été plus grande que les Etoiles de la cinquiéme ou ſixiéme grandeur, ainſi que nous l'avons obſervée ſouvent depuis pluſieurs années, & comme elle paroît encore preſentement.

La ſeconde Etoile de la même Conſtellation qui a été ſujette à divers changemens, eſt celle qui eſt au deſſous du bec du Cygne; Elle fut apperçüe comme une Etoile de la troiſiéme grandeur par le Pere Don *Anthelme* Chartreux de *Dijon* à la fin de Juin de l'année 1670. lorſqu'il cherchoit celle de la poitrine. Elle fut obſervée enſuite par M. *Caſſini* & par M. *Picard*, qui s'apperçurent en peu de temps qu'elle diminuoit, & que le 11. de Juillet elle étoit à peine de la quatriéme grandeur. Un mois après elle n'étoit plus que de la cinquiéme, & au milieu d'Octobre elle étoit entierement diſparuë. Après avoir été inviſible pendant ſix mois, le P. D. *Anthelme* la vit de nouveau le 17. de Mars 1671. comme les Etoiles de la quatriéme grandeur. M. *Caſſini* la vît augmenter juſqu'à ſurpaſſer les Etoiles de la troiſiéme grandeur: après avoir un peu diminué, elle retourna à la grandeur qu'elle avoit eu auparavant; de ſorte que dans un mois de temps elle parut deux fois égale aux Etoiles de la troiſiéme grandeur; la premiere

miere fois au commencement d'Avril, & la seconde au commencement de Mai ; ensuite elle diminua toûjours jusqu'à la fin de Juillet de la même année qu'elle fût entierement invisible. Depuis ce temps l'on n'a point apperçu aucun vestige de cette Etoile, quoi-qu'elle ait été cherchée plusieurs fois par divers Astronomes, & que nous y ayons fait attention depuis plusieurs années.

Outre ces deux Etoiles, dont les apparences ont été fort irregulieres, il y en a une troisiéme dans le col du Cygne qui augmente & diminuë tous les ans de grandeur apparente avec des periodes à peu près reglées, qui est visible pendant quelques mois & disparoit le reste de l'année. Il n'est point fait mention de cette Etolie par les anciens Astronomes, & *Bayer*, qui est le premier qui l'ait marquée de la cinquiéme grandeur dans ses Cartes céléstes qui furent publiées l'an 1603. la considera comme une de ces Etoiles ordinaires qui avoient été omises en divers endroits du Ciel.

M. *Hevelius*, qui fit une description exacte des Etoiles de la Constellation du Cygne l'an 1670. à l'occasion de la nouvelle qui parût en ce temps-là, ne marqua point cette Etoile, n'étant peut-être pas visible dans le temps qu'il fit la description de ces Etoiles. Au mois de Juillet de l'année 1686. lorsque M. *Kirchius* comparoit les Etoiles de la Constellation du Cygne avec les Cartes de *Bayer* pour chercher l'Etoile qui avoit paru deux fois proche du bec, il s'apperçut que celle qui est marquée par *Bayer* dans le col, n'étoit pas visible dans le

le Ciel, ce qui le rendit attentif pour voir ce qui en arriveroit ; l'ayant donc cherchée de nouveau au mois d'Octobre de la même année, il la vit comme les Etoiles de la cinquiéme grandeur. Il en continua les obſervations tant à la vûë ſimple qu'avec la Lunete, & par la ſuite de ſes obſervations il a découvert qu'elle augmente & diminuë de grandeur apparente, qu'elle eſt viſible pendant quelques mois, & entierement inviſible le reſte de l'année, & que la periode de toutes ces variations ſe fait en treize mois.

Nous ſommes attentifs depuis 20. ans à obſerver les changemens qui arrivent à cette Etoile, & ayant comparé nos dernieres obſervations avec les plus anciennes de M. *Kirchius*, pour avoir par un plus grand intervalle de temps la periode de ſes revolutions avec plus d'exactitude, nous l'avons trouvée de 405. jours à un demi jour près de celle qui a été déterminée par M. *Kirchius*, ce qui eſt une difference qui ne ſe peut connoître que par une longue ſuite d'obſervations. Ayant donc ſuppoſé cette revolution de 405. jours, & l'ayant comparée à l'année commune de 365. jours, on aura pour difference 40. jours, dont les phaſes d'une année retardent à l'égard de celles de l'année précedente; Et parce qu'après 9. revolutions, ce retardement fait preſque une année entiere, il en reſulte qu'en dix années les mêmes phaſes de l'Etoile retourneront dans les mêmes mois, après que l'Etoile aura fait neuf de ces revolutions avec une anticipation de ſix jours, ou quelquefois ſept, ſui-

ſuivant le nombre des années biſſextiles compriſes en neuf années.

Cette anticipation de 7. jours en 10. années, dans l'intervalle de 60. ans, eſt preſque égale au retardement qui arrive d'une année à l'autre aux phaſes de l'Etoile; ainſi après 61. ans qui comprenent 55. revolutions, la même phaſe arrivera à fort peu près dans les mêmes jours du mois où elle arrivoit du commencement. On aura donc deux periodes, une de 10. années qui ſervira à trouver dans les petits intervalles le temps de l'année que l'Etoile doit être viſible après une Epoque donnée; l'autre periode ſera de 61. années, qui ſervira à trouver les mêmes apparences dans de grands intervalles.

Il n'eſt pas aiſé d'avoir une Epoque exacte, parce qu'on ne peut pas déterminer avec préciſion le temps que l'Etoile commence de paroître, car elle n'arrive pas tout d'un coup à un degré de lumiere ſenſible; mais elle augmente peu à peu, & elle eſt viſible avec la Lunete long-temps avant qu'on la puiſſe appercevoir à la vûë. Par la même raiſon, il eſt difficile de déterminer le temps qu'elle ceſſe de paroître à cauſe qu'elle ſe perd inſenſiblement, auparavant à la vûë ſimple, enſuite à la Lunete.

On ne peut pas non plus déterminer avec exactitude le temps qu'elle arrive à ſa plus grande clarté, parce qu'elle reſte quelque temps dans ce degré de lumiere, ſans changer ſenſiblement, mais on détermine le temps de cette phaſe, ſi l'on compare ſes divers degrés

grés de lumiere avec les Etoiles voisines tant en augmentant qu'en diminuant, & qu'on prenne le milieu entre les phases égales.

On peut prendre pour époque de cette plus grande phase les observations que nous fimes l'an 1695. qui la donnent le premier jour de Septembre ; & pour seconde époque de la même phase, le 20. d'Avril de l'année 1712.

Par le moyen de ces époques & des periodes déterminées ci-dessus, il sera aisé de trouver pour le passé & pour les années à venir le temps de cette même phase. On pourra aussi être attentif un mois avant le temps de cette grande phase trouvé par les periodes pour avoir le commencement de son apparition, & un mois après la même grande phase, pour déterminer le temps qu'elle cesse de paroître ; ce qui servira à trouver ses periodes avec plus de précision, & à connoître s'il y a quelque regle dans les variations que nous avons remarqué tant à l'égard de la durée, qu'à l'égard de sa grandeur apparente ; car par les observations que nous avons faites jusqu'à present, elle ne met pas toûjours un égal intervalle de temps depuis une appartion jusqu'à l'autre; quelquefois cét intervalle est treize mois, & quelquefois il est quatorze mois. Dans une de ces revolutions, le plus souvent elle est visible pendant deux mois, quelquefois elle ne l'a été qu'ún mois, & depuis que nous l'observons, elle n'a été visible plus long-temps que deux mois & demi, de sorte que sa plus grande durée n'a

ja-

jamais été la cinquiéme partie de toute la revolution de l'Etoile que nous ſuppoſons être de 13. mois & un tiers. Il y a des années qu'elle n'a preſque point paru dans le temps même qu'elle devoit être dans ſa plus grande lumiere, ce qui eſt arrivé aux années 1700. & 1701. M. *Kirchius* remarque qu'il a obſervé la même choſe vers la fin de l'année 1688. & au commencement de 1689.

Cette Etoile eſt auſſi ſujette à varier de grandeur apparente d'une année à l'autre; nous l'avons vûë ſouvent dans ſon plus grand éclat, comme les Etoiles de la quatriéme grandeur; quelquefois ſa plus grande lumiere n'eſt pas arrivée à égaler les Etoiles de la cinquiéme & même de la ſixiéme grandeur.

Nonobſtant toutes ces variations, cette Etoile a ſes revolutions aſſez régulieres, autant qu'on en peut juger par les obſervations de 26. ans que nous en avons, car le temps de ſon apparition répond aſſez bien à celui qui eſt marqué par le periode. Cette même régularité ne s'obſerve pas à l'égard des revolutions de l'Etoile changeante de la Baleine, & encore moins à l'égard des revolutions de l'Etoile que nous avons découvert dans l'Hydre, car il y a de grandes inégalités dans ſes periodes.

Ce n'eſt pas ſeulement dans pluſieurs Etoiles fixes que l'on remarque ces viciſſitudes d'apparitions & d'occultations, & ces changemens de grandeur apparente, on les obſerve auſſi dans quelques Satellites de Saturne & de Jupiter. L'on ſait que par la dé-

découverte de M. *Caſſini*, le cinquiéme Satellite de Saturne ſe perd preſque toûjours de vûë pendant la moitié de chacune de ces revolutions autour de Saturne qui eſt de 80. jours, lorſqu'après avoir paſſé ſa conjonction ſuperieure avec cet Aſtre, il commence à s'approcher de la Terre, & que par raiſon d'Optique il devroit paroître plus grand. M. *Caſſini* a obſervé pluſieurs fois que les Satellites de Jupiter augmentent & diminuent de grandeur apparente, & principalement le troiſiéme & le quatriéme; ce que nous avons auſſi remarqué plus d'une fois. On a même vû diſparoître pendant plus d'une heure ce dernier Satellite, ſuivant une obſervation rare & curieuſe que fit M. *Bianchini* par un temps clair & ſerein le 12. Août de l'année 1711. & que nous avons communiqué à l'Academie. Toutes ces apparences ſe peuvent expliquer par la même hypotheſe qui a été propoſée par divers Aſtronomes, après le P. *Riccioli* qui l'a rapportée le premier dans le ſecond Tome de ſon *Almageſte*.

OB-

OBSERVATIONS

Des differents degrés de chaleur que l'Esprit de Vin communique à l'Eau par son mêlange.

Par M. GEOFFROY le Jeune.

* IL y a long-tems qu'on a observé qu'il se fait une effervescence & même une espece de fermentation, lorsqu'on mêle de l'Esprit de Vin avec de l'Eau dans une certaine proportion. Car alors ce mêlange blanchit un peu : & en même temps que cette blancheur se dissipe, il s'éleve une infinité de petites bulles d'air qui viennent crever à la superficie où elles forment une legere écume.

J'ai donc été bien aise d'observer avec quelque précision à quel point & selon quelle dose le mêlange de l'Eau avec l'Esprit de Vin augmente sa chaleur. Pour cela le 16. Janvier, qui étoit le dernier jour de la forte gelée, je pris le Thermometre de M. *Amontons*, que j'exposai à l'air. La liqueur s'en trouva à 7. heures du soir à 52. degrés $\frac{1}{12}$ en commençant de bas en haut ; je mis en même temps dans une tasse, deux onces d'Eau de Riviere bien claire, & dans une autre autant d'Esprit de Vin rectifié. Je marquai avec un fil l'endroit ou étoit la liqueur du Thermometre, & l'ayant plongé dans

* 21. Janv. 1713.

dans l'Eau jusqu'à ce qu'elle commença un peu à se geler, je l'en retirai; & après l'avoir essuyé, je le plongeai sur le champ dans l'Esprit de Vin. Je connus par là que ces deux liqueurs étoient au même degré de froid que l'air, puisque ni l'un ni l'autre ne firent point varier la liqueur du Thermometre. Après cela je versai subitement l'Esprit de Vin dans l'Eau, afin que les deux liqueurs se mêlassent mieux & j'y plongeai le Thermometre, ensorte que la boule étoit entierement couverte, comme j'ai toûjours coûtume de faire dans ces sortes d'experiences. Tous les effets qui doivent suivre de ce mêlange parurent, & de plus je vis remonter sensiblement la liqueur du Thermometre de $\frac{12}{12}$ qui font un pouce.

J'ai répeté la même experience le 19. Janvier, où le froid étoit bien diminué, le Thermometre étoit à l'air à 52. $\frac{10}{12}$. plongé dans l'Eau: il est descendu à 52. $\frac{7}{12}$. plongé dans l'Esprit de Vin, il s'est tenu à la même hauteur; plongé dans le mêlange des deux liqueurs, il est monté à 53. $\frac{7}{12}$. où il est resté tant que l'effervescence a duré.

Me voilà instruit du point où ce mêlange porte la chaleur de l'Esprit de Vin, il me restoit encore d'être sûr de la dose. Ainsi immédiatement après je la variai. Je pris deux onces d'Eau & quatre onces d'Esprit de Vin, & les ayant mêlés, j'y plongeai le Thermometre; la chaleur me parût moins vive que dans les experiences précédentes, & en effet la liqueur du Thermometre ne remonta que de $\frac{9}{12}$. ce qui fait un quart de diminution.

Je

Je mêlai ensuite deux onces d'Esprit de Vin avec quatre onces d'Eau, le Thermometre plongé dans ce mêlange remonta promptement de $\frac{11}{12}$. $\frac{1}{2}$.

SUR LA HAUTEUR DE L'ATMOSPHERE.

Par M. DE LA HIRE.

* SOIT le Cercle *TNI* l'un des grands Cercles de la Terre dont le centre est *C*, & que la rencontre du plan † de ce Cercle avec la superficie de l'Atmosphere que je suppose spherique, soit le Cercle *ZPA* dont le centre est aussi en *C*. L'horizon sensible d'un point *T* de la superficie de la Terre soit *TL*, lequel sera perpendiculaire à la ligne verticale *ZTC* de ce même point *T*.

Nous connoissons par les observations, qu'un rayon de lumiere qui vient d'un Astre, & qui fait avec l'horizon *TL* par-dessous un angle de 32′ comme *PM*, après avoir traversé l'Atmosphere, vient à l'œil en *T* où il paroît dans l'horizon *TL*, & ce rayon doit décrire dans l'Atmosphere une Courbe dont j'ai expliqué la nature à l'Academie, laquelle sera touchée au point *T* par l'horison *LT*. Car le rayon *MP* rencontrant obliquement la superficie de l'Atmosphere en *P*, s'approche vers la perpendiculaire *CP* en s'avançant vers *T* & tournant

* 25 Fevrier 1713. † Fig. I.

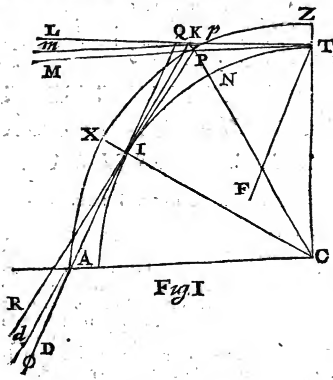


Fig. I

nant ſa concavité vers la terre, à cauſe que l'Atmoſphere eſt un corps qui augmente toûjours de denſité en s'approchant de la terre. Cet angle de 32′ eſt ce que nous appellons la refraction horizontale.

Il s'enſuit de-là que tous les points lumineux qui ſeroient ſur la courbe *PT* au dedans de l'Atmoſphere paroîtroient dans l'horizon *TL*, & ceux qui ſeroient au deſſous ne paroîtroient pas du point *T*. Et ſi l'on vouloit conſiderer l'Atmoſphere d'une matiere par tout homogene comme de l'eau, & comme pluſieurs Aſtronomes ont fait, il eſt

est évident qu'il s'ensuivroit toûjours la même chose; car alors un rayon *mp* qui feroit avec *TL* un angle *mpL* de 32′ en rencontrant l'Atmosphere en *p*, s'y détourneroit par la ligne droite horizontale *pT*; mais cette supposition n'étant pas naturelle, nous nous servirons ici de la courbe *PT*.

Si par le point *P* on mene donc le rayon de la terre *CNPK* qui rencontre sa surface en *N* & l'horizon *TL* & *K*, & qu'on prenne un arc *NI* égal à l'arc *NT*, il est évident que *IK* feroit perpendiculaire au demi-diametre de la terre *CI*, & que l'œil étant posé en *I* verroit tous les points lumineux qui seroient au dedans de l'Atmosphere & dans une courbe *IP* semblable à *TP*, dans la ligne *IK* qui seroit l'horizontale du point *I* comme *TK* l'est du point *T*.

Mais de plus si l'on imagine encore au de-là de *I* une autre courbe *IA* au dedans de l'Atmosphere & qui soit égale & semblable à *IP* ou à *TP*, il s'ensuit qu'un rayon de lumiere comme *DA* qui rencontreroit l'Atmosphere en *A* & qui feroit avec *KI* prolongée un angle de 32′, traverseroit l'Atmosphere par la courbe *AI* en touchant la circonference du cercle de la terre *TNI* en *I* & poursuivroit son chemin par l'autre courbe *IP* & sortiroit de l'Atmosphere en *P*, en faisant avec *IK* un angle de 32′.

Voyons maintenant l'effet des rayons du Soleil dans l'Atmosphere.

Tous les Astronomes demeurent d'accord que lorsque le centre du Soleil est au-dessous de l'horizon de 18. degrés, on voit le commencement ou la fin du crepuscule, & ceux qui ont observé

le crepuſcule dans un temps ſerein & froid, remarquent que ſa lumiere eſt aſſez diſtincte vers l'horizon pour en faire une détermination exacte ; & par conſéquent ſi l'on mene la ligne *TF* qui faſſe avec *TL* un angle de 18. degrés, cette ligne *TF* tendra au centre du Soleil ſans avoir égard à la refraction; & ſi *DA* étoit un rayon qui vint du centre du Soleil, & qu'il rencontrât ſans refraction *TL* en *Q*, l'angle *DQL* ſeroit de 18. degrés.

Mais le commencement du crepuſcule qui peut paroître à l'œil placé en *T*, eſt produit par les premiers rayons qui viennent du bord du Soleil, & qui peuvent rencontrer la ſuperficie de l'Atmoſphere en *P* ſur la courbe *TP*, & ces rayons feroient avec l'horizon *TL* un angle comme *dQL* de 18ᵈ moins le demi-diametre du Soleil; car ceux qui feroient un angle plus grand que *dQL* ne pourroient pas rencontrer l'arc de l'Atmoſphere dans la courbe *TP*, & ceux qui feroient l'angle moindre que *dQL*, comme lorſque le centre du Soleil eſt plus près de l'horiſon que 18. degrés, iroient rencontrer l'arc de l'Atmoſphere entre *Z* & *P*, & alors la lumiere du crepuſcule ſeroit déja élevée ſur l'horizon. Quoi-que nous conſiderions ici les rayons du bord du Soleil pour la formation du crépuſcule, cela n'empêche pas que l'on n'ait déterminé ſon commencement lorſque le centre du Soleil eſt encore à 18. degrés au-deſſous de l'horizon.

Mais ſi *dQ* eſt le premier rayon du Soleil qui peut rencontrer l'Atmoſphere en *P* pour faire appercevoir à l'œil en *T* le commencement du crepuſcule, il doit venir de ſon

son limbe superieur, lequel est éloigné de son centre dans les moyennes distances de 16′; c'est pourquoi l'angle de 18° doit être diminué de ces 16′, & comme nous venons de démontrer qu'il doit être encore diminué de 32′ qui est la refraction horizontale, il faudra donc ôter à 18° les deux angles de 16′ & de 32′ pour avoir l'angle de 17° 12′ qui est celui que nous considerons seulement ici & dont nous avons besoin pour notre dessein.

Supposons donc pour éviter la confusion des lignes, que le rayon *dA* qui rencontre l'Atmosphere en *A* où il entre, étant prolongé jusqu'à *TL* en *Q*, fait l'angle *dQL* de 18. degrés moins 16′, mais qu'en rencontrant l'Atmosphere en *A*, il s'y détourne & va toucher la superficie de la terre en *I*, & qu'ensuite il poursuit son chemin par la ligne courbe *IP* semblable à *IA*, laquelle est aussi semblable à *TP*, & si par le point *I* on mene la touchante *RIK* à l'arc de la terre *TI*, laquelle rencontre *TL* en *K*, on aura l'angle *IKL* de 17° 12′ qui doit être égal à l'angle *TCI* ou *ACK*, & *CK* divisera cet angle en deux également, donc l'angle *TCK* ou *ICK* sera de 8. degrés 36′ qui est la moitié de 17° 12′, lorsque les premiers rayons du Soleil rencontreront la superficie de l'Atmosphere en *P* qui est le point où l'on commence à voir le crépuscule du point *T* posé sur la superficie de la terre.

Maintenant si l'on suppose que * l'arc de l'Atmosphere passe en *K*, il faudroit que le rayon comme *nK* qui feroit avec *LK* un an-

* *Fig. II.*

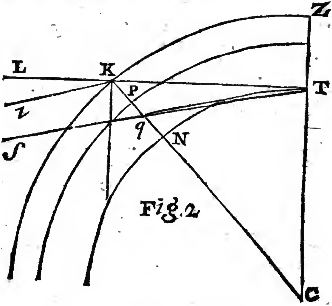


Fig. 2

angle de 32′, ſe rompît dans l'Atmoſphere par la ligne droite *KT* pour aller en *T*, ce qui ne peut pas être comme nous avons dit, à cauſe de l'inégale denſité de l'Atmoſphere, donc neceſſairement l'Atmoſphere paſſe au-deſſous de *K* vers *N*.

Mais ſi par le point *T* on mene une ligne *Tqſ* qui faſſe avec *LT* l'angle *KTſ* de 32′, je dis que l'Atmoſphere ne peut pas paſſer en *q*, car alors il faudroit que la courbure du rayon *ſq* ſe fit au-deſſus de *ſqT* pour aller en *T* où elle doit toucher *KT*, à cauſe que cette courbure doit avoir ſa concavité tournée vers la terre, & ce rayon rompu *qT* étant courbe, s'écarteroit du rayon direct *ſq* en s'éloignant de la perpendiculai-

re

re Cq menée à la ſuperficie de l'Atmoſphere, au lieu qu'il doit s'en approcher; elle paſſera donc au-deſſus de q vers K.

Voyons maintenant par le moyen des angles donnés & par la grandeur du Rayon ou demi-diametre de la terre, lequel eſt connu, quelles ſont les grandeurs des lignes NK & Nq.

Nous avons dans le triangle CTK rectangle en T, l'angle TCK de 8° 36′, donc ſon complement CKT ſera de 81° 24′, & nous connoiſſons le demi-diametre de la terre CT de 3269297. toiſes, nous trouverons donc CK de 3306520. toiſes, deſquelles ôtant CN ou CT, il reſtera NK de 37223. toiſes.

De même dans le triangle CTq nous avons l'angle TCq connu comme ci-deſſus 8° 36′; mais l'angle CqT eſt moindre qu'un droit de 36′, puiſque KTq eſt poſé de 36′, donc CTq ſera de 89° 24′, & enfin l'angle CTq ſera de 82° 0′, & CT eſt la même que dans l'autre; nous trouverons donc Cq de 3301244. toiſes, dont ôtant la valeur de CN, il reſtera pour Nq 31947. toiſes.

Il s'enſuit donc de ceci que la hauteur de l'Atmoſphere eſt plus petite que 37223. toiſes & plus grande que Nq qui eſt 31947. toiſes, & ſi nous prenons le milieu qui ne peut pas être éloigné de la verité, nous aurons la hauteur de l'Atmoſphere NP de 34585. toiſes.

M. *Mariotte* dans ſon Eſſai de la nature de l'air, conclut la hauteur de l'Atmoſphere un peu plus petite que celle-ci par ſon principe de la condenſation de l'air dans ſes

differentes hauteurs & fur des experiences; mais ces fortes de calculs ne peuvent jamais avoir beaucoup de justesse, parce qu'ils sont déduits de quelques pesanteurs de l'air proche de la terre, & de plus nous ne pouvons pas savoir par nos experiences jusqu'à quelle hauteur les particules à ressort de l'air peuvent se dilater dans l'éther, ni la progression de leur dilatation, & c'est beaucoup seulement d'avoir approché autant qu'il a fait.

Kepler dans son Epitome Astronomique détermine la hauteur de l'Atmosphere par les crepuscules suivant l'idée des Anciens, qui ne consideroient que des rayons directs qui rencontroient l'Atmosphere, après avoir touché la terre, sans avoir égard à la refraction, & il la trouve par un calcul qu'il fait de 10. milles germaniques qui valent chacun environ 3800. de nos toises, & la hauteur de l'Atmosphere seroit donc de 38000. toises qui est plus que nous ne l'avons trouvée, & beaucoup plus qu'il ne croyoit, car il n'estimoit sa juste hauteur que d'un demi-mille germanique & un peu plus, ce qui seroit à peu-près 2000. toises. Il y a grande apparence qu'une difference si considerable lui a fait chercher le moyen d'expliquer le crepuscule, en y employant des reflexions au dedans de l'Atmosphere qu'il ajoute à la refraction, & par une matiere qu'il imagine autour du Soleil & qui en est éclairée, & il insiste fort sur cette pensée, car il rapporte plusieurs raisons pour la soutenir, dont une des principales est la figure courbe du crepuscule qu'on observe dans les nuits froides

des & sereines ; il ajoute que cette figure apparente est un segment de cercle qui se termine à l'horizon, mais je vais démontrer que ce n'est point une portion de cercle, mais une hyperbole qui est un peu alterée par la refraction, & qu'il n'est pas necessaire pour expliquer cette figure courbe du crepuscule, de recourir à une matiere qui environne le Soleil, & que ce n'est que l'Atmosphere qui la doit produire, car une semblable matiere troubleroit beaucoup les phénomenes célestes.

Soit comme ci-devant la ligne verticale

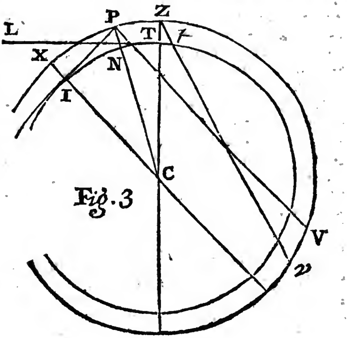


Fig. 3

CT qui passant par un point *T* de la surface de la terre, rencontre la surface de l'At-

mosphere ZX au point Z, & que TL soit l'horizon du point T qui est perpendiculaire à la verticale CT, & que la superficie de l'Atmosphere ZX soit éclairée en P par les rayons du limbe du Soleil qui est encore sous l'horizon, & comme nous posons ce point P élevé sur l'horizon TL, il paroîtra une partie de l'arc du crepuscule au dessus de l'horizon. Si l'on mene donc le rayon de la terre CP qui rencontre sa superficie en N & qu'on prenne l'arc NI de 8° 36', on aura le point I sur la circonference de la terre où les rayons du limbe superieur du Soleil, après s'être rompus dans l'Atmosphere en y entrant & dans leur chemin, toucheront cette circonference & de-là se détourneront vers P où ils rencontreront l'extremité de l'Atmosphere, comme on a vû dans le commencement de ce Memoire.

Mais comme il arrive la même chose tout autour de la terre qu'au rayon IP dans l'Atmosphere qui l'environne si l'on tire le rayon de la terre CI, & par le point P la ligne PV parallele à CI, cette ligne PV representera le cercle de la superficie de l'Atmosphere qui est éclairée par les rayons du bord du Soleil; ce sera donc ce cercle PV qui doit representer l'arc de l'extremité du crepuscule vû au-dessus de l'horizon du point T dont le point P sera la partie la plus élevée.

Considerons maintenant le cercle PV pour la base d'un cône qui a son sommet en T où est placé l'œil, le triangle TPV sera le triangle par l'axe de ce cône, lequel est perpendiculaire à sa base & sa surface détermine l'ex-

l'extremité du crepuſcule par rapport au ſommet *T*; il ne s'agit donc plus que de la figure de la ſection de cette ſurface cônique ſur un plan.

Lorſqu'on eſt aſſez éloigné d'un plan ſur lequel il y a une figure tracée, & qu'on ne peut point avoir de connoiſſance de la diſtance de l'œil aux extremités de la figure, on imagine toûjours que cette figure eſt dans un plan perpendiculaire au principal rayon qui iroit de l'œil à la figure, comme s'il y avoit un cercle tracé ſur un plan, & que ce plan fut fort incliné à l'œil qui regarderoit le cercle, & d'ailleurs le plan n'étant point viſible, & ce cercle étant fort éloigné de l'œil, on jugera toûjours que la figure eſt Elliptique, car on la juge dans un plan perpendiculaire aux rayons menés de l'œil à la figure.

Il en eſt ici de même de la ſection du cône *TPV* dont il n'y peut avoir qu'une petite partie au deſſus de l'horizon *TL*; & comme on eſtime que le crepuſcule eſt dans un plan vertical perpendiculaire à la ligne horizontale *TL* & au triangle par l'axe du cône, on doit juger que ſa figure eſt ſur ce plan, & que c'eſt une hyperbole puiſque le plan parallele au plan où eſt la ſection & qui paſſe par le ſommet *T* du cône eſt au dedans. L'œil étant placé en *T* doit donc juger que la figure de l'arc du crepuſcule eſt hyperbolique. Mais de plus la courbure d'un arc hyperbolique étant plus platte aux deux côtés de ſon ſommet que la courbure d'un arc de cercle, paroîtra encore plus applatie vers l'horizon où la refraction éleve-

rai cet arc beaucoup plus que vers son sommet, ce qui fera encore la difference plus grande entre la courbure du crepuscule & un arc de cercle.

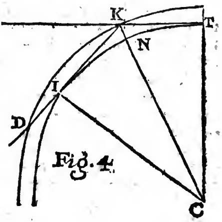
On voit par cette explication qu'à mesure que la partie superieure de l'arc du crepuscule s'éleve vers le Zenith *Z*, ce qui se fait en fort peu de temps, puisqu'elle doit parcourir un quart de cercle pendant que le Soleil s'éleve seulement vers l'horizon de 8° 36′ comme du point *I* vers *N* dans la premiere Figure, c'est-à-dire, depuis le commencement de l'apparition du crepuscule, & alors la partie de l'horizon qui est occupée par le crepuscule est plus grande qu'un demi-cercle, puisqu'elle doit être déterminée par le petit cercle *Zv* qui fera avec *CZ* un angle égal à *CPV* qui coupe l'horizon en *t* au de-là de *T* où sa lumiere empêche l'œil qui est dans ce point *T*, de discerner le terme de l'arc du crepuscule qui s'évanouït fort promptement à l'œil par les rayons qui y viennent de tout le corps du Soleil.

Il me reste encore à expliquer comment *Kepler* a trouvé la hauteur de l'Atmosphere par les crepuscules de 10. milles germaniques suivant les Anciens, sans avoir égard à la refraction.

Soit * la surface de la terre *IT*, son centre *C* & l'horizon *TK* du point de sa superficie *T*, si l'on prend l'arc *TI* de sa circonference de 18. degrés, & qu'on mene la touchante *DI* jusqu'à l'horizon *TK* en *K*, on aura le point *K* où l'on doit commencer à voir le crepuscule du point *T*, car le point *K* doit être celui où les rayons du Soleil ren-

* *Fig.* IV.

con-



contrent l'Atmosphere. Il s'ensuit donc que si l'on tire *CK* qui doit couper en deux également en *N* l'arc *TI*, l'angle *TCI* ou *ICK* sera de 9. degrés & le triangle *ICK* sera rectangle en *I*, & posant le rayon de la terre *CI* de 904. milles germaniques, il trouve *CK* de 914. milles, dont ôtant *CN* de 904. il lui reste *NK* de 10. milles pour la hauteur de l'Atmosphere.

Il ajoûte que cette démonstration neglige toutes les causes horsmis le Soleil comme la refraction, la reflexion des rayons au dedans de l'Atmosphere & la matiere ćthcrée qu'il imagine autour du Soleil : voici comme il raisonne de ces causes sans y appliquer aucun calcul, pour en tirer la hauteur de l'Atmosphere d'un demi-mille & un peu plus qu'il estime être sa juste valeur.

Il dit que la matiere de l'Atmosphere est homogene, & que sa surface est aussi bien terminée que celle de l'Océan : il est certain que la refraction des rayons du Soleil en entrant dans l'Atmosphere doit être considerée comme j'ai fait, mais il ajoûte que ceux de ces rayons qui ne rencontrent pas la terre, & qui en poursuivant leur chemin au dedans de l'Atmosphere, rencontrent sa

 sur-

surface en sortant comme ils y étoient entrés, horsmis quelques uns qui se reflechissent au dedans vers la terre & qui ne produisent qu'une lumiere très-foible, & ces derniers qui sont reflechis en rencontrant encore la surface de l'Atmosphere, en sortent aussi horsmis quelques-uns qui se reflechissant encore au dedans de l'Atmosphere, vont rencontrer sa surface en un endroit qui pourra être vû de la terre, ce qui produit en cet endroit l'apparence du crepuscule. Il est facile à juger que ce peu de rayons qui toucheroient l'Atmosphere après plusieurs reflexions, & qui seroient presque tous sortis de l'Atmosphere, comme il le dit lui-même, ne pourroient pas faire d'impression sur la vûë, & principalement ne rencontrant que la surface de l'air qui est un corps fort rare quoi-qu'il le suppose homogene comme l'eau.

Il s'étend ensuite assez au long pour prouver par des calculs qu'il fait, la necessité de la matiere qu'il a imaginée autour du Soleil qui doit produire la courbure du crepuscule, mais tout cela ne sert de rien & est entierement inutile pour ce phénomene, comme je l'ai démontré ci-devant.

J'ai déja expliqué pourquoi on ne peut pas distinguer exactement le terme du crepuscule lorsqu'il est assez élevé sur l'horizon; & même quand il est encore vers l'horizon il arrive fort souvent qu'on ne peut pas nonplus le voir bien terminé; car si les premiers rayons du Soleil qui le forment comme *dI* dans la premiere Figure, passent par des nuages ou des vapeurs épaisses qui soient sur la sur-

surface de la terre vers I, ils en seront détournés d'un côté & d'autre, & ne feront pas en P une lumiere assez forte pour y voir distinctement le terme du crepuscule, & c'est ce qui arrive pour l'ordinaire. Car vers le matin où le Soleil commençant à éclairer successivement la surface de la terre, y éleve beaucoup de vapeurs, & vers le soir celles qui s'étoient élevées pendant le jour, y retombent par l'absence du Soleil qui les abandonne; ce ne sera pas la même chose si l'air est bien froid & sans nuages, c'est aussi ce temps-là seulement où le crepuscule est bien terminé dans son commencement ou dans sa fin. Il faut encore ajoûter à cela que vers le commencement du crepuscule l'œil qui est en T voit les particules de l'air qui sont éclairées fort proche les unes des autres, ce qui cause une apparence de lumiere bien plus vive que lorsqu'il est élevé sur l'horizon, où l'on ne voit plus ces mêmes particules éclairées que fort separées, qui ne peuvent pas frapper l'œil assez fortement pour distinguer le terme du crepuscule, & bien moins lorsque ces particules éclairées sont vers le Zenith Z.

Enfin si l'on ne vouloit pas accorder que le commencement ou la fin du crepuscule parut lorsque le Soleil est encore sous l'horizon de 18°, & que ce fut à 17° ou à 19°, il faudroit seulement augmenter ou diminuer la hauteur de l'Atmosphere telle que je viens de la trouver de 2000. toises environ pour chaque degré.

Je ne prétends pas non plus que la hauteur de l'Atmosphere que j'ai posée, doive

être

être la même par toute la terre comme vers l'équateur ou vers les poles, mais cela dépend des obſervations qu'on en pourroit faire dans ces païs-là; & je ſuis même perſuadé que dans les païs vers les poles, la hauteur de l'Atmoſphere eſt beaucoup plus grande que dans ceux-ci, où je la crois plus grande que vers l'équateur; mais vers les poles les obſervations en pourront être très-bien déterminées à cauſe du grand froid & de la ſerenité de l'air qui y regne en hyver.

Voici une obſervation qui pourra ſervir à confirmer la hauteur de l'Atmoſphere que je viens de déterminer. En 1676. il parût en quelques endroits d'*Italie* un Meteore qui étoit auſſi clair que la Lune dans ſon plein. M. *Montanari* Profeſſeur à *Bologne* en fit des obſervations, & les ayant comparées avec celles qui avoient été faites en d'autres endroits, il détermina la hauteur de ce Meteore de 15. lieuës moyennes de *France*, ce qu'il fit imprimer dans un petit Ouvrage qui avoit pour titre *Fiamma volante*.

On ne peut pas douter que tous ces feux ou meteores ne ſoient formés par des exhalaiſons ſulphureuſes qui ſortent de la terre, & qui venant à s'enflammer, peſent beaucoup moins que la partie de l'air dont elles occupent la place; mais quelque legeres qu'elles ſoient, elles ne laiſſent pas pour cela d'être plus peſantes que l'éther que nous conſiderons ſans aucune peſanteur. C'eſt pourquoi elles doivent s'élever juſques ſur la ſurface de l'Atmoſphere où elles nagent tant qu'elles durent; ainſi la hauteur de ces feux

feu doit être la même que celle de l'Atmosphere, & par consequent les 15. lieuës de la hauteur observée de celui-ci, ce qui revient à 35000. toises, confirment ce que j'ai trouvé pour la hauteur de l'Atmosphere.

OBSERVATION

Sur une separation de l'Or d'avec l'Argent, par la Fonte.

Par M. HOMBERG.

TOUS les métaux & même quelques mineraux, quoi-qu'ils soient fort differents entr'eux, ne laissent pas de se ressembler parfaitement quand ils sont mis dans une forte fusion, & on peut alors facilement les mêler ensemble, & de deux ou trois métaux simples en faire des composés, dont l'usage en certaines rencontres est plus commode & plus utile que si on les avoit employé purs & sans mêlange. On peut, par exemple, de quelque metal pur que ce soit, faire des Miroirs ardents, qui n'auront pas l'éclat, ni ne feront, à beaucoup près, si bons que si on en mêle deux ou trois ensemble, parce que tout métal pur & simple ne consiste qu'en des parties homogenes, qui se lient parfaitement ensemble, & qui composent un corps pliant & mol, auquel on ne sauroit donner un beau poli, qui est cependant une des

* 28 Juin 1713.

des principales bontés d'un Miroir ; mais dans le mélange de deux ou de trois differens métaux, leurs parties de differentes figures, ne pouvant pas se lier parfaitement, composent un corps, à la verité fort cassant, mais assez dur pour recevoir un poli tel qu'on le souhaite pour un Miroir. L'Or & l'Argent fins ne sont pas propres pour en faire des ouvrages qui puissent resister au service, parce qu'ils sont trop mols ; mais étant alliés ensemble ou avec le Cuivre, les ouvrages qu'on en fait resistent à la fatigue de l'usage ; le Cuivre pur n'est pas si bon en ouvrage, particulierement d'Horlogerie & d'instrumens de Mathematique, que le Laton, qui est un mélange de Cuivre avec du Zink.

Il est aisé de faire ces mélanges de differens métaux, mais il est difficile de les separer, particulierement lorsque dans les moindres métaux on veut conserver l'un & l'autre de ceux qui s'étoient mêlés, il est croyable que le peu de perte qu'il y a dans la destruction des moindres métaux mêlés, est la cause qu'on a negligé les moyens de les conserver, comme au contraire on a recherché ces moyens dans le mélange de l'Or & de l'Argent, que l'on separe parfaitement par le moyen du départ, mais non sans peine & sans dépense, même considerable.

Cette maniere de separer l'Or d'avec l'Argent est l'unique dont on se sert presentement, & dont vraisemblablement on s'est servi de tout temps, parce qu'il n'y a point d'Auteur, que je sache, qui ait fait mention d'aucune autre, cependant il n'est pas impossi-

possible d'en avoir de plus faciles & de moindre dépense. Le hazard m'en a montré un depuis peu en travaillant sur ces deux métaux, laquelle pourroit servir, non seulement à separer l'Or d'avec l'Argent, mais aussi à separer l'Or & l'Argent d'avec les moindres métaux, en conservant le moindre métal, comme je l'ai déja éprouvé, & que je donnerai une autre fois.

J'avois fondu parties égales d'Or & d'Argent ensemble, j'avois mis ce mêlange en grenailles très-fines, dont je m'étois servi en plusieurs operations Chimiques, & voulant enfin remettre cette grenaille en une masse, je l'ai mis dans un creuset, au fond duquel j'avois mis auparavant du Salpêtre brute & du Sel décrepité, à peu près parties égales, j'ai placé le creuset au fourneau de fonte, dans un feu mediocre, que je croïois pourtant assez fort pour fondre ce qui étoit dans le creuset; après environ un quart d'heure de feu j'ai retiré mon creuset, & je l'ai laissé refroidir, puis je l'ai cassé, & j'ai trouvé mon Or au fond du creuset en un culot, & l'Argent en deux morceaux & en quelques grenailles au dessus de l'Or, & enveloppés dans les sels qui n'avoient pas été tout-à-fait fondus.

J'ai été fort étonné de cet accident: j'ai touché l'un & l'autre sur la pierre, l'Argent étoit très-pur & sans Or, mais l'Or n'étoit que de vingt karats, de sorte que l'Or avoit retenu un sixiéme de l'Argent, mais l'Argent avoit rendu tout l'Or avec qui il étoit mêlé. J'ai réïteré cette operation plusieurs fois avec differentes combinaisons d'Or & d'Ar-

d'Argent, je n'ai réussi que deux fois, où l'Or s'est trouvé plus pur que l'Argent, toutes les autres fois l'Argent s'est trouvé pur, & l'Or avoit entraîné un peu d'Argent.

J'ai observé dans ces operations, 1°. Qu'il faut que dans le mêlange il y ait autant d'Or que d'Argent, ou approchant, pour y réussir. 2°. Qu'il ne faut pas donner trop de feu, ou le tout se mêle ensemble. 3°. Que les sels, quand ils ne sont pas encore en une parfaite fusion, soutiennent le métal qui commence à se fondre & lui servent de crible, qui laisse passer la partie la plus pesante & la plus fonduë de ce métal, qui est l'Or, & qui retient l'Argent qui est plus leger, & qui dans ce cas n'est pas si bien fondu que l'Or; si dans ce moment on retire le creuset du feu, l'Argent se durcit ou se congèle promptement, parce qu'il est devenu fin par la séparation de l'Or, & qu'il ne sauroit être remis en fonte que par un très-grand feu; & les sels qui soutiennent l'Argent, ne pouvant pas achever de se fondre, empêchent l'Argent de couler au fond du creuset & de se mêler de nouveau avec l'Or.

On pourroit s'étonner ici pourquoi l'Argent ne passe pas au travers les sels en même temps avec l'Or, tous deux étant également fondus, car l'Or ne sauroit se débarasser de l'Argent avec qui il étoit intimement mêlé par plusieurs fontes précédentes, à moins qu'il ne fut en fonte aussi-bien que l'Or : mais quand on examinera la nature du sel qui soutenoit le mêlange de nos deux métaux, qui est le sel marin, on verra qu'il est

eſt le diſſolvant de l'Or, c'eſt-à-dire, une matiere qui non ſeulement diſſout l'Or maſſif en une liqueur aqueuſe, mais qui acheve auſſi de le fondre quand il le peut atteindre dans une chaleur du feu, d'ailleurs incapable de fondre de l'Or, & qui au contraire congele & durcit l'Argent en toutes les occaſions où il le peut atteindre ; ce qui ſe voit dans la précipitation prompte de l'Argent diſſout par l'Eau forte lorſqu'on y mêle du ſel commun : cette même congelation s'obſerve auſſi à l'Argent tout prêt à ſe fondre dans le feu par l'attouchement de ce même ſel, & l'Argent pour lors ne s'y fond que par une grande violence de feu.

Il arrive donc dans notre operation que les vapeurs du ſel commun, qui eſt au fond du creuſet & qui eſt agité par le grand feu, penetrent le mêlange d'Or & d'Argent à demi fondu & couché ſur ce ſel, ces vapeurs y produiſent leurs effets ordinaires, c'eſt-à-dire, qu'ils hâtent la fonte de l'Or, & le font couler au fond du creuſet, & en même temps ils reſſerrent & durciſſent l'Argent, & en empêchent la parfaite fuſion, juſqu'à ce que le feu s'augmentant à un certain degré, il agit plus violemment que les vapeurs du ſel commun, & refait une nouvelle maſſe de deux métaux, en fondant tout ce qui eſt dans le creuſet, auſſi-bien les deux métaux, que les ſels qui agiſſoient ſur eux ; c'eſt dans cet intervalle de temps, où l'action des ſels eſt plus forte que celle du grand feu, qu'il faut retirer le creuſet. Toute la réuſſite de l'operation ne conſiſte que dans l'attention qu'il faut avoir pour ce moment, ce qui

qui n'eſt pas difficile à attraper, quand on veut s'y appliquer un peu.

BOLETUS RAMOSUS, CORALOIDES FOETIDUS.

Morille branchuë de figure & de couleur de Corail, & très-puante.

Par M. DE REAUMUR.

C'EST une moindre merveille pour ceux qui ne ſont pas inſtruits des progrès de la Botanique d'entendre parler d'une plante nouvelle, que d'entendre dire qu'il en eſt peu qui ayent échappé aux yeux des Botaniſtes. En effet il eſt fort ſurprenant que la prodigieuſe varieté des Plantes qui ornent la ſurface de la terre ait des bornes preſque connuës. Le bel ordre où elles ont été diſtribuées, ſur-tout par M. de *Tournefort*, n'eſt guere moins admirable. Cet ordre nous met en état, ſans être Botaniſtes, de voir ſi une plante a été inconnuë aux Botaniſtes. Elles ſont diſpoſées ſous certaines claſſes, les claſſes ſont diviſées en genres, & les genres ſous-diviſés en eſpeces. On découvre ſans peine de quelle claſſe eſt la Plante ſur laquelle on cherche à s'inſtruire; & avec un peu d'examen on apperçoit duquel des genres de cette claſſe elle a le caractere. Si l'on trouve ſon

* 21 Juin 1713.

fon genre, il ne refte plus qu'à rechercher fi elle eft parmi les efpeces décrites. Malgré ces facilités, je n'aurois garde de propofer comme nouvelle la Plante dont je vais parler, fi auparavant je ne l'euffe foumife à l'examen de nos plus habiles Botaniftes.

Je la nomme, *Boletus ramofus, coraloïdes fœtidus*; Morille branchuë de figure & de couleur de * corail, & très-puante. Par la defcription que nous en allons donner on verra ce qui nous a determiné à la placer parmi les Morilles, & à la diftinguer des autres efpeces de ce genre par les épithetes, que nous venons de rapporter.

Il y a environ deux ans que je trouvai cette Plante en *bas Poictou* dans un mur du parc de la maifon Seigneuriale de *Reaumur*. Dans ce mur il y en avoit cinq à fix de la même efpece éloignées de quelques pieds les unes des autres. Elles étoient à differentes diftances de la furface de la terre, les plus proches en étoient à un pied. Le mur étoit expofé à l'Orient, mais environné de petits arbriffeaux, & de quantité de grands arbres qui le mettoient prefque entierement à l'ombre. Il étoit fait d'une pierre grife & d'une terre rougeâtre.

Chaque Plante † étoit compofée de huit ou neuf branches, qui fortoient du mur par un trou dont le diametre horizontal étoit d'environ un pouce & demi. Les plus longues branches avoient fept pouces. La plupart de ces branches jettoient trois ou quatre autres petites branches ‡ longues feule-

* *Planche* I. † *Figure* I. *B B*, &c. ‡ *Figure bb*, &c.

lement de deux pouces ou deux pouces & demi.

Elles tapiſſoient toutes enſemble le mur comme les branches des arbres en eſpalier les tapiſſent, avec pourtant cette difference remarquable, qu'elles avoient une direction contraire à celles des tiges & des branches des autres Plantes. Elles tendoient embas auſſi regulierement que les autres Plantes tendent en haut. Je ne crois pas pourtant que cela doive engager à faire un ſyſtême particulier ſur la nature du ſuc dont ſe nourrit cette Plante, ni ſur la maniere dont elle s'en nourrit.

Ses branches ſont d'une ſubſtance molle, & trop foibles pour ſoutenir leur propre poids. C'eſt là probablement la ſeule cauſe qui les fait deſcendre. Ce qui en eſt une bonne preuve, c'eſt que la plupart des branches courtes, * que jettent les branches principales, ſe redreſſent. La figure de chaque branche eſt aſſez irreguliere; il y en a d'auſſi groſſes, & même plus groſſes près de leur extremité, que près de leur origine. D'autres ſont beaucoup plus petites à leur extremité. Dans les endroits où elles ſont le plus groſſes, elles ont ſix à ſept lignes de largeur, & ſeulement deux ou trois lignes d'épaiſſeur vers le milieu de leur largeur; je dis vers le milieu, parce que la circonference de chaque endroit approche de celle d'un oval applati. C'eſt la largeur des branches qui eſt parallele au mur.

Lorſque nous avons dit que la circonference de ces branches approche de celle d'un oval,

* *Figure* 1. *bb*, &c.

oval, nous n'avons voulu en donner qu'une idée grossiere : Il s'y trouve une infinité de découpures irregulieres, d'inégalités disposées bizarrement qui dérangent fort cette figure; leur extremité se termine ordinairement par deux ou trois découpures.

Ces branches sont d'une matiere fongeuse; elles ne sont ni feuilletées, ni fistuleuses. Leur surface paroît remplie d'une infinité de sinuosités, d'enfoncemens, de trous d'une figure très-irreguliere, & disposés fort irregulierement. Il y a des endroits où l'on ne voit que de simples sinuosités ; ailleurs on voit des endroits plus creux, entourés de tous côtés par des especes de petites cloisons. Enfin on y observe beaucoup de trous * qui penetrent dans le milieu de la Plante; on ne peut pourtant suivre leur route lorsqu'on se contente de regarder la Plante exterieurement. Mais si l'on en coupe de petits morceaux, soit horizontalement ** soit verticalement, on apperçoit distinctement que ces trous penetrent dans le milieu de la Plante, qu'ils y arrivent en serpentant, & que de-là ils vont aboutir à quelque ouverture placée plus bas sur la surface de la Plante. Quelquefois divers de ces trous se croisent chemin faisant. Si l'on regarde attentivement ces trous dans l'interieur de la Plante, on y découvre divers filamens, qui quelquefois les traversent, & qui quelquefois sont placés comme de petits poils. Ces poils auroient-ils quelque chose de commun avec les pistiles des graines? C'est ce que j'oserois au plus soupçonner.

* *Figure* 2. *O O O*, &c. ** *Figure* 2. *H H*.

Je fis ôter les pierres du mur dans l'endroit d'où les branches de ces Plantes sortoient. Je vis qu'elles tiroient toutes leur origine du fond d'une enveloppe commune *. Cette enveloppe est une espece de bourse formée par une membrane dont la substance, le tissu, la couleur & l'odeur sont fort semblables à celles de la peau qui recouvre le chapiteau des Champignons ordinaires. Ses parois, dans les Plantes déja grandes, ou prêtes à perir n'ont qu'une demi-ligne d'épaisseur. Elles en ont beaucoup davantage lorsque la Plante est plus jeune. C'est au fond de la surface interieure de cette espece de bourse que sont attachées toutes les branches.

Vis-à-vis le même endroit, sur la surface exterieure de l'enveloppe, est attachée la racine de la Plante **. Elle est ronde, elle a environ une ligne de diametre à son origine, elle se termine par une pointe très-fine †, sa longueur est de neuf ou dix pouces; elle serpente dans le mur. La même racine jette trois ou quatre autres filets plus deliés §, qui à quatre à cinq pouces de leur origine se terminent aussi en pointe.

Je cherchai dans le mur, & je trouvai de ces enveloppes qui donnent la naissance aux branches, dont les branches n'étoient pas encore sorties. ‡ Ces enveloppes étoient alors fermées de tous côtés, fort semblables à ces Champignons appellés vesses de loup, à cela près qu'elles étoient applaties, & que les inégalités des pierres & de la terre s'y étoient

* *Figure* 1. *CCCC.* ** *Figure* 1. *Rrrs.* † *S.* § *rr.*
‡ *Figure* 3. *DDDEER.*

étoient gravées en divers endroits. Elles avoient alors la racine dont je viens de parler. Ayant ouvert une de ces enveloppes, je la trouvai remplie d'une ſubſtance molle, d'une couleur aſſez approchante de celle de la chair des amandes vertes ; qui n'ont pas encore acquis de conſiſtance. Entre cette matiere on diſtinguoit diverſes ramifications d'une autre matiere griſâtre, qui partoient du fond de l'enveloppe, & qui probablement étoient les branches naiſſantes.

Il eſt naturel que l'enveloppe, & les jeunes branches par conſequent, s'étendent plus aiſément du côté où le mur a une ouverture, que de tout autre côté ; & cela par la même loi de Mechanique, qui fait que les arbres en eſpalier ne pouſſent point de branches du côté du mur, & que les Plantes que l'on fait germer dans une cave, prennent leur direction vers le ſoupirail de la cave : par cette même loi, dis-je, l'enveloppe doit s'étendre vers l'endroit où le mur a quelque trou *. Les branches s'étendant plus aiſément du côté où l'enveloppe cede le plus, elles doivent prendre leur direction vers le même côté. C'eſt donc de ce côté-là qu'elles doivent briſer leur enveloppe lorſqu'elles ſont devenuës aſſez fortes, & que l'enveloppe eſt devenuë aſſez mince. Car elle devient mince, comme nous l'avons dit, à meſure que la Plante croît.

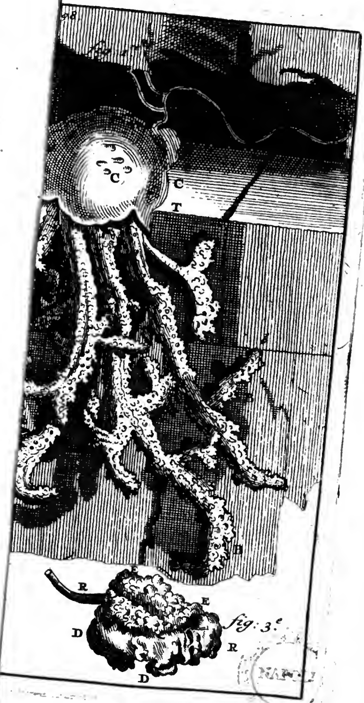
Lorſque ces branches ſont ſorties de leur enveloppe, & du mur, leur couleur blanchâtre ſe change en une couleur d'un fort beau rouge, aſſez approchant de celui du

* *Figure 3. D D D.*

Corail. L'air produit ſur elles un effet ſemblable à celui qu'il produit ſur la liqueur des *Buccinum*, & ſur la liqueur des Oeufs de Pourpre, dont nous avons parlé ailleurs. Quoi que l'air penêtre dans l'interieur de l'enveloppe, lorſqu'elle a été briſée, ſon mouvement y eſt moins fort qu'autour des branches qui ſont dehors du mur, il s'y renouvelle plus rarement; auſſi les branches y ſont-elles beaucoup moins colorées. Ce qui s'accorde fort avec ce que nous avons fait voir dans les Memoires de 1711. pag. 228. ſavoir que ce n'eſt pas ſimplement l'air, mais l'air agité qui donne la couleur rouge à certaines liqueurs, ou à certains corps. Interieurement les branches ſont plus rouges, autour des parois des trous, que dans l'épaiſſeur des parois. Tout cela dépend de la même cauſe.

Quand cette Plante a acquis une certaine grandeur, elle devient d'une odeur inſupportable, & approchante de celle de la plus puante charogne. Elle ſent d'autant plus mauvais, qu'elle eſt plus prête à paſſer. J'en fis deſſiner une fort grande par M. *Aubriet*, dont quelques bouts de branches commençoient déja à tomber; ſon odeur étoit ſi deſagreable, que j'étois ſurpris qu'il put la ſouffrir proche de lui pendant qu'il en prenoit le trait.

Au reſte quand elle eſt parvenuë à une certaine grandeur; elle ſe paſſe fort vîte, ſes bouts ſe ſéchent ou pourriſſent les premiers, ſelon que le temps eſt ſec ou humide. Et en pourriſſant, ou en ſéchant ils prennent une couleur d'un rouge noirâtre ſem-


C
C
T
E
E
R
R
D
D
fig: 3.e

ſemblable à celle du ſang qui commence à ſécher.

Quoi-que je ne puſſe prendre pour un ſimple jeu de la Nature, une Plante dont j'en trouvois cinq à ſix ſemblables en même temps, je m'informai ſi on ne ſe ſouvenoit point d'y en avoir vû de pareilles les années precedentes. On m'aſſûra que dans le même mur, & dans le même endroit, on y avoit toûjours vû depuis long-temps de ces ſortes de Champignons.

DE L'INCOMMENSURABILITE' DE POLYGONES INSCRITS ET CIRCONSCRITS AU CERCLE.

Par M. SAULMON.

* COMME la queſtion que je traite a une liaiſon neceſſaire avec la diviſibilité de la matiere, je me crois obligé d'en dire quelque choſe.

Ce que je découvre d'abord en ſon idée, eſt que je n'apperçois aucunes bornes ni limites au nombre des parties qu'elle peut fournir ſelon certaines diviſions déterminées, & que de toutes celles qui en reſultent, il n'y en a aucune que je puiſſe regarder comme ſi elle étoit vrayement la derniere. Pour le

* 21 Juin 1713.

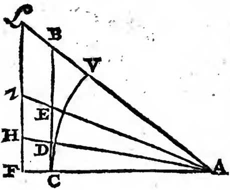
le demontrer, je conçois deux cubes inégaux, leurs baſes poſées ſur un plan horizontal, & les hauteurs entre elles comme le côté & la diagonale d'un même quarré, & par conſequent incommenſurables. Je conçois encore qu'ils ſont diviſés l'un & l'autre en deux parties égales, chacun par un plan parallele à l'horizon, & que chacune de celles-ci l'eſt encore en deux autres égales ſemblablement, & ainſi de ſuite à l'infini. Il eſt clair qu'après les mêmes diviſions, le nombre des parties en un cube ſera continuellement égal au nombre des parties en l'autre, & que ce même nombre ſera continuellement l'un des termes de la progreſſion double geometrique 2, 4. 8, &c. continuée à l'infini. Chacun de ces termes ſera continuellement un nombre entier & pair, car les premiers ſont des nombres entiers par l'hypotheſe, & le double de l'anterieur eſt toûjours égal au poſterieur, par l'hypotheſe auſſi, autrement il ne ſeroit pas formé ſelon la teneur de la formule qu'on ſuppoſe, ce qui ſeroit contre l'hypotheſe. L'épaiſſeur de chaque tranche en l'un des cubes ſera auſſi continuellement incommenſurable avec l'épaiſſeur de chaque tranche correſpondante en l'autre cube, & il n'y aura jamais de dernier terme de cette ſuite, tandis qu'elle perſevere en la même hypotheſe. Car ſi quelqu'un vouloit qu'il y eût à la fin une derniere tranche en l'un des cubes, l'épaiſſeur de la tranche du grand ſeroit plus grande que l'épaiſſeur de la tranche du petit, car comme le nombre des tranches en chaque cube eſt égal par la formation, l'épaiſſeur d'une

d'une tranche en l'un, eſt à l'épaiſſeur d'une tranche en l'autre, comme la hauteur du premier cube eſt à la hauteur du ſecond, c'eſt-à-dire, que ces épaiſſeurs ſont continuellement entre elles comme la diagonale, & le côté d'un même quarré, la moindre épaiſſeur pourra donc être retranchée de la plus grande, ainſi l'épaiſſeur de la grande tranche ſeroit encore diviſible au moins en deux parties inégales, mais toute grandeur diviſible en deux parties inégales, eſt diviſible auſſi en deux parties égales, la grande tranche étoit donc encore diviſible en deux parties égales. Or chacune de ces deux nouvelles parties auroit une épaiſſeur moindre que celle de la derniere tranche du petit cube, la moindre épaiſſeur pourroit donc être retranchée de la plus grande, ainſi l'épaiſſeur de la derniere tranche du petit cube ſeroit encore diviſible au moins en deux parties inégales, & par conſequent elle le ſeroit auſſi en deux égales. Les tranches qu'on avoit donc regardées comme les dernieres dans les cubes, ne l'étoient pas, mais elles l'étoient néanmoins par l'hypotheſe, l'hypotheſe étoit donc impoſſible, autrement une même choſe ſeroit & ne ſeroit pas, en même temps ; ce qui renferme une contradiction manifeſte.

* Soit l'Angle AFL droit, FL égale à la hauteur du grand cube, & CB égale à celle du petit & parallele à FL, par les points L, B, je tire la droite LB, qui rencontre le prolongement de FC en un point A. Que les points H, i, &c. deſignent les diviſions

E 4 des

* Figure I.



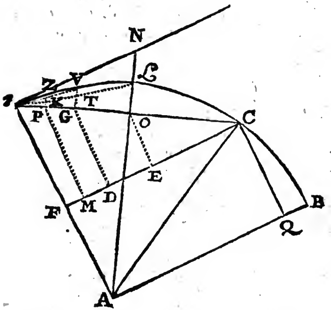
des tranches du grand cube, les points, *D*, *E*, &c. deſigneront les diviſions proportionnelles des tranches du petit. Mais on vient de demontrer* que les côtés *Hi*, *DE*, ſont continuellement diviſibles, & qu'il n'y a point de dernieres limites en la diviſion dont ils ſont ſuſceptibles, donc il n'y en a point non plus en celle de l'Angle *HAi*, ou *DAE*; par la même raiſon il n'y en a pas non plus dans aucun des autres Angles *FAH* ou *CAD*; *LAi*, ou *BAE*. &c. donc la diviſion de l'Angle eſt inépuiſable, & il n'y a point de dernieres limites.

DEFINITION.

L'angle qui ſe forme après une certaine multitude de diviſions des plus grandes que j'apperçoive d'une ſimple vûë, eſt ce que j'appelle un angle infiniment petit du premier genre. Je conçois encore une ſuite d'autres angles qui ſoient continuellement entre eux comme l'angle fini *CAV* eſt à l'angle infiniment petit du 1er genre, le 3me terme proportionnel, eſt ce que j'appelle un angle infiniment petit du ſecond genre; le 4me,

* Figure I.

4me, un angle infiniment petit du 3me genre, & ainsi de suite à l'infini ; par exemple un sinus infiniment petit du 1er genre forme un sinus verse infiniment petit du second genre ; & celui-ci étant appliqué en la circonference du même cercle, & perpendiculaire au rayon devient un sinus du second genre qui forme un sinus verse du 3me, & si l'on continuë ainsi, l'on aura une suite infinie de sinus de divers genres.



* Pour faire une application de la divisibilité de la matiere en raison sous-double, aux sinus d'un Angle divisé aussi en raison sous-double, soit *CF* sinus de l'Angle *CAi* primitif donné. Je divise cette ligne *CF* en deux parties égales au point *E* ; & *EF* en

E 5 deux

* *Figure II.*

deux autres égales au point D, & DF en deux égales au point M, & ainsi à l'infini, du point E je tire Eo parallele à Fi, jusqu'à la droite Ci chorde de l'Angle CAi $= p$, elle détermine le sinus $oi = T^{ier}$ de la moitié $\frac{p}{b}$ l'Angle CAi, en supposant $b = 2$.

Du point D de la 2me division, je tire DG parallele à Fi jusqu'en Ci, & GT parallele à ol; il est clair que Li est divisée en deux parties égales au point T, & que Ti est le sinus de l'Angle $\frac{p}{bz}$ de la 2me division, & $=$ T^{2me}. Du centre A par le point T je tire la droite TV.

Du point M je tire MP parallele à Fi; & PK parallele à GT; puis KZ parallele à TV, qui coupe la chorde, Vi, en deux parties égales au point Z, il est clair que Zi sera $= T^{3me}$; & qu'il correspondra à la 3me division de l'Angle CAi; si l'on appelle D^{1er} la moitié de CF, D^{2me}, la moitié de cette moitié, & ainsi de suite, les D & les T seront du même ordre. C'est pourquoi si l'on conçoit que le nombre des sinus en la division sous-double continuë de l'Angle primitif est continué à l'indefini, leur nombre sera égal au nombre des parties de CF divisée aussi en raison sous-double, & les sinus correspondront aux parties de CF prises selon le même ordre, $EF = D^{1er}$ perpendiculaire aux paralleles Eo, Fi, est moindre que l'oblique oi comprise entre les mêmes paralleles, & qui est $= T^{1er}$. $FD = D^{2me}$ est moindre que iG qui est encore moindre

moindre que iT hypothenuse de l'Angle droit, iGT, & $= T^{\,3me}$. De même $FM = D^{\,3me}$ est moindre que ip, qui est moindre que iK, & iK est moindre que iZ, hypothenuse de l'Angle droit iKz, & $= T^{\,3me}$. L'on trouvera toûjours par la même methode que les T sont continuellement plus grands que les D correspondans. Mais il a été demontré en la divisibilité de la matiere, que le nombre des D étoit inépuisable, & que c'étoit un impossible qu'il y eut aucun D qui fût vrayement le dernier: donc à plus forte raison le nombre des T issus de la division sous-double continuë de l'Angle donné CAi, sera aussi inépuisable, & c'est un impossible qu'il y en ait aucun qui soit vrayement le dernier.

Corol. Il est évident que le nombre des parties de la ligne CF issu de la division continuë est inépuisable, & que nulle de ces parties ne peut devenir vrayement un des points qu'on appelle indivisibles ou geometriques; ou que l'on puisse représenter par une unité indivisible.

LEMME I.

Le sinus total $Ai = a$; & le sinus $CF = R$, d'un arc quelconque CLi de cercle, étant donnés, trouver le sinus $CO = T$, de la moitié du même arc CLi.

Je joins les points A & C, & je tire AL perpendiculaire à iC; elle la divise en deux parties égales au point O; or $\overline{AC}^2 - \overline{CF}^2 = \overline{AF}^2$; & $AF = \sqrt{aa - RR} = CQ$ sinus du

complement de l'angle donné. $Fi = Ai - AF = a - \sqrt{aa-RR}$; $\overline{iC}^2 = \overline{CF}^2 + \overline{Fi}^2 = 2aa - 2a\sqrt{aa-RR}$; & $\frac{iC}{2} = CO = \sqrt{2aa - 2a\sqrt{aa-RR}} = Y$; finus de la moitié de l'arc propofé; & cette formule eft generale pour trouver le finus de la moitié d'un arc quelconque.

Corol. 1. Soit $b = 2$. $n =$ à un terme quelconque de la progreffion double continuë. 2. 4. 8. &c. ou b. b^2. b^3. &c. continuée à l'indefini; & foit p, égal à un angle CAi d'un fecteur quelconque CAi de cercle, qui n'excede pas un angle droit. Cela pofé, je conçois que cet angle eft divifé en deux autres égaux, & que chacun de ceux-ci l'eft auffi en deux autres égaux, & ainfi à l'indefini. Chaque angle de la 1ere divifion fera exprimé par $\frac{p}{b}$; ceux de la 2me le feront par $\frac{p}{b^2}$, la 3me, par $\frac{p}{b^3}$; & ainfi à l'indefini; & en general ils feront chacun exprimés par $\frac{p}{n}$.

J'appelle a le finus de l'angle propofé p ou CAi; & A, B, C, D, &c. les finus qui correfpondent à chacun des autres angles de la fuite indefinie. J'en fubftituë fucceffivement les quarrés à la place de RR en la formule du lemme, & je forme la fuite indefinie.

An-

Angles. *sinus des Angles.*

$\frac{p}{1}$ . . . . $= a = R^{1er}$

$\frac{p}{b}$ . . . $\frac{\sqrt{2aa - 2a\sqrt{aa - aa}}}{2} = A = Y^{1er} = R^{2me}$

$\frac{p}{b^2}$ . . $\frac{\sqrt{2aa - 2a\sqrt{aa - AA}}}{2} = B = Y^{2me} = R^{3me}$

$\frac{p}{b^3}$ . . $\frac{\sqrt{2aa - 2a\sqrt{aa - BB}}}{2} = C = Y^{3me} = R^{4me}$

$\frac{p}{b^4}$ . . $\frac{\sqrt{2aa - 2a\sqrt{aa - CC}}}{2} = D = Y^{4me} = R^{5me}$

Et ainsi à l'indefini où l'on suppose que *R* represente un sinus quelconque superieur, & *Y* l'inferieur.

Corol. 2. Le sinus *R* d'un Angle quelconque étant donné, le sinus de son complement sera $\sqrt{aa - RR}$; & il est par conséquent donné.

Corol. 3. Si quelque $aa - RR$, n'est pas un quarré parfait commensurable avec aa, c'est-à-dire si du quarré aa du rayon l'on retranche le quarré RR d'un sinus quelconque R pris à discretion, par exemple B, dans la suite infinie des sinus, & que l'excès $aa - BB$ ne soit pas un quarré parfait, commensurable avec, aa; le quarré de chaque sinus de la suite infinie posterieure ou qui est après B est aussi incommensurable

avec aa, ou avec ſon multiple quelconque, & le ſinus l'eſt avec a, ou avec ſon multiple $2a$. Car ſi l'on conçoit que le rayon, a, eſt diviſé en autant de parties égales que l'on voudra, qui repreſentent chacune l'unité, il pourra être exprimé par leur nombre, & par conſequent par un nombre entier commenſurable avec l'unité ſuppoſée, mais incommenſurable avec $\sqrt{aa-BB}$ nombre ſourd, puiſque par l'hypotheſe $aa-BB$ n'eſt pas un quarré parfait commenſurable avec aa; donc a, & $\sqrt{aa-BB}$ ſelon cette ſuppoſition ſont incommenſurables; or ſi deux grandeurs incommenſurables ſont multipliées par une même grandeur, a, leurs produits ſont encore incommenſurables, donc aa & $a\sqrt{aa-BB}$, ou leurs multiples $2aa$, & $2a\sqrt{aa-BB}$ le ſont auſſi; & par conſequent leur difference $2aa-2a\sqrt{aa-BB}$, ou le quart

$$\frac{2aa-2a\sqrt{aa-BB}}{4}=CC,$$ quarré du ſinus ſuivant, eſt auſſi incommenſurable avec $2aa$, ou avec ſon ſous-multiple aa; donc leurs racines.

$$\frac{\sqrt{2aa-2a\sqrt{aa-BB}}}{2}=C$$ (ſinus qui eſt après B) & a, ou ſon multiple quelconque, ſont auſſi incommenſurables, à plus forte raiſon.

De même le quarré DD du ſinus poſterieur ou qui eſt après le ſinus C, eſt encore incommenſurable avec aa, & D l'eſt auſſi avec a ou avec un multiple quelconque de, a. Car ſi en la valeur precedente de C, l'on ſubſtituë CC, à la place de BB, l'on aura

aura par le *Corol.* 1. $\frac{\sqrt{2aa-2a\sqrt{aa-cc}}}{2} = D$.

Or l'on vient de demontrer dans le *Corol.* 3me que aa & CC ſont incommenſurables, donc leur difference $aa-CC$, l'eſt auſſi avec aa, & à plus forte raiſon leurs racines, a, & $\sqrt{aa-cc}$ le ſont auſſi. Donc leurs multiples $2aa$ & $2a\sqrt{aa-cc}$ le ſont encore; & par conſequent leur difference $2aa-2a\sqrt{aa-cc}$, ou ſon quart $\frac{2aa-2a\sqrt{aa-cc}}{4} = DD$, quarré de ſinus poſterieur le ſont avec $2aa$, ou avec ſon ſous-multiple aa, & à plus forte raiſon leurs racines quarrées, a, & $\frac{\sqrt{2aa-2a\sqrt{aa-cc}}}{2} = D$ ſinus poſterieur, le ſont auſſi; & comme la même loi ſubſiſte en chaque terme ſuivant à l'égard de celui qui le precede, par la generation, il eſt évident que le quarré, YY, de chaque ſinus de la ſuite poſterieure infinie, ou qui eſt après le ſinus donné B, eſt continuellement incommenſurable avec aa; & que chaque, Y, poſterieur, l'eſt avec a; c'eſt-à-dire, que ſi quelque $aa-RR$ n'eſt pas un quarré parfait commenſurable avec, aa; chaque YY de la ſuite poſterieure infinie eſt auſſi incommenſurable avec aa, & que chaque Y l'eſt avec a.

Corol. 4. Si le ſinus Y d'un Angle quelconque de la ſuite infinie eſt donné, & qu'on demande le ſinus R d'un Angle double inconnu, l'on aura en degageant l'inconnuë,

nuë, $R = \frac{2Y\sqrt{aa-YY}.}{a}$

Corol. 5. Pour trouver la tangente iN, de l'Angle LAi, dont le ſinus eſt $Oi = Y$; je fais cette proportion, $AO = \sqrt{aa-YY} : Oi = Y : : Ai : : = a : iN$, qui ſera

$$\frac{aY}{\sqrt{aa-YY}} = T; = \frac{a\sqrt{a-\sqrt{aa-RR}}}{\sqrt{a+\sqrt{aa-RR}}}$$;en mettant

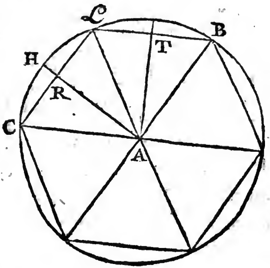
à la place de, Y, ſa valeur en R, tirée du lemme.

Corol. 6. Si quelque $aa-RR$, n'eſt pas un quarré parfait commenſurable avec aa, ou avec l'unité, chaque YY de la ſuite poſterieure infinie ou qui eſt après R, eſt auſſi incommenſurable avec le quarré TT de la tangente T du même Angle; & chaque, Y, l'eſt avec T. Car par le *Corol.* 5me. YY: $TT : : YY : \frac{aaYY}{aaYY} : : aa - YY : aa$. Mais par le *Corol.* 3. ſi quelque $aa-RR$ n'eſt pas un quarré parfait commenſurable avec aa, chaque YY poſterieur eſt continuellement incommenſurable avec aa; or ſi deux grandeurs quelconques aa & YY ſont incommenſurables, leur difference $aa-YY$ l'eſt auſſi alors avec chacune des grandeurs, donc $aa-YY$ & aa ſont alors continuellement incommenſurables. Or l'on vient de demontrer YY: $TT : : aa-YY : aa$. Donc ſi quelque $aa-RR$, n'eſt pas un quarré parfait commenſurable avec aa; YY eſt continuellement incommenſuable avec TT; & à plus forte

ſorte raiſon chaque, Y, l'eſt avec T; par toute l'étenduë de la ſuite poſterieure infinie.

Corol. 7. Si quelque $aa-RR$ n'eſt pas un quarré parfait commenſurable avec aa, le quarré aa du rayon du cercle, & le quarré TT de la ſuite poſterieure infinie des tangentes T correſpondantes aux ſinus Y, qui ſont après le ſinus R, ſont continuellement incommenſurables par toute l'étenduë de la ſuite poſterieure infinie des tangentes. Car par le *Corol.* 5. l'on a; $aa :: TT :: aa : \frac{aaYY}{aaYY}$ ou comme $aa-YY : YY$: c'eſt-à-dire, en diviſant chaque terme par YY, comme $\frac{aa}{YY} - 1 : 1$. Donc quand $\frac{aa}{YY} - 1$ eſt incommenſurable avec l'unité, aa l'eſt auſſi avec TT. Or quand YY eſt incommenſurable avec aa, alors $\frac{aa}{YY}$ l'eſt auſſi avec $\frac{aa}{aa}$ ou l'unité; donc leur difference $\frac{aa}{YY} - 1$. l'eſt auſſi avec 1. Mais par le *Corol.* 3. Si quelque $aa-RR$ n'eſt pas un quarré parfait commenſurable avec aa, chaque YY de la ſuite poſterieure infinie qui eſt après R, eſt continuellement incommenſurable avec aa; & par conſequent aa l'eſt auſſi alors continuellement avec TT, & à plus forte raiſon a, l'eſt avec T, par toute l'étenduë de la ſuite poſterieure infinie des tangentes T,

T, correſpondantes aux ſinus, *Y*, qui ſont après le ſinus donné *R*.



Corol. 8. Je conçois qu'un * cercle eſt diviſé en un nombre quelconque *g* de ſecteurs égaux que j'appelle primitifs, comme *BAL*, *LAC*, & que chacun de ces ſecteurs eſt diviſé en deux autres égaux, & ceux-ci encore en deux autres égaux, & ainſi à l'infini, puis des points *C* & *L* je tire ſur *AH*, les perpendiculaires *CR*, *LR*, elles ſeront les ſinus *Y* des Angles *CAH*, *LAH*, & elles formeront la chorde *CL*, je tire ſemblablement des chordes par tout le ſecteur *BAL*, & par tous les autres ſecteurs primitifs & j'appelle encore *n* le nombre des Angles *CAH*, *HAL*, &c. contenus en chacun de ces ſecteurs, ſuppoſant la diviſion la même que

* FIG. III.

que celle du Corol. 1er. puis je tire des tangentes paralleles aux chordes. Il est clair qu'à chaque division, il se forme un polygone regulier inscrit au cercle, & un autre semblable circonscrit. Le nombre des côtés est en chacun $\frac{gn}{2}$; car chaque côté de l'inscrit est $2Y$, & chaque côté du circonscrit est $2T$. L'apoteme AR de l'inscrit est $\sqrt{aa-YY}$ & celui du circonscrit est, a; d'où l'on tire le circuit de l'inscrit $= gny = \frac{gn\sqrt{2aa-2a\sqrt{aa-RR}}}{2}$; & son aire $= \frac{gny\sqrt{aa-YY}}{2} = \frac{gnaR}{4}$ en mettant à la place de Y, sa valeur tirée du lemme. Le circuit du circonscrit sera $gnT = \frac{gna\sqrt{a-\sqrt{aa-RR}}}{\sqrt{a+\sqrt{aa-RR}}}$; & son aire sera $\frac{gnaT}{2} = \frac{gnaa\sqrt{a-\sqrt{aa-RR}}}{2\sqrt{a+\sqrt{aa-RR}}}$; en mettant à la place de, T, sa valeur tirée du *Corol.* 5. où R represente la suite infinie des sinus a, A, B, &c. & n est successivement $= b$, b^2, b^3, &c. C'est pourquoi si l'on appelle P 1er, l'aire du polygone inscrit qui correspond à Y 1er c'est-à-dire, le polygone primitif; car les R ou les Y qui entrent en l'expression de la surface ou du circuit d'un même polygone quelconque, sont du même ordre que ce polygone. P 2me l'aire du polygone qui correspond à Y 2me, &

& ainſi de ſuite, &c. on aura, $P^{1er} = \frac{gbaa}{4}$; $P^{2me} = \frac{gb^2aA}{4}$; $P^{3me} = \frac{gb^3aB}{4}$; & ainſi à l'infini. L'on déterminera ſemblablement l'aire du circonſcrit ; puis leurs circuits; en mettant ſucceſſivement à la place de n & R les valeurs qui leur conviennent ſelon l'ordre des polygones ou des *Y*.

THEOREME I.

Si l'on conçoit une ſuite de polygones inſcrits & circonſcrits au cercle, telle qu'elle eſt deſignée dans le *Corol.* 8. & que le quarré d'un côté de quelque polygone ϕ, inſcrit, quelqu'il ſoit, ſoit incommenſurable avec le quarré du rayon du cercle ; ou encore ſi l'excès $aa - RR$ du quarré du rayon ſur le quarré du ſinus de la moitié de l'Angle central de quelque polygone inſcrit au cercle, n'eſt pas un quarré parfait commenſurable avec le quarré du rayon du cercle, l'aire d'un polygone quelconque de la ſuite poſterieure infinie ou qui eſt après ϕ, l'aire du polygone ſemblable circonſcrit, qui correſpond à l'inſcrit, & le quarré du diametre du cercle, ſont trois grandeurs continuellement incommenſurables entre elles ; leurs circuits, & le diametre du cercle, ſont auſſi trois grandeurs continuellement incommenſurables entre elles.

DE-

DEMONSTRATION.

Le côté d'un polygone quelconque inscrit peut s'exprimer par $2R$, & son quarré par $4RR$, en supposant R indéterminé. Or si $4RR$ est incommensurable avec aa; RR l'est aussi avec aa, & par consequent leur difference $aa - RR$ l'est aussi avec aa: donc $aa - RR$ n'est pas alors un quarré parfait commensurable avec, aa, donc par le *Corol.* 3. chaque YY de la suite posterieure infinie est aussi incommensurable avec aa, & chaque Y de la même suite l'est avec a; & par le *Corol.* 6. chaque YY l'est avec TT, & chaque Y l'est avec T; & par le *Corol.* 7. chaque TT l'est avec aa; ou chaque T l'est avec a; or quand deux grandeurs sont incommensurables, toutes les grandeurs commensurables avec l'une des deux, sont aussi incommensurables avec l'autre, donc les grandeurs qu'on vient de trouver incommensurables avec a, ou avec aa, le sont aussi avec $2a$ diamétre du cercle, ou avec $4aa$ son quarré. Mais l'aire d'un polygone quelconque inscrit, celle du polygone semblable circonscrit, puis le quarré du diamétre du cercle, sont par toute l'étenduë de la suite posterieure infinie ou qui est après ϕ, comme YY, TT, $4aa$ dans le genre d'incommensurabilité, entant que ces grandeurs sont rationelles ou irrationelles en general; ou comme gnR, $2gnT$, $16a$ dans le rapport déterminé; & les circuits des mêmes polygones, puis le diamétre du cercle sont comme leurs racines, Y, T, $2a$ dans le genre d'in-

d'incommenſurabilité ; donc ces aires & le quarré du diamétre ſont trois grandeurs continuellement incommenſurables entre elles ; & à plus forte raiſon, les circuits des polygones, puis le diamétre du cercle ſont auſſi trois autres grandeurs continuellement incommenſurables entre elles, par toute la ſuite poſterieure des polygones inſcrits & circonſcrits.

Corol. 1. Si g eſt $=4$. alors le polygone primitif inſcrit au cercle eſt un quarré, le ſinus, a, de l'Angle central BAL qui en ſoûtient un côté, eſt égal au rayon a ; ce qui donne par le lemme, le ſinus, A, de la moitié de cet angle ou de 45. degrés $= \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Mais $aa - AA = \frac{2aa}{4}$ n'eſt pas un quarré, commenſurable avec aa, ou ce qui revient au même, $\sqrt{aa - AA} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ eſt incommenſurable avec, a ; donc par le theoreme, l'aire d'un polygone quelconque inſcrit, celle du polygone ſemblable circonſcrit, & le quarré du diamétre du cercle, ſont des grandeurs continuellement incomſurables entre elles ; & les circuits des mêmes polygones & le diamétre du cercle, ſont auſſi continuellement incommenſurables entre eux ; ſi en la formule $\frac{gnaR}{4}$, des polygones inſcrits l'on ſubſtituë, 4, à la place de, g, & les valeurs de, a, A, B, C, &c. ſucceſſivement à la place de R, l'on aura $P^{1er} = 2aa$ ou l'aire du quarré, $P^{2me} = 2aa\sqrt{2}$

$\sqrt{2}$. ou l'aire de l'octogone inscrit; $P3^{me} = 4aa\sqrt{2-\sqrt{2}}$; ou la figure inscrite de 16. côtés; $P4^{me} = 8aa\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$; & en inserant un $\sqrt{2}$ nouveau subalterne sous le dernier signe radical de chaque terme, l'on aura la suite infinie des aires des polygones inscrits; & en general si l'on conçoit $b=2$; $S=$ au nombre qui designe l'ordre des polygones ou des Y; & $K=$ au nombre, 2, engagé successivement sous autant de signes radicaux subalternes, qu'il y a d'unités dans $S-1$, de telle sorte que le 1er signe soit positif, le 2me negatif, & tous les autres positifs, l'on aura continuellement $PS^{me} = b^{s-1}aaK$; & le nombre des côtés sera $2b^s = b^{s+1}$. Si l'on veut par exemple connoître l'aire d'un polygone inscrit du cinquante-deuxiéme ordre, l'on trouvera qu'elle est la moitié de 4. 503. 599. 627. 370. 496. aa multipliés par la valeur du nombre 2 engagé successivement sous cinquante & un signes radicaux subalternes, tous positifs excepté le second qui est negatif, & que le nombre des côtés du polygone est $2b^{52} = b^{53} = 9.$ 007. 199. 254. 740. 992. C'est-à-dire, que si l'on nomme les bilions après les milions, & que l'on donne trois chifres à chaque expression, le nombre des côtés sera, neuf quadrilions, sept trilions, cent quatre-vingt-dix-neuf bilions, deux cens cinquante-quatre milions, sept cens quarante mille, neuf cens quatre-ving-douze.

Corol. 2. Si g est $=5$. le polygone primitif

tif inſcrit au cercle ſera un pentagone, & l'angle central *BAL* qui en ſoûtient un côté, ſera de 72. degrés: & ſi l'on appelle encore, *a*, le rayon du cercle ou le côté de l'hexagone inſcrit au cercle, *Z* le côté inconnu du decagone inſcrit au même cercle, & *V* le côté inconnu du pentagone qui lui eſt inſcrit auſſi, l'on aura par la 9 du 13 d'*Euclid.* $Z = -\frac{a + a\sqrt{5}}{2}$; & par la 10 du même livre $V = \frac{a\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}{2}$, dont la moitié eſt le ſinus de 36. degrés, ce qui donne par le *Corol.* 4. du lemme, le ſinus de 72. degrés $= \frac{a\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}{4} = a = R$ 1er.

Et comme ſon quarré $\frac{10aa + 2aa\sqrt{5}}{16}$ eſt incommenſurable avec *aa*, il eſt clair par le theoreme que l'aire du polygone quelconque inſcrit, de la ſuite poſterieure, l'aire du polygone ſemblable circonſcrit, & le quarré du diamétre du cercle ſont continuellement incommenſurables, & que les circuits des mêmes polygones, & le diamétre du cercle le ſont auſſi.

Corol. 3 Si *g* eſt $=6$; le polygone primitif inſcrit au cercle eſt un hexagone, & l'angle central *BAL*, qui en ſoûtient un côté, eſt de 60. degrés, dont le ſinus eſt $=$ à la moitié $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ d'un côté du triangle équi-

quilateral inſcrit au même cercle par la 12. du 13. d'*Eucl.* L'on a donc $\frac{a\sqrt{3}}{2} = a = R^{ier}$; ce qui donne par le *Corol.* 1. du lemme, $A = \frac{a}{2}$; mais $aa - AA = \frac{3aa}{4}$ n'eſt pas un quarré parfait. Donc par le theoreme 1er, les aires des polygones ſemblables inſcrits & circonſcrits, & le quarré du diamétre du cercle ſont continuellement incommenſurables entre eux ; leurs circuits, & le diamétre du cercle le ſont auſſi, ſelon toute l'étenduë énoncée dans le theoreme. La ſuite des ſinus R ou a, $B, C,$ &c. eſt $\frac{a\sqrt{3}}{3} = a.$

$$\frac{a}{2} = A. \frac{a\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2} = B. \frac{a\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}}}{2}$$

$$= C ; \frac{a\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}}{2} = D \; \&$$

ainſi à l'infini, en inſerant un nouveau $+\sqrt{2}$ devant le dernier nombre, qui eſt continuellement $+\sqrt{3}$. Où l'on voit que le nombre des ſignes radicaux ſubalternes eſt encore égal au nombre qui deſigne l'ordre des Y, ou des polygones, que le ſecond ſigne eſt encore negatif, & tous les autres poſitifs ; d'où il eſt aiſé de deduire les aires & les circuits des polygones.

Corol. 4. Si g eſt $= 15$; le polygone primitif inſcrit au cercle eſt un quindecagone, & l'angle central BAL qui en ſoûtient un côté eſt de 24. degrés. Si dans le cercle,

 dont

dont le rayon eſt, a, l'on inſcrit un triangle équilateral & un pentagone équilateral auſſi, ayant tous deux un même point pour le ſommet commun d'un de leurs angles, & que du centre du cercle on tire une perpendiculaire, ou un apoteme ſur un côté de l'une & de l'autre figure, oppoſé à l'angle dont le ſommet eſt commun, il eſt aiſé de voir que le quarré de la moitié de l'excès du côté $a\sqrt{3}$ du triangle, ſur le côté $\frac{a\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{2}$ du pentagone, étant ajoûté au quarré de l'excès de l'apotême $\frac{a\sqrt{6+2\sqrt{5}}}{4}$ du pentagone, ſur l'apotême $\frac{a}{2}$ du triangle, font une ſomme égale au quarré du côté du quindecagone & ainſi ce côté ſera $\frac{a\sqrt{8-\sqrt{30-6\sqrt{5}}-\sqrt{6+2\sqrt{5}}}}{2}$. Dont la moitié eſt le ſinus de 12. degrés, que j'appelle A. Ce qui donne par le *Corol.* 4. du lemme, le ſinus a du double de cet angle, c'eſt-à-dire, le ſinus de 24. degrés $= \frac{a\sqrt{7+\sqrt{5}-\sqrt{30+6\sqrt{5}}}}{4} = R$ 1er. Dont le quarré eſt incommenſurable avec aa. C'eſt pourquoi ſi l'on conçoit des ſuites de polygones inſcrits & circonſcrits formés comme dans le *Corol.* 8. par des ſous-diviſions ſous-doubles continuës de l'angle central, les ai-

res

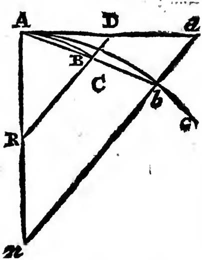
res des polygones inſcrits & circonſcrits ſemblables, & le quarré du diamétre du cercle ſont encore continuellement incommenſurables; leurs circuits & le diamétre du cercle le ſont auſſi, ſelon toute l'étenduë énoncée dans le theoreme.

De la ſection d'une courbe quelconque avec ſa chorde.

LEMME II.

Dans les Figures ſemblables tous les côtés qui ſe correſpondent mutuellement, ſoit rectilignes ſoit curvilignes, ſont proportionnels.

LEMME III.



*Si d'une courbe quelconque ABC, un arc quelconque AB donné de poſition eſt ſoûtenu par la chorde AB, & qu'en quelque point A au milieu de la courbure continuë, cet arc ſoit touché par une droite AD prolongée de part & d'autre, & que l'on ſuppoſe enſuite que les points A & B s'approchent l'un de l'autre,

* FIG. IV.

& ſe joignent ou s'uniſſent, je dis que, ſelon cette ſuppoſition l'angle rectiligne *BAD* formé par la chorde & la tangente, diminuera à l'infini, & qu'à la fin, c'eſt-à-dire, en la derniere diminution, il s'évanouïra.

Car ſi cet angle s'évanouït point, l'arc *AB* contiendra avec la tangente, un angle égal à un angle rectiligne, & par conſequent la courbure au point *A*, ne ſera point continuë, ce qui ſeroit contre l'hypotheſe.

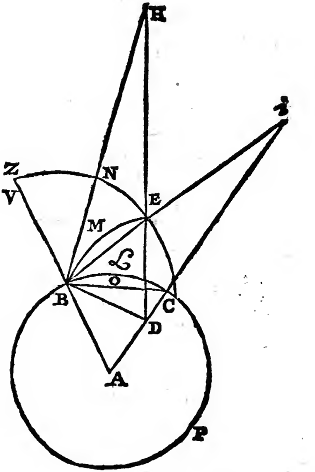
LEMME IV.

Les mêmes choſes étant ſuppoſées; je dis que le dernier rapport mutuel de l'arc, la chorde, & la tangente eſt un rapport d'égalité.

Car ſoit au point *B* la droite *BR* perpendiculaire à la courbe *ABC*, & pendant que le point *B* s'approche du point *A*; que l'on conçoive que les droites *AB*, *AD*, ſont continuellement prolongées vers les points *b* & *d* à une diſtance finie quelconque du point *A*. Soit tirée la droite *bd* parallele à la ſecante *BD*; & ſoit la courbe *Abc* toûjours ſemblable à la courbe *ABC*, & l'arc *Ab* toûjours ſemblable à l'arc *AB*. Les points *A*, *B*, concourant, ou ſe joignant, l'angle *dAb* par le lemme 3. s'évanouïra & par conſequent les droites toûjours finies *Ab*, *Ad*, & l'arc *Ab* contenu entre elles, tomberont l'un ſur l'autre, & ces trois longueurs ſeront par conſequent égales. C'eſt pourquoi les droites *AB*, *AD*, & l'arc *AB* contenu entre elles, leur étant proportionnels

nels s'évanouïront, & le dernier rapport qu'ils auront ſera un rapport d'égalité.

THEOREME II.



* Soit *B L C* l'arc d'une courbe quelconque, dont

* Fig. V.

dont *AZDCI*, ſont des perpendiculaires, & *Bi* une tangente. Je diviſe l'angle droit *VBE* en deux angles égaux, & je fais l'angle *iBC*, égal à l'angle, *iBN*. Du point *B* comme centre ſur le rayon *BC*, je décris l'arc *CNZ*. Je conçois que chaque angle du quart de cercle *VBE*, eſt diviſé en deux autres égaux, & chacun de ceux-ci en deux autres égaux & ainſi à l'infini, & je conçois que l'angle *EBC* eſt toûjours égal à l'un des angles de la derniere diviſion du quart de cercle. L'arc *VNC* ſera diviſé en une infinité d'angles égaux, & l'angle *EBC* en ſera un. Cela poſé, je dis que la chorde *BC* ne rencontre la courbe *BLC*, qu'en un point geometrique & indiviſible.

DEMONSTRATION.

Si l'on conçoit que l'arc *BLC* devienne continuellement plus petit & que le point *C* ſoit le plus près de *B* qu'il ſoit poſſible, & tout prêt à s'évanouïr, ou même qu'il s'évanouït, par la même raiſon le point *E* de la tangente du même arc ſera auſſi le plus près de *B* qu'il eſt poſſible, & tout prêt à s'évanouïr, ou même il s'évanouïra, & par conſequent dans l'inſtant que l'arc *BLC* eſt prêt à s'évanouïr ou qu'il s'évanouït, cet arc, ſa chorde & ſa tangente ſont par le lemme 4. une même ſection. L'on prouvera par un ſemblable raiſonnement que dans l'inſtant que la chorde *BE*, eſt prête à s'évanouïr, ou qu'elle s'évanouït, l'arc *BME* qu'elle ſoûtient & la partie *BN* de la tangente *BH* de

de cette courbe seront prêtes aussi à s'évanouïr ou s'évanouïront, & puisque la chorde de BC a une section commune avec la tangente BE & l'arc BLC; par la même raison la même ligne BE qui devient dans le second cas une chorde de l'arc BME égal & semblable à l'arc BLC, aura aussi une section commune avec l'arc BME & sa tangente BN, & cette section sera égale à celle qu'elle faisoit avec l'arc BLC, & avec la chorde BC du premier cas, à cause de la ressemblance & de l'égalité des arcs, des chordes, & des tangentes; & puisque la longueur de la section du premier cas, & celle du second se font en la même ligne BE, il est clair qu'elles ne sont qu'une même, donc la section que la ligne BN fait avec l'arc BLC est la même que celle qui se fait par la chorde BC avec le même arc BLC. Si l'on conçoit des arcs semblables sur chacun des autres rayons qui déterminent les angles du quart du cercle VBE, il est clair que BV deviendra la tangente du dernier arc, & que la section que cette droite BV fait avec le dernier arc est précisement la même que celle qu'elle fait avec le premier arc BLC; & la même encore que celle qui est faite par la premiere chorde BC avec le même arc BLC. Mais la section que BV ou ABV fait avec la courbe BLC est un point geometrique & indivisible, à cause qu'elle est perpendiculaire à la courbe BLC par la construction. Donc aussi la chorde BC ne coupe ou ne rencontre cette même courbe BLC qu'en un point geometrique & indivisible.

REMARQUE.

L'on pourroit former une queſtion, ſavoir ſi les côtés des polygones inſcrits & circonſcrits au cercle dont il eſt parlé dans le corollaire huitiéme du lemme 1er ne deviennent pas vrayement la circonference du cercle dans le cas de l'infini au moins du dernier genre, c'eſt-à-dire, qu'il faudroit déterminer ſi l'incommenſurabilité ſubſiſte dans le cas de cet infini, autant qu'il eſt perceptible ſelon la teneur d'une telle diviſion.

Je dis que l'incommenſurabilité de ces polygones ſubſiſte, de telle ſorte qu'elle ne peut jamais ceſſer d'être.

1°. Soit, s'il eſt poſſible, quelque YY commenſurable avec aa, & que néanmoins quelque $aa - RR$ de la ſuite anterieure ou ſuperieure qui le precede ne ſoit pas un quarré parfait commenſurable avec aa, il eſt clair qu'il faut qu'il y ait quelque terme où cette incommenſurabilité ceſſe, autrement cet YY qu'on allegue ſeroit encore incommenſurable avec aa, ce qui ſeroit contre l'hypotheſe. Que ce terme ou ſinus ſoit Y'; & que le terme ou ſinus ſuperieur ſoit R'. Il eſt évident que le quarré $R'R'$ ſera encore incommenſurable avec aa, puiſque par l'hypotheſe le changement commence au terme ſuivant qu'on appelle Y'. Mais l'on a par le lemme premier $Y' = \frac{\sqrt{2aa - 2a\sqrt{aa - R'R'}}}{2}$ & $Y'Y' = \frac{2aa - 2a\sqrt{aa - R'R'}}{4}$; & puiſque $Y'Y'$

$Y'Y'$ eſt commenſurable par l'hypotheſe, ſa valeur l'eſt auſſi. Donc $\sqrt{aa - R'R'}$ n'eſt pas un nombre ſourd, mais cela ne peut être, à moins que $R'R'$ ne ſoit commenſurable avec aa; il l'eſt donc en même temps & il ne l'eſt pas. Ce qui eſt impoſſible. Donc auſſi cet $Y'Y'$ que l'on a pris où l'on a voulu, en l'extremité même de l'infini, ſi on le veut, regardant cet infini comme s'il avoit des extremités, n'étoit pas commenſurable avec aa. L'hypotheſe qu'on faiſoit, renfermoit donc une contradiction.

2°. Soit, s'il eſt poſſible, quelque YY commenſurable avec TT, & que néanmoins quelque $aa - RR$ de la ſuite anterieure ou ſuperieure ne ſoit pas un quarré parfait commenſurable avec aa. Leurs valeurs YY & $\frac{aaYY}{aa - YY}$ du *Corol.* 6. du lemme 1er qui ſont comme $aa - YY$ & aa, le feroient auſſi. Donc cet YY feroit commenſurable avec aa, ce qui eſt impoſſible par l'article qui précede.

3°. Soit encore, s'il eſt poſſible, quelque TT commenſurable avec aa, & que néanmoins quelque $aa - RR$ de la ſuite anterieure ou ſuperieure, ne ſoit pas un quarré parfait commenſurable avec aa. Leurs valeurs $\frac{aaYY}{aa - YY}$ & aa, qui ſont comme YY & $aa - YY$ le feroient auſſi. Donc YY feroit auſſi alors commenſurable avec aa. Ce qui eſt impoſſible par l'article qui précede.

Si l'on fait $R = 0$, toute la ſuite anterieure & & poſterieure des ſinus ſe détruit,

& ainsi l'angle primitif donné par la premiere hypothese, n'est plus par celle-ci ; ce qui marque la contradiction de cette seconde hypothese. La raison est que RR designe le quarré d'un des sinus anterieurs ou superieurs, qui étoient tous positifs par l'hypothese de leur generation. C'est donc une contradiction de supposer qu'il devienne nul. Ce que l'on peut voir d'une simple vûë aux Corollaires premier & troisiéme du Theoreme 1er; où pour continuer la suite des sinus, l'on ne fait qu'introduire le nombre 2 sous un nouveau signe radical subalterne devant le signe radical du dernier chiffre, qui devient alors subalterne aussi à ce nouveau signe radical, & qui est toûjours $\sqrt{2}$ au premier Corollaire, & $\sqrt{3}$ au troisiéme Corol. & ces sinus ne peuvent s'anéantir que quand on insereroit un $\sqrt{4}$ ou 2, à la place de $\sqrt{2}$ ou $\sqrt{3}$.

Comme le rayon, a, du cercle a été supposé divisé en un nombre quelconque de parties égales, fini ou infini, quel que soit le genre d'infini, il est clair que si le nombre est entier, comme on le suppose, il peut être designé par le nombre le plus grand possible de tous les infiniment grands que l'on puisse appercevoir, donc le moindre sinus verse, s'il étoit possible qu'il y en eût, seroit designé par le moindre de tous les nombres, c'est-à-dire, par l'unité lineaire; & par consequent le sinus droit qui lui correspond seroit encore alors un infiniment grand à son égard, & il le seroit

roit par conſequent encore à l'égard de l'unité. Mais je veux par une hypotheſe impoſſible, que R ſoit enfin égal à l'unité. L'on aura donc alors $\sqrt{aa-RR}=\sqrt{aa-1}$, c'eſt-à-dire, que cette grandeur ſeroit encore alors incommenſurable, & par conſequent $Y=\frac{\sqrt{2aa-2a\sqrt{aa-RR}}}{2}$ le ſeroit encore alors, car l'unité ajoûtée à un quarré parfait n'en fait jamais un. Enfin ſi les polygones ſemblables inſcrits ou circonſcrits devenoient vrayement la circonference du cercle, dans le cas que leurs côtés ſeroient des infiniment petits, qu'on appelle du dernier genre; les mêmes polygones deviendroient alors égaux & par conſequent commenſurables. Mais j'ai démontré ci-devant qu'ils ne peuvent le devenir en aucun cas; donc ſi l'on forme une égalité des valeurs des polygones, elle doit donner une contradiction, & c'eſt ce qui arrive. Car la formule generale des polygones inſcrits eſt $\frac{gnaR}{4}$; & celle des polygones circonſcrits eſt $\frac{gnaa\sqrt{a-\sqrt{aa-RR}}}{a\sqrt{a+\sqrt{aa-RR}}}$ ſi l'on en fait une égalité, elle donne la contradiction $R=\sqrt{-1}$. Ce qui marque que c'eſt un impoſſible que les polygones deviennent jamais égaux. Mais ils le deviendroient s'ils devenoient vrayement le cercle. C'eſt donc un impoſſible qu'ils deviennent vrayement le cercle.

De-là, il eſt évident que la circonference du cercle qui eſt ainſi infiniment approchée ſelon un genre quelconque déterminé d'infiniment petits, eſt incommenſurable avec le diametre, & que l'aire du même cercle infiniment approchée ſelon le même ordre, eſt incommenſurable auſſi avec le quarré du même diametre.

Au reſte mon deſſein n'eſt pas ici d'attaquer la methode des infiniment petits, qui peut d'ailleurs être d'un grand uſage dans les Mathematiques, ſur la détermination de diverſes grandeurs, ſoit vraye, ſoit infiniment approchée; tout ce que je me ſuis propoſé eſt ſeulement d'indiquer ma penſée ſur l'incommenſurabilité de quelques polygones inſcrits & circonſcrits au cercle, & ſur la commune ſection ou commun attouchement, d'une ligne droite & d'une courbe quelconque.

DE L'ACTION DES SELS

Sur differentes Matieres inflammables.

Par M. LEMERY le Cadet.

* QUOI-QUE les ſels ne ſoient pas eſſentiellement inflammables, & que les ſeuls Soulfres ou Huiles ayent cette proprieté, cependant ils ne contribuent pas peu ſouvent à exciter & à augmenter très-fort l'in-

* 26. Août. 1712.

l'inflammabilité des Huiles qu'on a exposées au feu. M. *Homberg* nous a même fait voir ici qu'on pouvoit faire enflammer certaines Huiles avec quelques esprits acides, sans le secours du feu; mais tous les sels ne font pas le même effet, car il y en a un grand nombre qui diminuent, ou empêchent l'inflammation des matieres sulfureuses exposées au feu, & l'on remarque que les mêmes acides qui sont assez puissans pour allumer sans feu les Huiles essentielles, non-seulement ne font rien sur des resines naturellement très-inflammables, mais encore qu'ils les empêchent totalement de s'enflammer tant qu'ils demeurent unis à ces resines; comme mon Frere l'a prouvé dans un Memoire lû en 1711.

Ces observations curieuses de Chymie m'ont fait naître le dessein d'en faire d'autres sur le même sujet, & d'examiner avec soin l'action particuliere de plusieurs sortes de sels sur differentes matieres sulfureuses, & j'ai tâché par le secours des experiences de rendre raison de quelques phénomenes singuliers dont la mechanique n'a point encore été expliquée, & qui meritent bien d'être éclaircis.

Pour suivre un certain ordre dans ces experiences, j'ai pris differens Soulfres ou Huiles tirées tant des Mineraux que des Vegetaux & des Animaux, comme le Soulfre commun, l'Huile de Petrole, l'Huile d'Amandes douces, le Suif, la graisse de Porc & plusieurs autres. J'ai jetté une portion de chacune dans un creuset rougi au feu, pour observer quel est leur degré na-

turel d'inflammabilité ; enfuite j'y ai mêlé à differentes proportions plufieurs fels, comme l'Alun, le Borax, les Vitriols deffechés, le Sel commun : j'ai trouvé que tous ces fels diminuoient confiderablement l'inflammabilité des Soulfres, & qu'ils ne brûloient qu'à mefure qu'ils fe degageoient des fels.

Les fels fixes des Vegetaux & des Animaux ont produit le même effet.

Les fels urineux étant fort volatils, je crûs qu'ils pourroient exciter un effet different de ceux dont on vient de parler. J'en mêlai donc avec les Huiles en differente quantité, mais elles n'en brûlerent pas plus vîte, & même quand j'en mettois le double, ou le triple, la flamme en étoit beaucoup affoiblie.

Il n'arriva pas la même chofe du Salpêtre que j'employai enfuite. Car en quelque ptoportion que je le mêlaffe avec les mêmes Soulfres dont j'ai parlé, il augmenta fi fort le volume & la vivacité de la flamme, qu'il la fit toûjours fortir du creufet avec une violence très-confiderable.

Tout le monde fait que quand on jette de ce fel fur des charbons ardents, il s'en éleve auffi-tôt une grande flamme, à peu près de même, & encore plus vivement que quand on y jette une matiere fulfureufe, ce qui avoit fait croire qu'il étoit veritablement inflammable comme les Huiles ; mais fi cela étoit, quand on le verfe dans un creufet rougi au feu, il devroit s'y enflammer comme le font en pareil cas toutes les matieres inflammables, fans excepter même celles qui

étant

étant verſées ſur un charbon ardent, n'y produiſent pas, à beaucoup près, une flamme auſſi conſiderable que celle qu'y excite le Salpêtre.

Au reſte, il eſt inutile, pour expliquer l'effet du Salpêtre ſur les matieres ſulfureuſes, de ſuppoſer dans ſa compoſition un Soulfre, car quand il en contiendroit, il auroit cela de commun avec pluſieurs autres ſels, dans leſquels nous en appercevons, & qui cependant bien-loin d'être inflammables, éteignent plûtôt la flamme qu'ils ne l'augmentent, tels ſont le Sel commun, le Vitriol, & même le Cryſtal de Tartre dont on retire une très-grande quantité d'Huile. D'ailleurs on ne peut pas dire que l'acide du Vitriol & l'eſprit de Nitre ſoient inflammables parce qu'ils font enflammer certaines Huiles eſſentielles.

Nous ferons voir dans la ſuite que ce n'eſt point la prétenduë inflammabilité du Salpêtre qui donne lieu à l'effet dont il s'agit, & que ce ſel opere par une méchanique bien differente.

Comme le Salpêtre ſe réduit par l'analyſe en un eſprit acide très-actif & très-corroſif, & en une matiere fixe & terreuſe; je me ſuis imaginé d'abord que ce n'étoit qu'à raiſon de cet acide que le Salpêtre en ſubſtance agiſſoit ſi violemment ſur nos Huiles; d'autant plus que cet acide dégagé de ſa partie terreuſe, comme il l'eſt dans l'eſprit de Nitre, étoit alors aſſez puiſſant pour faire enflammer ſans le ſecours du feu certaines Huiles eſſentielles.

Dans cette vûë j'ai verſé de l'eſprit de Nitre

Nitre ſur nos Huiles déja enflammées dans le creuſet & ſur les charbons ardens, & j'ai remarqué qu'il n'operoit rien de ſenſible ſur le ſoulfre commun, qu'il fuſoit un peu avec les Huiles, mais qu'il les éteignoit entierement quand on y en verſoit juſqu'à un certain point, & que quoi-qu'il fuſât légerement ſur les charbons ardens, la place où il avoit été verſé, même en petite quantité, en devenoit noire, & enfin cet eſprit n'a produit ſur toutes ces matieres aucun effet comparable à celui du Salpêtre.

Ce qui m'a donné encore un nouveau ſujet d'étonnement, c'eſt le même eſprit de Nitre qui éteint les charbons ardens & la flamme de nos Huiles, augmente beaucoup celle de l'eſprit de Vin, quoi-qu'il y ait été mêlé en aſſez grande quantité ; & que le Salpêtre qui excite ſi fort l'inflammabilité de nos matieres huileuſes, ne produit pas, à beaucoup près, ſur l'eſprit de Vin un effet auſſi conſiderable ſur ces Huiles, & même y agit moins que l'eſprit de Nitre.

Il s'agit preſentement de faire voir 1° de quelle maniere le Salpêtre augmente ſi fort l'inflammabilité du Soulfre commun, & des autres matieres inflammables dont il a été parlé.

En ſecond lieu, pourquoi les autres ſels que j'ai nommés ne le font point, ou font même tout le contraire.

Et en troiſiéme lieu, par quelle raiſon le Salpêtre & l'eſprit de Nitre, qui n'eſt autre choſe que l'acide degagé de la partie terreuſe de ce ſel, agiſſent ſi differemment dans certains cas.

Pour

Pour avoir une idée nette de l'action du Salpêtre sur les Soulfres, faisons attention, 1°. Que quand il a été poussé par un feu suffisant, de sel moyen qu'il étoit il devient sel alkali, parce que le feu lui a enlevé beaucoup d'acides, & qu'il devient par-là en état d'en recevoir de nouveaux à la place de ceux qu'il a perdus, ce qui fait le caractere du sel alkali.

Nous remarquerons 2°. Que quand on a mêlé avec le Salpêtre quelque matiere inflammable, il ne lui faut ni un aussi grand feu, ni un aussi long-temps que dans l'experience précedente pour devenir très-alkali, parce que le Soulfre est alors un vehicule très-puissant pour dégager & exalter les acides Nitreux.

3°. Il faut observer que quand le Salpêtre a brûlé dans un creuset avec une matiere fort chargée d'acides comme le Soulfre commun, il perd bien par cette operation une grande quantité de ses acides, mais il en regagne d'autres qui lui viennent du Soulfre commun. La preuve qu'il perd beaucoup de ses acides propres pendant cette operation, se déduit naturellement des deux experiences précedentes, qui font voir clairement que le Salpêtre en doit perdre, & en perd effectivement quand il a été exposé à l'action du feu, & sur-tout avec un intermede sulfureux, tel que celui qu'il rencontre abondamment dans le bitume du Soulfre commun. Enfin ce qui acheve cette preuve, c'est que le Salpêtre après cette operation perd beaucoup de son poids.

Pour faire voir presentement qu'à la pla-

ce

ce des acides Nitreux, il s'en eſt introduit d'autres dans le Salpêtre qui appartiennent au Soulfre commun; c'eſt qu'après l'operation, au lieu d'être devenu alkali, comme il le devient dans les deux premieres experiences que nous avons rapportées, on le retrouve toûjours ſel moyen, c'eſt-à-dire, hors d'état de fermenter avec les acides; mais ce ſel moyen, qui eſt le polychreſte ordinaire, eſt bien different de ce qu'il étoit auparavant, car il ne produit plus aucun des effets particuliers au Salpêtre, à cauſe des acides Vitrioliques dont il ſe trouve alors revêtu; & en effet on peut avec le Nitre fixé par les charbons & de l'eſprit de Soulfre produire un ſel tout-à-fait ſemblable en nature & en effets au ſel Polychreſte.

Au reſte on ne ſera point ſurpris que dans l'operation du ſel Polychreſte le Salpêtre perde ſes acides & en regagne d'autres, ſi l'on conſidere que l'acide du Soulfre auſſi-bien que celui de l'Alun, & du Vitriol, s'éleve très-difficilement par le feu, au lieu que celui du Nitre s'éleve par la même voye avec une très-grande facilité, comme on peut s'en aſſûrer en faiſant évaporer de l'eſprit de Soulfre & de l'eſprit de Nitre, ce qui avoit peut-être fait dire que l'un étoit un acide volatil, & l'autre un acide fixe.

Cela étant, quand le Salpêtre & le Soulfre commun brûlent enſemble dans un même creuſet, les acides du Nitre doivent s'élever bien plus promptement que ceux du Soulfre; & ces derniers ſe trouvant encore arrêtés par les pores vuides de la partie fixe du Salpêtre qui

qui eſt devenuë alkaline, & qui les abſorbe, ils ſont obligés de laiſſer échapper la matiere bitumineuſe à laquelle ils étoient unis, & de ſe livrer au nouveau ſel, qui les retient d'autant plus facilement, qu'ils ont déja par eux-mêmes peu de diſpoſition à s'exalter.

Ceci poſé, il ne me paroît pas difficile d'expliquer comment le Salpêtre augmente ſi fort la flamme du Soulfre commun, & produit une détonation ſi conſidérable; Car premierement la partie fixe du Salpêtre, dérobant à la partie bitumineuſe du Soulfre commun, une portion des acides qui par leur poids la fixoient en quelque ſorte, & l'empêchoient de s'élever auſſi aiſément qu'elle auroit fait ſans cela, ce bitume doit rentrer par cette perte dans ſa volatilité naturelle, & par conſequent s'exalter plus facilement. En ſecond lieu, puiſque l'eſprit de Nitre peut bien ſans le ſecours du feu faire enflammer les Huiles qui ne contiennent point, ou qui contiennent peu d'acides, il ſuit naturellement de cette obſervation que dans l'operation que nous avons à expliquer, le bitume du Soulfre ayant été dépouillé d'une partie de ſes acides Vitrioliques, par la partie fixe du Salpêtre, il ſe trouve par-là plus en état de recevoir l'impreſſion des acides du Nitre, qui s'élevant en l'air avec ce bitume, le doivent pénetrer très-facilement, & exciter par-là d'autant mieux ſon inflammabilité, que le feu aide encore à rarefier & attenuer cette matiere.

A l'égard des autres corps ſulfureux dont le Salpêtre augmente beaucoup l'inflammabilité, comme ſont le charbon, & pluſieurs au-

autres matieres qui ont été rapportées, ce ſel y agit de la même maniere que ſur le Soulfre commun. Il eſt vrai que ces matieres ne contiennent pas toutes autant d'acides que le Soulfre commun, mais elles en contiennent toûjours aſſez dans leur état naturel, pour que l'acide du Nitre ne puiſſe pas alors y être admis & y exciter une fermentation. En effet j'ai remarqué qu'aucunes de ces Huiles n'étoient ſenſiblement penetrables à l'eſprit de Nitre, & pour qu'elles le deviennent il faut que l'acide qu'elles contiennent naturellement en ait été enlevé; c'eſt auſſi ce qui arrive quand on les mêle avec le Salpêtre en ſubſtance dans nôtre operation, car la partie fixe de ce ſel, en abſorbant les acides de l'Huile, le prepare en quelque ſorte à donner un paſſage libre aux acides Nitreux, qui ſans cela n'y auroient eû aucun accès, & n'y auroient produit aucun effet.

Pour avoir donc une idée nette de la maniere dont le Salpêtre groſſit ſi fort le volume de la flamme d'une matiere huileuſe ſur laquelle il a été verſé, il ne faut pas ſeulement s'imaginer qu'il produiſe cet effet en rarefiant ſimplement les parties huileuſes déja enflammées, il le fait encore en excitant l'inflammabilité de celles qui ne l'étoient point, & qui s'exhaloient avec la flamme en forme de fumée, ou de vapeur. Ce ſont ces parties non enflammées qui produiſent la ſuye qui eſt elle-même une matiere inflammable, & qui ne ſeroit point telle ſi elle eût été déja veritablement enflammée; car alors le tiſſu de ſes parties auroit été détruit, & auroit

roit perdu sa proprieté inflammable.

Après tout on n'aura pas de peine à concevoir que toutes les parties huileuses exposées à un même feu ne s'enflamment pas également, si l'on considere que quelques-unes peuvent être plus chargées d'acides que d'autres, & par consequent resister davantage à l'action du feu; mais quand on y a versé du Salpêtre, la vapeur sulfureuse monte avec moins d'acides, & en trouve en son chemin de nouveaux qui excitent son inflammabilité, ce qui augmente beaucoup la quantité des parties enflammées & par consequent la grandeur du total de la flamme.

La verité de ce que j'avance paroît clairement quand on verse du Salpêtre sur un charbon ardent qui ne jette aucune flamme, car il s'élevoit de ce charbon une vapeur sulfureuse qui faute d'être enflammée ne produisoit aucune lueur, mais dès qu'elle a été preparée, & attenuée par le Salpêtre de la maniere que nous l'avons déja expliquée, elle s'enflamme tout d'un coup & avec une vivacité très-considerable.

La mechanique dont le Salpêtre opere sur les matieres sulfureuses étant bien entenduë, on appercevra facilement pourquoi les autres Sels dont il a été parlé ne produisent pas un effet semblable en pareil cas, & souvent même en produisent un tout opposé. Car premierement, l'Alun, & le Vitriol sont deux Sels moyens chargés tous deux d'un même acide Vitriolique qui suivant ce qui a déja été dit s'évapore avec une très grande peine par le feu, & qui s'éleve encore bien plus diffici-

cilement quand il est engagé dans sa matrice terreuse qui l'y retient si fort, qu'en quatre jours entiers d'un feu très-violent, & sans discontinuation, l'Alun, & le Vitriol perdent moins de leurs acides que le Salpêtre n'en perd des siens en huit ou dix heures; de plus on sait que quand on pousse dans une même cornuë le Salpêtre & le Vitriol, pour faire l'eau forte, le Salpêtre après un certain temps se trouve dépouillé de ses acides, pendant que le Vitriol n'en a point, ou presque point perdu: ce qui marque sensiblement, non-seulement que le Salpêtre peut agir où ces autres sels n'ont point d'action, mais encore d'où peut proceder l'inaction particuliere de ces sels dans la circonstance presente; car s'il leur faut un temps si considerable, pour laisser échapper les acides qui pourroient être propres à produire quelqu'effet sur la vapeur sulfureuse dont il s'agit, & si ces acides tous dégagés ne s'élevent encore que fort peu à cause de leur pesanteur naturelle, toute la vapeur sulfureuse se trouvera épuisée avant que ces acides ayent commencé à se dégager, & supposé qu'il s'en échappe, ce sera en petite quantité, & peut-être empêcheront-ils encore la vapeur de s'élever aussi haut qu'elle le pourroit faire naturellement.

En un mot, si pendant que l'Huile brûle, il ne se fait pas dans le Vitriol, & l'Alun une decomposition suffisante, la flamme ne doit point augmenter, car dans notre hypothese l'acide du sel doit quitter sa matrice terreuse pour aller porter son action sur la vapeur sulfureuse, & l'acide de l'Huile doit l'abandonner,

ner, pour s'unir à la matrice terreuſe du ſel, qui ne devient propre à recevoir cet acide, qu'autant qu'elle a perdu auparavant de ſes acides propres.

Il ſuit encore de cette hypotheſe que les ſels Alkali tant fixes, que volatils, & que l'eſprit de Nitre ne doivent rien faire, ou faire peu de choſe ſur la flamme de nos matieres huileuſes; car ſi le ſel Alkali peut bien enlever à l'Huile quelques acides, il n'en fournit point d'autres à la vapeur ſulfureuſe qui s'éleve, ce qui eſt néanmoins une circonſtance eſſentielle pour exciter un effet ſenſible d'inflammabilité: on peut même dire que comme ces ſels verſés dans le creuſet avec l'Huile partagent avec cette matiere l'action du feu, elle en doit recevoir par là une moindre impreſſion que ſi ces ſels n'y étoient pas, de plus ils peuvent encore en chargeant la matiere huileuſe ſur laquelle ils ſont verſés empêcher qu'elle ne s'éleve ſi facilement qu'elle le feroit ſans mêlange, auſſi remarque-t-on que l'Huile ne brûle dans toute ſa force que quand elle ſurnage ces ſels, & qu'elle les a precipités en quelque ſorte au fond du creuſet, & comme les ſels Volatils Alkali ne chargent pas tant les parties huileuſes que les fixes, ils ne produiſent pas une diminution de flamme ſi ſenſible.

Pour l'eſprit de Nitre s'il contient les acides neceſſaires pour exciter l'inflammabilité de la vapeur ſulfureuſe, il lui manque la partie fixe & terreuſe des ſels Alkali, ſans laquelle la vapeur ſulfureuſe ne peut être ſuffiſamment preparée à recevoir l'impreſſion des acides, quand

quand elle en contient déja un fort grand nombre. De plus comme l'esprit de Nitre quelque deflegmé qu'il soit contient toûjours beaucoup de parties aqueuses qui s'y trouvent toutes développées, le premier effet de ces parties aqueuses est d'éteindre la flamme, & ainsi quand ces acides Nitreux pourroient faire quelqu'effet sur la vapeur sulfureuse, comme cet effet seroit bien peu de chose à cause de la grande quantité d'acides que cette vapeur sulfureuse contient déja par elle-même, les parties aqueuses éteindroient encore plus de parties sulfureuses que les acides n'en pourroient allumer.

Les acides contenus dans l'esprit de Nitre manquant du secours des sels Alkali pour exciter l'inflammabilité des Huiles chargées de beaucoup d'acide, & d'un autre côté les sels fixes ne pouvant produire d'effet sensible sur ces mêmes Huiles sans le secours des acides Nitreux, ces deux matieres unies ensemble & versées ensuite sur nos Huiles doivent l'enflamer comme le Salpêtre, & par consequent produire par leur union ce que chacune en particulier n'étoit pas capable de faire. C'est aussi ce que l'experience justifie parfaitement.

Le Sel de tartre au contraire ou le Nitre fixé par les charbons qu'on souleroit d'acides vitrioliques, ne doit rien faire, & ne fait rien effectivement sur les Huiles enflammées, parce qu'il n'y a que les acides Nitreux qui dans la circonstance presente ayent assez de volatilité pour pouvoir operer sur la vapeur des matieres sulfureuses.

Suivant ce raisonnement j'ai crû que comme

me les sels essentiels sont des Sels moyens qui contiennent beaucoup d'acides, & une partie fixe & terreuse; ceux qui donnoient des indices de sels Nitreux, qu'il est facile d'appercevoir par un certain frais qu'ils excitent sur la langue, devoient produire precisement le même effet que le Salpêtre, & c'est ce que j'ai reconnu par l'experience dans les sels d'Oseille, & de Chardon benit; le Crystal de Tartre au contraire, qui est une espece de Sel essentiel, & qui ne donne pas les mêmes indices d'acides Nitreux n'a rien fait de semblable, ce qui marque encore davantage la verité de notre explication sur l'action differente des Sels dont il a été parlé.

Je me suis encore imaginé que le Sel volatil de succin étant acide, & s'élevant avec assez de facilité il pourroit bien être composé d'un acide Nitreux, d'autant plus qu'une autre espece d'acide ne lui auroit peut-être pas permis de s'élever si facilement; Je l'ai donc mis en experience, & il a toûjours excité l'inflammabilité de nos matieres huileuses, mais comme il contient moins de parties terreuses, & absorbantes que le Salpêtre, il n'a pas fait une detonation si forte que ce sel.

A l'égard du Borax que j'ai employé, il n'est pas étonnant qu'il produise le même effet que les sels Alkali, car quelque violence de feu qu'on lui donne, il ne se decompose presque point, & il fournit tout au plus un peu de liqueur legerement alkaline & jamais acide.

Il ne reste plus qu'à expliquer pourquoi le

le Salpêtre qui produit un effet si prompt, & si considerable sur le Soufre commun, & sur les Huiles grossieres, agit infiniment moins sur l'esprit de Vin, en quelque proportion qu'il y ait été mis, & pourquoi l'esprit de Nitre qui n'a point d'action sensible sur les unes, & qui sur les autres en a bien moins que le Salpêtre, agit bien davantage que ce sel sur l'esprit de Vin.

Pour concevoir cette difference, faisons attention que l'esprit de Vin est une Huile très-exaltée, dont les parties sulfureuses ont été si fort attenuées par la fermentation, qu'elles se sont degagées des parties grossieres & salines qui pouvoient mettre obstacle à leur inflammabilité, & à leur élevation; Or quand on y mêle le Salpêtre, la partie fixe de ce sel ne trouvant pas beaucoup d'acides à absorber, elle n'y produit pas à cet égard une grande alteration, & quant à la partie volatile du Salpêtre qui consiste dans ses acides, comme elle ne se degage & ne monte pas assez abondamment & assez vite pour suivre toutes les parties sulfureuses de l'esprit de Vin, qui par elles-mêmes s'élevent, & s'enflamment avec une grande facilité, on n'apperçoit pas alors une augmentation fort considerable dans la flamme, mais quand on se sert de l'esprit de Nitre comme cette liqueur contient un grand nombre d'acides tous degagés, ils peuvent tout d'un coup, & d'autant mieux faire impression sur toutes les parties de l'esprit de Vin que cet esprit fermente naturellement, & très-fort avec l'esprit de Nitre, aussi dans notre operation remarque-t-on au fond du vaisseau une grande ebu-

ebulition, qui rarefiant la matiere dès le commencement, la dispose dès lors à s'enflammer & à s'élever avec plus de violence, & c'est pour cette raison que la flamme de bleuë qu'elle étoit devient très-rouge, & très-ardente.

Au reste la partie aqueuse de l'esprit de Nitre qui avec les Huiles grossieres est un obstacle à leur inflammabilité, & souvent même les éteint, comme il arrive en plusieurs occasions, & entre autres au charbon ardent, où la place sur laquelle a été versé l'esprit de Nitre devient noire de rouge qu'elle étoit. Cette partie aqueuse, dis-je, ne produit pas le même effet sur la flamme de l'esprit de Vin: la raison m'en paroît être que les Huiles grossieres s'élevent moins aisément par le feu que le flegme, & ainsi quand l'esprit de Nitre a été versé sur ces Huiles, la partie aqueuse de cet esprit s'élevant par l'action du feu au-dessus des Huiles, les étoufe & les empêche de s'enflammer; mais comme l'esprit de Vin monte avant le flegme quand il est poussé par le feu, il laisse au fond du vaisseau, la partie aqueuse de l'esprit de Nitre, qui ne pouvant atteindre en assez grande quantité à la flamme de l'esprit de Vin, accruë encore par le mélange des acides Nitreux, n'apporte aucune alteration à cette flamme.

OBSERVATIONS

Sur differentes Maladies.

Par M. MERY.

* IL eſt ſi ordinaire de voir les inteſtins paſſer par les aneaux des muſcles du ventre, & deſcendre dans le ſcrotum, qu'il n'y a point de Chirurgien, pour peu experimenté qu'il ſoit, qui n'en ait connoiſſance. Mais il eſt ſi rare de voir des hernies de veſſie, que je ne connoîs aucun Auteur qui en ait fait mention. Je vais en rapporter trois que j'ai obſervées. Voici la premiere.

Il y a quatre ans, ou environ que je fus appellé dans une maiſon Religieuſe pour voir le General de ſa Congregration, il avoit beaucoup de peine à uriner. Ce fut pour cette difficulté qu'il ſouhaita d'avoir mon avis, eſperant de recevoir par mon moyen quelque ſecours. Après avoir entendu le rapport qu'il me fit de ſon incommodité, je lui repréſentai qu'il étoit neceſſaire que j'examinaſſe ſes parties naturelles, ſans quoi je ne pouvois pas reconnoître ſa maladie. Il y conſentit volontiers.

En les examinant je remarquai dans le côté droit du ſcrotum une tumeur fort conſiderable par ſon volume, dans laquelle je ſentis une fluctuation manifeſte au toucher; de là je jugeai d'abord que la liqueur qui la

* 17 Juin 1713.

la formoit, étoit renfermée dans les membranes propres du testicule droit, ce qui fait la vraie hydrocelle. Mon opinion me paroissoit d'autant plus certaine, que les membranes communes des bourses étoient minces & sans transparence, au lieu qu'elles deviennent fort épaisses & luisantes, quand leur tissu est abreuvé de serosité, ce qui fait une œdematie particuliere qu'on appelle fausse hydrocelle. Mais ce S. Religieux me tira aussi-tôt de mon erreur; car en comprimant devant moi la tumeur avec ses deux mains, il en fit sortir l'urine par le canal de la verge, & l'enflure disparut entierement; ce qui me fit aussi-tôt changer de sentiment. Je lui avoüai ma surprise, en l'assûrant qu'il avoit certainement une descente de vessie, que son fond avoit passé par les aneaux des deux muscles obliques & du muscle traverse du ventre & que l'urine dont il se remplissoit, produisoit la tumeur dont il étoit affligé. Enfin je lui representai qu'il n'y avoit point de remede à son incommodité, parce que la vessie devoit être adherente à la surface interieure du scrotum, comme se trouve ordinairement le peritoine prolongé jusqu'aux bourses, dans les descentes ordinaires, soit de l'épiploon ou des intestins, qu'ainsi il étoit absolument impossible de reduire la vessie dans sa place naturelle. Je lui conseillai de porter seulement un suspensoir.

En sortant du Monastere, je dis au Frere infirmier, qui m'accompagnoit, que depuis que je pratiquois la Chirurgie, je n'avois rien vû de si monstrueux. Je le priai de me faire le plaisir de me permettre d'examiner

cette descente de vessie après la mort de ce Religieux qui avoit plus de quatre-vingt ans. Ce Frere est Apothicaire & Chirurgien de la maison, & comme il n'avoit pas moins de curiosité que moi de connoître un fait si extraordinaire, il n'eut pas de peine à m'accorder la grace que je lui demandois; quoiqu'il ne soit point permis de faire l'ouverture du cadavre d'aucun Moine, moins encore de celui d'un General. Cependant il me promit de me faire avertir de sa mort sitôt qu'il seroit décedé, ce qu'il fit peu de temps l'après.

Etant arrivé au Monastere, nous allâmes seuls dans une des Chambres de l'infirmerie où le corps du deffunt étoit en dépôt, & là j'ouvris le ventre & les bourses. Nous remarquâmes que la vessie étoit effectivement adherante dans le scrotum de même qu'ailleurs, comme je l'avois jugé auparavant. Sa figure representoit celle d'une gourde, qui est une espece de courge dont les pauvres voyageurs se servent pour mettre & conserver leur boisson. Le fond de la vessie qui en faisoit la partie la plus évasée, occupoit le côté droit du scrotum, son milieu en faisoit la partie la plus étroite; parce qu'il étoit resserré dans les aneaux des muscles du ventre, sa fin avoit plus de capacité; mais moins que son fond; elle étoit placée dans la partie anterieure de la region hypogastrique, comme à l'ordinaire; son fond étoit recouvert du dartos, son milieu des muscles du ventre, le reste du peritoine, de sorte qu'elle étoit jointe à toutes ces parties, qui l'environnoient.

Nous

Nous examinâmes ensuite les visceres renfermés dans la capacité du ventre, nous les trouvâmes tous dans leur état naturel, excepté qu'un des inteſtins étoit tombé dans le côté gauche du ſcrotum. Nous finîmes cet examen par la veſicule du fiel qui renfermoit une pierre composée de pluſieurs couches poſées les uns ſur les autres. La figure de cette pierre étoit ronde; elle avoit ſept à huit lignes de diamétre en tout ſens. Elle ne peſoit cependant qu'un gros & ſix grains. Sa couleur & ſa conſiſtance étoient ſi ſemblables à du charbon de Terre, qu'on l'auroit priſe pour un morceau de ce mineral, & s'y tromper, en ignorant le lieu où elle s'étoit formée.

SECONDE OBSERVATION.

La ſeconde deſcente de veſſie que j'ai vûë dans l'Hôtel-Dieu à une pauvre femme groſſe de cinq à ſix mois, n'étoit pas moins extraordinaire que celle que je viens de rapporter. Cette femme urinoit avec beaucoup de peine. En l'examinant je lui trouvai une tumeur d'un volume plus gros que celui d'un œuf de poule. Cette tumeur étoit ſituée entre l'anus & la partie inferieure de l'orifice externe de la matrice. En la tâtant, j'apperçûs quelques gouttes d'urine ſortir par l'urethre. D'où je conjecturai que cette tumeur pouvoit être cauſée par l'urine qui ſejournoit dans le fond de la veſſie déplacée. Pour mieux m'en aſſûrer, je comprimai peu à peu la tumeur, & elle diſparut entierement, toute l'urine qu'elle contenoit

s'étant écoulée par le canal de la vessie. Cet évenement changea mon soupçon en une entiere certitude. Voilà le fait tel que je l'ai remarqué.

Je vais examiner maintenant quelle étoit la cause de la grande difficulté & de la douleur que souffroit cette pauvre femme depuis sa grossesse en urinant. Si on fait reflexion que quand elle pissoit, sa tumeur ne disparoissoit point, il sera aisé de juger que cette difficulté & cette douleur ne pouvoient être causées que par l'augmentation du volume de la matrice, qui pressant le milieu du corps de la vessie entre le vagin & le rectum, empêchoit l'urine de sortir du fond de la vessie descendu entre ces parties, ce qui rendoit les efforts, que faisoient les fibres de la vessie pour chasser l'urine de la tumeur, laborieux & inutiles.

TROISIEME OBSERVATION.

Depuis peu j'ai vû à une personne de qualité une descente de vessie, semblable à la premiere dont j'ai parlé. Cet homme de consideration portoit un bandage d'acier, suivant en cela l'avis de ceux qu'il avoit consultés, & qui avoient pris son incommodité pour une enterocelle, ou chute d'intestin dans les bourses. Je lui conseillai de quitter son bandage; parce qu'en comprimant le milieu du corps de la vessie contre les os pubis, il empêchoit la partie de l'urine contenuë dans son fond, de remonter du scrotum dans le reste de la cavité de la vessie pour prendre la route du canal de la verge.

Il

Il me crût, & se trouva beaucoup mieux qu'auparavant.

Une preuve convaincante que la tumeur du scrotum étoit produite par un amas d'urine, & non par l'intestin, comme on se l'étoit imaginé, c'est que toutes les fois que cet homme ôtoit son bandage pour faire rentrer sa prétenduë descente d'intestin en comprimant les bourses, il urinoit en abondance, après quoi il se trouvoit toûjours fort soulagé. Mais quoiqu'il rapplicât ensuite son bandage, il n'empêchoit pas cependant que l'urine ne recoulât goutte à goutte dans le scrotum, & ne reformât la tumeur comme auparavant. Ce qui ne seroit pas arrivé, si la chute de l'intestin en avoit été la cause; parce que le bandage bien appliqué, comme il étoit, l'auroit certainement empêché de descendre dans les bourses.

Quelque difficile qu'il soit de juger, si une hernie de vessie peut se faire par son relâchement, comme se fait ordinairement la descente des intestins. Ou si c'est un effet de la premiere conformation, je vais néanmoins hazarder sur cela mon sentiment, que j'abandonne à la critique des experts en Chirurgie.

La vessie ne peut s'étendre qu'en se remplissant d'urine. Quand l'écoulement de cette liqueur est supprimé, sa capacité s'augmente jusqu'à pouvoir contenir deux à trois pintes d'urine, ce que j'ai vû. M. *Tibault*, mon Confrere, m'a assûré en avoir tiré, en une seule fois, jusqu'à quatre pintes & demie, bien mesurées. Or il est visiblement impossible, qu'avec un si prodigieux volume, la

vessie puisse passer par les aneaux des muscles du ventre, qui sont si étroits, qu'ils ne sont capables naturellement, que de donner passage aux vaisseaux spermatiques dans l'homme, & aux ligamens de la matrice dans la femme. D'ailleurs ces aneaux sont fermés par le peritoine. Il est donc certain que, la vessie étant pleine, ne peut les traverser. Ainsi il y a bien de l'apparence que l'hernie de vessie vient plûtôt d'un vice de conformation que de son relâchement.

Elle est absolument incurable, parce que le fond de la vessie, étant uni aux membranes des bourses, dans lesquelles il est renfermé, il ne peut être réduit dans sa situation ordinaire. Donc lorsque la vessie est dans sa place naturelle, elle ne peut aussi en sortir pour descendre dans le scrotum; parce que son fond est suspendu par l'ouraque à l'ombilic, ses côtés attachés aux arteres ombilicales, la partie anterieure de son corps jointe aux aponeuroses des muscles du ventre, & sa partie posterieure unie au peritoine.

Cependant M^rs. *Litre* & *Rouault*, Anatomistes de l'Academie, m'ont objecté, pour éluder ces raisons, que la vessie en s'étendant, devient flotante dans la capacité du ventre, comme le font naturellement les intestins; qu'ainsi elle peut alors descendre, aussi-bien qu'eux, dans les bourses, & être réduite. Si cela pouvoit se faire, comme ils se l'imaginent, la vessie devroit forcer la partie du peritoine qui couvre les aneaux des muscles, de sorte qu'on la trouveroit toûjours separée du cul de sac que formeroit

roit le peritoine en descendant dans les bourses, de même que font les intestins, qui ne s'y unissent jamais, s'ils ne s'enflamment, ou se corrompent. Je puis répondre de ce fait, après plusieurs operations que j'ai faites pour le réduire dans le ventre. J'ai même remarqué dans un homme, qui avoit porté, pendant plusieurs années de sa vie, presque tous ses intestins dans le scrotum, qu'ils ne s'y étoient point attachés.

Or la vessie du Religieux que j'ai dissequée, n'a point forcé la partie du peritoine qui couvre les aneaux des muscles du ventre; sa substance n'étoit nullement alterée, les fibres charnuës de son fond, dépouillées du peritoine; étoient unies au dartos. De sorte qu'elle étoit irreductible. Donc la supposition de ces Mrs. qui n'est qu'imaginaire, ne sauroit détruire les preuves que je donne, que l'hernie de vessie vient d'un vice de conformation, & non pas de son relâchement, comme ils le croient. Enfin pour leur démontrer que la vessie ne peut abandonner sa situation, je leur ai fait voir dans un petit cadavre humain, en presence de Mrs. les Académiciens, que tout son corps est adherant à toutes les parties qui l'environnent, ce qu'ils m'avoient nié positivement pour mieux appuier leur opinion. Au reste, si l'hernie de vessie se faisoit par relâchement, & qu'elle flotât dans le ventre, comme ils pretendent, elle pourroit arriver aussi souvent que la descente des intestins. Tous les Auteurs qui ont fait des Traités d'Operations, en auroient parlé. Je n'en sai aucun qui en ait fait mention.

QUATRIÉME OBSERVATION

Sur un Emphyseme extraordinaire.

Un pauvre homme âgé de soixante ans, fût sur les trois heures après midi, du Lundi sixiéme Decembre 1711. renversé par un carosse dont les rouës lui passerent sur la poitrine, & lui rompirent la quatriéme & la cinquiéme côtes vraies du côté gauche dans leur partie moyene. La necessité, dont il étoit pressé, l'obligea de venir, immédiatement après sa chute, chercher du secours à l'Hôtel-Dieu, où il fut reçû aussitôt.

En l'examinant, on remarqua d'abord la fracture des côtes. Peu de temps après il parut au même endroit une tumeur assez considerable, causée par un air renfermé dans le tissu vesiculaire de la membrane qui se trouve placée sous la peau. Le compagnon Chirurgien, dans le rang duquel ce pauvre blessé fut couché, ne trouva pas à propos d'appliquer des remedes sur cet emphyseme, parce qu'il ne vit au dehors ni plaie ni contusion. Il n'osa pas même se servir du bandage qu'on fait ordinairement à la poitrine pour la fracture des côtes, de crainte de nuire à la respiration, qui étoit déja fort embarassée. Il se contenta de le saigner seulement. La saignée fut répetée les jours suivans par l'ordre du Medecin de la Sale; mais elle n'empêcha pas que la difficulté de respirer & l'emphyseme n'augmentassent toûjours jusqu'au Jeudi au soir, qui fut le qua-

quatriéme jour de sa blessure & le dernier de sa vie.

Le lendemain matin j'examinai son cadavre dans la Sale des morts, & je trouvai que l'emphyseme occupoit tout l'exterieur du corps, à la reserve de la plante des pieds & de la paume des mains, de sorte que la face, le cou, la poitrine & le ventre, les bras & les jambes étoient remplis d'air qui fuyoit sous mes doigts pour peu que je pressasse la peau au dessous de laquelle cet air étoit renfermé.

Ayant fait une incision à la peau & aux autres tegumens qui couvroient l'endroit des côtes rompuës, je remarquai aux muscles intercôtaux une ouverture, mais presqu'imperceptible, sans aucune échymose. Enfin ayant ouvert la poitrine, j'apperçus une petite portion de la membrane qui enveloppe le poumon, déchirée. D'une part elle étoit unie au poumon & de l'autre elle étoit attachée à une partie des côtes rompuës. Il ne s'étoit cependant écoulé aucune goutte de sang du poumon dans la capacité de la poitrine, ce qui me parut un fait fort singulier.

Après cela il est aisé de découvrir la route qu'a pris l'air pour former cet affreux emphyseme. En effet il est visible que du total de l'air, qui entroit par la trachée artere dans le poumon, pendant la dilatation de la poitrine, une partie a dû, dans le temps de son retrecissement, en ressortir par ce même canal, & l'autre s'échapper des cellules du poumon par l'ouverture de sa propre membrane déchirée, sortir de la poitrine

par la petite plaie des muscles intercôtaux, & s'insinuer dans le tissu de la membrane vesiculaire; parce que sa resistance s'est trouvée plus foible que l'effort de l'air qui la penetroit: car il n'y a nulle apparence qu'il s'y soit insinué pendant la dilatation de la poitrine; parce qu'en se dilatant, elle ne peut forcer qu'autant d'air à entrer dans le poumon, qu'il s'en trouve aux environs dont elle prend la place, & qu'alors elle se donne au-dedans d'elle-même autant de capacité qu'elle occupe d'espace au dehors. Ainsi l'air n'a pas pû s'insiuuer dans la membrane vesiculaire pendant la dilatation de la poitrine. Ce n'est donc que pendant son retrecissement qu'il a pû penetrer cette membrane; & parce qu'il y est entré sans causer de douleur au blessé, & que même il n'en sentoit point, en quelqu'endroit du corps qu'on pressât la peau, sous laquelle on sentoit fuir l'air, on ne peut pas douter que toutes les cellules de la membrane vesiculaire n'ayent une communication naturelle entre elles, de même que celles de la membrane cellulaire du Pelican, dont l'admirable structure forme dans cet oiseau une espece particuliere de poumon que j'ai décrit dans les Memoires de l'Academie de l'année 1693. p. 177. autrement ce pauvre malade auroit souffert des douleurs atroces dans tout son corps, si le tissu de la membrane vesiculaire caché, sous la peau avoit été brisé par une insinuation violente de l'air.

On ne peut pas dire aussi que ce tissu ait été rompu par des coups redoublés, comme on suppose celui des animaux que l'on souffle,

soufle, & qu'on croit ne s'enfler, que parce qu'en les frappant, on ne peut éviter de briser ce tissu; puisque cet homme n'avoit reçû aucun coup après sa blessure. D'ailleurs on ne voit point l'air s'insinuer dans une membrane solide. Il ne peut pas même s'échapper par ses pores, lorsqu'on l'y renferme. Il faut donc que les cellules de la membrane vesiculaire communiquent entre elles, & soient affaissées les uns sur les autres avant de se remplir d'air, comme sont celles du poumon du fœtus, que l'air ne gonfle qu'après la naissance de l'enfant, qui ne commence qu'alors à respirer, mais sans douleur; parce que les vesicules du poumon sont toutes ouvertes & naturellement disposées à le recevoir. Si elles étoient fermées, l'air ne pourroit y entrer.

Après avoir expliqué la maniere dont cet affreux emphyseme s'êst formé, il me reste à examiner, si en faisant une incision à la peau vis-à-vis la petite plaie des muscles intercôtaux, ouverts par la fracture des côtes, j'aurois pû conserver la vie à ce pauvre blessé.

Si l'on suppose que l'échappée de l'air des cellules du poumon par sa membrane propre déchirée par la fracture des côtes, ait été la cause de sa mort, parce que la quantité d'air, qui se perdoit par cet endroit, étoit absolument necessaire pour entretenir la circulation du sang, sans laquelle on ne peut vivre, ce que je ne croi pas, je suis persuadé que l'incision que j'aurois pû faire à la peau, n'auroit pas empêché ce blessé de mourir: car quoi-qu'elle eut pû s'oppo-

ser

ſer au progrès de cet emphyſeme, & même donner lieu à ſa guerifon, il eſt certain qu'elle n'auroit pû empêcher l'air de ſortir du poumon par l'ouverture de ſa membrane déchirée. Donc l'inciſion de la peau lui auroit été inutile. Il ſeroit toûjours mort.

Cette même inciſion ne lui auroit pas été moins infructueuſe, ſi l'on ſuppoſe que le gonflement de la membrane veſiculaire, qui couvre la poitrine, a été, comme il y a bien de l'apparence, un obſtacle à ſa dilatation, & la cauſe de la mort de ce bleſſé. Car pour éviter cette preſſion exterieure produite par l'enflure des cellules de cette membrane, il auroit fallu fermer l'ouverture des muſcles intercôtaux, & alors l'air interieur, qui s'échappoit continuellement par la déchirure de la membrane du poumon, étant retenu dans la poitrine, auroit, en comprimant le poumon, empêché peu à peu l'air exterieur de remplir ſes veſicules, ce qui auroit cauſé la même difficulté de reſpirer, & enfin la mort. Donc dans ces deux ſuppoſitions, l'inciſion de la peau n'auroit pas ſeulement été inutile à ce bleſſé, mais préjudiciable; puiſqu'elle auroit rendu ſa plaie plus compliquée qu'elle n'étoit auparavant, & lui auroit abrégé la vie.

Enfin l'operation de l'empième, dont les ſignes ſont fort incertains, comme je le vais faire voir dans ma cinquiéme Obſervation, ne lui étoit point neceſſaire; parce que, comme j'ai déja dit, il n'y avoit aucune goutte de ſang épanchée dans la poitrine de ce pauvre malade.

CIN-

CINQUIÉME OBSERVATION.

Il y a ſix mois ou environ qu'un jeune garçon, âgé de dix-huit à dix-neuf ans, reçût ſur les deux ou trois heures après minuit un coup d'épée à la partie ſuperieure anterieure du bras droit. Il fut tout auſſi-tôt conduit à l'Hôtel-Dieu, & couché dans la Sale des bleſſés. Je l'examinai ſur les ſix heures du matin. Voici l'état où je le trouvai.

Il avoit déja une fievre très-ardente, une difficulté de reſpirer, & une douleur de poitrine, du même côté de ſa plaie, ſi violentes, que je crûs d'abord que la capacité de la poitrine étoit remplie de ſang, & qu'il expireroit en peu d'heures, ſi je ne lui faiſois pas, ſur le champ, l'operation de l'empieme. Cependant ſa plaie n'avoit au dehors tout au plus que trois lignes de long, ſur demie ligne de large. Elle me parut même auſſi réünie qu'une inciſion de veine ſaignée depuis peu, ce qui fit que je ne trouvai pas à propos de ſonder ſa profondeur, étant reſolu de faire l'operation: mais jettant enſuite les yeux ſur la poitrine, j'apperçûs ſous le mamelon droit une tumeur de ſept à huit pouces de diametre & de plus d'un pouce d'épaiſſeur reſiſtante au toucher, d'où je conjecturai que la plaie du bras pouvoit penetrer le grand muſcle pectoral plûtôt que la poitrine; conjecture fondée ſur ce que cette tumeur étoit ſans lividité, ſans fluctuation & ſans emphyſeme; ſignes certains que ni le ſang ni l'air n'en pouvoient être la cauſe; d'où je jugeai que le tendon du muſcle pectoral ayant été

piqué

piqué, la douleur avoit déja attiré une fluxion de serosités sur toute sa partie charnuë qui couvre le devant de la poitrine, ce qui me fit differer l'operation, que la douleur de côté, la fievre & la difficulté de respirer sembloient demander absolument.

Je me contentai d'appliquer sur la plaie & sur la tumeur une compresse un peu épaisse, trempée d'esprit de vin & d'eau, mêlés ensemble en égale quantité. Je fis aussi tôt saigner ce pauvre blessé. La saignée lui fut repetée le soir & le lendemain matin, que je trouvai tous ses accidens fort diminués.

Cette diminution si considerable me fit changer de vûë par rapport à l'operation. Je fis rappliquer la compresse toûjours mouillée de la même liqueur sur la plaie & sur la tumeur. Au bout de huit jours le blessé se trouva parfaitement gueri. Ce rapport fidel fait voir combien les signes d'un épanchement de sang dans la poitrine sont équivoques & trompeurs, le jugement difficile & l'operation de l'empieme hazardeuse. Car supposé que la poitrine eût été remplie de sang, comme je l'avois crû d'abord, j'aurois bien pû tirer par son ouverture celui qui auroit été renfermé dans sa capacité ; mais il m'auroit été impossible d'empêcher le sang des vaisseaux du poumon de sortir de leurs conduits, qui n'auroient pas encore eû le temps de se refermer. Donc dans cette circonstance, le risque étoit égal en faisant ou ne faisant pas l'operation.

Si-

SIXIE'ME OBSERVATION.

M. *Genti* Prêtre d'une grande vertu, devenu aveugle sur la fin de sa vie, m'a legué par testament ses deux yeux pour en découvrir les défauts, & en faire part au public, afin qu'il puisse en tirer quelqu'utilité. Après sa mort, qui est arrivée au mois de Mars dernier, je les ai examinés, & ai fait voir à l'Academie les remarques que je vais rapporter.

1. Dans l'un j'ai observé que la surface anterieure du crystalin étoit ulcerée, son corps obscurci, l'humeur aqueuse fort trouble, & que la transparence du corps vitré étoit beaucoup diminué. Dans l'autre j'ai remarqué que l'humeur aqueuse, le crystalin & le corps vitré n'avoient perdu que fort peu de leur transparence, de sorte que la lumiere pouvoit encore les traverser.

2. Dans tous les deux, les glandes qui environnent la circonference exterieure de l'iris & filtrent l'humeur aqueuse, étoient plus grosses qu'elles ne sont ordinairement. Dans l'un & l'autre une pluie huileuse extremement menuë paroissoit répanduë sur leurs humeurs.

3. Enfin j'ai remarqué que les nerfs optiques étoient fletris, aussi n'ai-je pû en faire sortir de moüelle, comme j'ai fait de ceux qui sont dans leur état naturel; d'où je conjecture que la cause de l'aveuglement de M. *Genti* a été la fletrissure des nerfs optiques, & qu'il auroit pû, sans ce défaut, voir de

l'œil

l'œuil dont les humeurs avoient conſervé, à peu près, leur tranſparence ordinaire.

SUITE DES REFLEXIONS

Qui ſe trouvent dans le Memoire du 28. Juin 1712. ſur les Développées, & ſur les Courbes reſultantes du Developpement de celles-là.

Par M. VARIGNON.

* DANS le Memoire du 28. Juin 1712. nous n'avons conſideré à l'ordinaire les developpées que comme concaves d'un ſeul côté, & leur développement que comme commençant à une de leurs extremités: d'où il ne reſultoit que des courbes concaves en même ſens que celles-là. Nous allons preſentement conſiderer non ſeulement ces courbes concaves d'un ſeul côté, comme commençant à ſe développer de part & d'autre à celui de leurs points qu'on voudra; mais auſſi celles de concavités differentes, comme commençant à ſe développer à quelque point que ce ſoit: & de tous ces développemens on va voir naître pluſieurs autres courbes de concavités très-differentes de poſition les unes par rapport aux autres, & par rapport à celles de leurs développées; & comment de fort ſemblables en apparence auront cependant des proprietés très-

* 24 Mars 1713.

très-differentes selon qu'elles resulteront de differentes développées, & selon les differens points où celles-ci commenceront à se développer: Par exemple, comment & pourquoi parmi les courbes rebroussées en même sens, il y en a dont le cercle osculateur en leur point de rebroussement passe entierement en dehors de leurs branches, d'autres où il y passe en dedans, & d'autres enfin où il y passe entre ces mêmes branches; pourquoi les unes l'y ont avec cinq racines égales, & les autres seulement avec quatre; comment & pourquoi au point d'inflexion des courbes contournées chaque rayon osculateur est infiniment petit dans les unes, & infiniment grand dans les autres; *&c.*

AVERTISSEMENT.

La démonstration de tout cela dependant de ce que nous avons fait voir dans le Memoire du 28. Juin 1712. touchant le développement commencé à une des extremités des courbes toutes concaves chacune d'un seul côté, & touchant les resultantes de ce développement; nous en allons citer la generation, les définitions, le Lemme, les Theoremes & les Corollaires compris dans ce Memoire, comme s'ils étoient ici, sans le nommer davantage, & sans faire aucune mention des pages où se trouvera ce que l'on en va citer; & cela pour ne pas ennuyer par des repetitions trop frequentes qu'il faudroit faire du nom de ce Memoire & de ces pages.

§. I.

§. I.

Du Développement des Courbes d'une seule concavité chacune, commencé à celui de leurs points qu'on voudra.

I. On a vû dans le Memoire du 28. Juin 1712. que si * *AφT*. est une courbe toute concave d'un seul côté, laquelle commence à se développer à une de ses extremités, par exemple en *A*; la resultante *AEH* de ce développement sera aussi (*Th.* 2. *corol.* 1.) toute concave du même côté que cette développée *AφT*; que sa courbure en ce sens ira toûjours ((*Th.* 6. *corol.* 4. en diminuant depuis *A* vers *H*: de sorte que sa plus grande courbure sera en son origine *A*, & la moindre en son terme *H*; qu'elle aura par-tout (*Th.* 6.) son cercle osculateur *BEK* (comme on le voit ici Fig. 1.) partie au-dehors & partie au-dedans d'elle, sans le rencontrer ailleurs qu'en chaque point *E* d'osculation, & sans qu'aucun autre cercle (*Th.* 6. *corol.* 1.) puisse passer entre-elle & celui-là; &c. comme dans le Memoire du 28. Juin 1712. d'où ces citations sont tirées.

II. Si presentement la courbe *AφT* toute concave d'un seul côté, commence à se développer de part & d'autre à tel point moyen φ qu'on voudra; ses deux parties φ*MA*, φ*NT*, commençant là à se développer en differens sens vers *A*, *T*.

1°. Il est visible que ces deux arcs φ*MA*, φ*NT*, traceront ainsi chacun de son point φ chacune des deux branches φ*DR*, φ*FS*, d'une

* FIG. I.

d'une autre courbe *RφS* rebrouſſée en φ en ſens contraires ; puiſque ces deux branches *φDR*, *φFS*, ainſi décrites, tendent (*gener.*) vers des côtés oppoſés, & (*Th.* 2. *corol.* 1.) avec des convexités oppoſées.

2°. Il eſt viſible auſſi que les rayons oſculateurs en φ de ces deux branches *φDR*, *φFS*, feront (*gener.* & *def.*) infiniment petits de part & d'autre de ce point φ, & en ligne droite perpendiculaire (*Th.* 5. *corol.* 2.) à ces deux branches *φDR*, *φFS*, de la courbe *RφS* reſultante du double développement dont il s'agit ici; & conſequemment que ces deux branches ſe toucheront en φ auſſi-bien que leurs petits cercles (*def.*) oſculateurs en ce point, décrits de ces deux rayons ou côtés contigus en φ des arcs développés *φA*, *φT*, & de centres pris chacun à l'autre extremité de chacun de ces côtés infiniment petits que l'angle infiniment obtus qu'ils font entr'eux, rend en ligne droite.

La Reflexion qui va ſe trouver en Italique à la fin du nombre 3. *de l'article* 22. *fera voir que la détermination totale de chacun des deux rayons oſculateurs au point* φ *de rebrouſſement de la courbe* RDφFS, *c'eſt-à-dire, que la détermination tant de la poſition que de la longueur de chacun de ces deux rayons directement oppoſés de part & d'autre de ce point* φ, *y exige quatre racines égales dans chacun des deux cercles oſculateurs qui s'y toucheront mutuellement en dehors ; mais infiniment petites comme eux, quoique les trois égales requiſes pour la détermination de la poſition du rayon oſculateur de chacun de ces deux cercles puiſſent être finies quelconques,* ainſi

ainsi qu'on le verra dans la Reflexion qu'on vient de citer.

III. Les Corol. 2. 3. du Th. 6. font voir de plus que les deux cercles osculateurs infiniment petits (*art.* 2.) de la courbe $R\varphi S$ en son point de rebroussement φ, couperont & toucheront à la fois chacun en ce point φ celle de ces deux branches dont il sera osculateur en ce même point φ. Pour voir comment cela se doit faire, imaginons deux autres cercles IDC, LFG, osculateurs aussi de ces deux branches φDR, φFS, en deux autres points quelconques D, F, lesquels cercles ayent (*def.*) pour rayons les tangentes DM, FN, des arcs développés φMA, φNT, & pour centres les points M, N, où ces tangentes touchent ces arcs. Le Th. 6. part. 1. fait voir que ces deux nouveaux cercles IDC, LFG, couperont les deux branches φR, φS, en D, F, de la maniere qu'on voit ici, & sous des angles si petits, qu'aucun autre cercle ne pourra jamais passer (*Th.* 6. *corol.* 1.) par aucun de ces angles entre aucun de ces deux-là & celle qu'il coupe de ces deux branches de la courbe $RD\varphi FS$; & consequemment (*Th.* 6. *corol.* 2. 3.) que chacun de ces deux autres cercles IDC, LFG, aura aussi (nonobstant ces coupes ou interfections en D, F,) avec chacune de ces deux branches φDR, φFS, chacun avec celle qu'il coupe, deux attouchemens de part & d'autre de chacun de leurs points d'interfection D, F, un en dehors du côté de I, L, & l'autre dedans du côté de C, G.

Concevons presentement que ces deux inter-

terſections D, F, arrivent infiniment près de φ, avec les cercles toûjours oſculateurs IDC, LFG, en avançant de ce côté-là le long des arcs $D\varphi$, $F\varphi$, & que les fils MD, NF, rayons (*gener. def.*) de ces cercles ſe recouchent ainſi ſur les arcs developpés $M\varphi$, $N\varphi$, juſqu'à ce que ces points D, F, ſoient infiniment près de φ. Il eſt viſible que chacun de ces deux cercles IDC, LFG, alors infiniment petits, coupera & touchera encore à la fois (comme ci-deſſus en D, F,) chacune des branches φDR, φFS, en ce point infiniment près de φ: il la touchera par dehors en l'élement commun où elles & eux ſe touchent entre ces deux points; & par dedans en l'élement ſuivant de chacune où elles commencent à s'abandonner & à faire angle entr'elles.

IV. Le Corol. 4. du Th. 6. fait auſſi voir que ſi les arcs φMA, φNT, de la dévéloppée $AM\varphi NT$ ſont de courbures ſemblables depuis φ vers A, T, comme ſi cette dévelopée étoit une parabole, une hyperbole, &c. dont φ fût le ſommet; les branches φDR, φFS, de la courbe $RD\varphi FS$ rebrouſſée en ſens contraires en φ, leſquelles reſultent (*hyp.*) du développement de ces arcs φMA, φNT, commencé en φ, ſeront auſſi de courbures ſemblables entr'elles depuis φ vers R, S. Au contraire ſi les arcs φMA, φNT, ſont de courbures diſſemblables depuis φ vers A, T, comme ſi la développée $AM\varphi NT$ étoit encore une parabole, une hyperbole, &c. dont le ſommet fût entre φ & A; le même Corol. 4. du Th. 6. fait voir que l'arc φMA alors plus

courbe (à longueurs égales depuis φ) que φ*NT*, rendroit auſſi la branche φ*DR* plus courbe que φ*FS*, à longueurs auſſi égales depuis φ.

V. Quant aux differentes courbures de chacune de ces deux branches φ*DR*, φ*FS*, ſans comparaiſon entr'elles, le Corol. 4. du Th. 6. fait auſſi voir que quelque diſſemblance de courbure qu'il y eût dans les arcs développés φ*MA*, φ*NT*, la plus grande courbure de chacune de ces deux branches φ*DR*, φ*FS*, ſeroit à leur origine φ commencement du développement de ces arcs, & que la courbure de chacune en des points differens iroit en diminuant à meſure que ces points ſeroient plus éloignés de ſon origine φ, ou plus près de ſon terme *R*, ou *S*; de ſorte que la moindre de toutes ces courbures de chacune des branches φ*DR*, φ*FS*, ſeroit au terme *R*, ou *S*, de cette branche qui ſeparément auroit toutes les autres proprietés demontrées dans le Memoire du 28. * Juin 1712. pag. 192. &c. pour une courbe toute concave d'un ſeul côté, reſultante (*Th.* 2. *Corol.* 1.) du développement commencé à une des extremités d'une autre courbe auſſi toute concave du même côté que celle-là.

§. II.

Du Développement des Courbes rebrouſſées en ſens contraires commencé à celui de leurs points qu'on voudra.

* VI. Soit la courbe *T*φ*V* rebrouſſée en ſens

* FIG. II. III.

ſens contraires en ϕ, c'eſt-à-dire, dont les branches ϕV, ϕT, ſoient de convexités oppoſées, ou concaves en dehors vers des côtés differens, chacune d'un ſeul côté. Soit premierement le développement de cette courbe ou de ſes branches, commencé en ſon point de rebrouſſement ϕ. Le Corol. 1. du Th. 2. fait voir que le développement de la branche ϕV, ainſi commencé en ϕ ou en E vers A, décrira l'arc $EDCA$ de la courbe $ACDEFGH$, & que celui de l'autre branche ϕT de la même développée $T\phi V$, auſſi commencé en ϕ ou en E, décrira de même l'autre arc $EFGH$ de cette autre courbe $ACDEFGH$ reſultant de ce double développement, ſoit qu'elle ſoit décrite (*gener.*) par le point ϕ commun aux deux branches développées, comme dans la Figure 2. ou qu'elle le ſoit (*Schol. du Th.* 6.) par l'extremité E d'une droite quelconque $E\phi$ qui les touche toutes deux en ϕ, comme dans la Figure 3. ou même auſſi par l'extremité E d'une tangente dans la Figure 2. Laquelle tangente $E\phi$ ſoit infiniment petite dans cette Figure 2. & finie dans la Figure 3.

Le Corol. 1. du Th. 2. faiſant voir que les arcs $EDCA$, $EFGH$, de la courbe $ACDEFGH$ reſultante du développement (commencé en ϕ) des deux branches de ſa développée $T\phi V$ rebrouſſée (*hyp.*) en ſens contraires en ce point ϕ, ſont entierement concaves chacun du même côté que chacune de ces branches; il eſt viſible par ce même corol. 1. du Th. 2. que cette courbe $ACDEFGH$ ſera toute entiere concave du

 côté

côté de sa développée $T\phi V$ rebroussée (*hyp.*) en sens contraires en ϕ.

Le corol. 4. du Th. 6. fait aussi voir que le développement des deux branches ϕV, ϕT, de cette développée $T\phi V$, ayant (*hyp.*) commencé en son point de rebroussement ϕ; la courbure de l'autre courbe *ACDEFGH* resultante de ce double développement, doit toûjours aller de part & d'autre en diminuant depuis *E* jusqu'à ses extremités *A*, *H*: de sorte que sa plus grande courbure sera en *E*, & les moindres en ses extremités *A*, *H*; lesquelles deux dernieres courbures seront égales ou inégales entr'elles selon que les branches développées ϕV, ϕT, auront les leurs égales ou inégales en leurs extremités *V*, *T*; & en cas d'inégalité entre ces courbures terminales, la plus grande des deux premieres resultera de la plus grande des deux secondes.

VII. L'extremité *E* de la touchante $E\phi$ (finie dans la Figure 3. & infiniment petite dans la Figure 2.) commune en ϕ aux deux branches ϕV, ϕT, de la développée $T\phi V$ rebroussée en sens contraires en ce point ϕ, ayant tracé (*art. 6.*) les arcs *EDCA*, *EFGH*, de la courbe *ACDEFGH* par le développement de ces branches ϕV, ϕT, commencé en ϕ; il est visible (*gener. & def.*) que cette droite $E\phi$ sera le rayon osculateur en *E* (fini dans la Figure 3. & infiniment petit dans la Figure 2.) de cette courbe *ACDEFGH*, & ϕ le centre de son cercle *BEK* osculateur en ce point *E*, fini dans la Figure 3. & infiniment petit dans la Figure 2.

Soit

Soit presentement un autre cercle $\mu C \lambda E \delta G \varepsilon$ décrit par ce même point E d'un centre N pris à volonté de l'autre côté de ϕ sur le rayon osculateur $E\phi$ prolongé vers L, entre ϕ & R, dont le point R soit (*Th.* 2. *Cor.* 3. *nomb.* 2.) de ce côté-là le terme des centres N (ainsi pris depuis ϕ jusqu'en R sur ϕL) des cercles qui décrits par E rencontreroient encore ailleurs la courbe $ACDEFGH$. Le Th. 5. part. 2. fait voir que puisque (*hyp.*) ce point E est l'origine commune des arcs $EDCA$, $EFGH$; & A, H, leurs termes : Le cercle $\mu C \lambda C \delta G \varepsilon$ touchera ces deux arcs ou la courbe $ACDEFGH$ par dehors en E sans la couper qu'en C, G, où il entrera dedans pour n'en plus sortir, & sans la rencontrer ailleurs qu'en ces trois points C, E, G: De sorte qu'il aura toute sa partie $C\lambda E\delta G$ au dehors de l'arc $CDEFG$ de la courbe $ACDEFGH$, & tout le reste au dedans de cette courbe; ce qui lui arrivera toûjours (*Th.* 5. *part.* 2.) en quelque point de $R\phi$ (depuis R jusqu'en ϕ) que soit son centre N. Donc lorsque son centre N sera infiniment près de ϕ, & que ce cercle $\mu C \lambda E \delta G \varepsilon$ sera ainsi confondu avec l'osculateur BEK (fini dans la Figure 3. & infiniment petit dans la Figure 2.) son arc $C\lambda E\delta G$, rendu pour lors infiniment petit par l'arrivée de ses deux extremités C, G, en deux points infiniment proches de E de part & d'autre, touchera encore en dehors en E la courbe $ACDEFGH$; immediatement après quoi ce cercle $\mu C \lambda E \delta G \varepsilon$ ainsi changé en l'osculateur BEK, coupera encore cette courbe de part & d'autre de cet

attouchement exterieur, en entrant de ces deux côtés au dedans d'elle pour y rester tout entier, à la particule infiniment petite près dont il la touchera en dehors en *E*: Il coupera, dis-je, cette courbe aux deux extremités de cette particule sans la rencontrer ailleurs, & sous des angles si petits, qu'aucun autre cercle n'y pourra jamais passer (*Th.* 6. *Corol.* 1.) entre elle & lui. D'où l'on voit (*Th.* 6. *Corol.* 2. 3.) qu'outre l'attouchement exterieur précedent il en aura encore deux autres interieurs avec elle immediatement après, & de part & d'autre de celui-là. Donc ce cercle *BEK* osculateur en *E* de la courbe *ACDEFGH*, fini dans la Figure 3. & infiniment petit dans la Figure 2. aura ici avec cette courbe trois attouchemens de suite & contigus en ce point *E*, desquels celui du milieu sera en dehors, & les deux autres en dedans de cette courbe immediatement après deux coupes faites de part & d'autre de celui-là; ce qui rend ce cercle osculateur *BEK* comme entrelacé en *E* avec cette courbe *ACDEFGH*.

* VIII. Si l'on veut presentement que les branches *Aφ*, *Hφ*, de la courbe *AφH* rebroussée encore en sens contraires en *φ*, soient des longueurs égales, & qu'elles commencent ici à se développer à leurs extremités, *A*, *H*, desquelles extremités elles décrivent ainsi ensemble la courbe *ACDEFGH*: Savoir, la branche *Aφ*, l'arc *ACDE*, en se développant de *A* vers *E* jusqu'à la tangente *Eφ* en *φ*: & l'autre branche *Hφ*, l'arc *HGFE*, en se développant de même de *H* vers

* FIG. IV.

vers *E* jusqu'au même point *E* de la même *Eφ* touchante aussi de cette autre branche en *φ*: on trouvera ici dans la Figure 4. comme dans les Figures 2. 3. art. 6.

1°. Que la courbe *ACDEFGH* sera ici, comme-là, toute concave du côté de sa développée *AφH*.

2°. Qu'au contraire de ce qu'on a vû dans cet art. 6. la courbure de cette courbe *ACDEFGH* ira ici en augmentant depuis *E* de part & d'autre jusqu'en *A*, *H*: de maniere que sa moindre courbure sera en *E*, & les plus grandes en *A*, *H*.

3°. Mais que ces deux plus grandes courbures en *A*, *H*, seront ici (*Figure* 4.) comme les moindres y étoient dans la Figure 2. 3. art. 6. égales ou inégales entr'elles selon que les branches developpées *φA*, *φH*, (qui étoient-là *φV*, *φT*,) auront les leurs égales ou inégales en leurs extremités *A*, *H*; & qu'en cas d'inégalité entre ces courbures terminales, la plus grande des deux premieres resultera de la plus grande des deux secondes.

IX. L'extremité *E* de la touchante *Eφ* commune en *φ* aux deux branches *Aφ*, *Hφ*, de la développée *AφH* rebroussée en sens contraires en ce point *φ*. ayant décrit (*art.* 8.) les arcs *ACDE*, *HGFE*, de la courbe *ACDEFGH* par le développement de ces deux branches *Aφ*, *Hφ*, commencé en *A*, *H*; il est visible (*gener.* & *def.*) que cette droite *Eφ* sera le rayon osculateur en *E* de cette courbe *ACDEFGH*, & *φ* le centre de son cercle *BEK* osculateur en ce point *E*.

H 4 Soit

Soit presentement un autre cercle $\mu C \lambda E \delta G \varepsilon$ décrit par ce même point E, d'un centre M pris à volonté sur le rayon osculateur $E\varphi$ entre φ & P, dont ce point P soit (*Th.* 2. *cor.* 3. *nombr.* 1.) le terme des centres M (ainsi pris depuis P jusqu'à φ sur $P\varphi$) des cercles qui décrits par E, rencontreroient encore ailleurs la courbe $ACDEFGH$. Le Th. 5. part. 1. fait voir que puisque (*hyp.*) A, H, sont les origines des arcs $ACDE$, $HGFE$; & E leur terme commun: Le cercle $\mu C \lambda E \delta G \varepsilon$ touchera ces deux arcs ou la courbe $ACDEFGH$ par dedans en ce point E sans la couper qu'en C, G, ou il en sortira de part & d'autre pour n'y plus rentrer, & sans la rencontrer ailleurs qu'en ces trois points C, E, G; de sorte qu'il aura toute sa partie $C\lambda E\delta G$ au dedans de l'arc $CDEFG$ de la courbe $ACDEFGH$, & tout le reste au dehors de cette courbe; ce qui lui arrivera toûjours (*Th.* 5. *part.* 1.) en quelque point de $P\varphi$ (depuis P jusqu'en φ) que soit son centre M. Donc lorsque son centre M sera infiniment près de φ, & que ce cercle $\mu C \lambda E \delta G \varepsilon$ sera ainsi confondu avec l'osculateur BEK, son arc $C\lambda E\delta G$ rendu pour lors infiniment petit par l'arrivée de ses deux extremités C, G, en deux points infiniment proches de E de part & d'autre, touchera encore en dedans en E la courbe $ACDEFGH$; immédiatement après quoi ce cercle $\mu C \lambda E \delta G \varepsilon$ ainsi changé en l'osculateur BEK, coupera encore cette courbe de part & d'autre de cet attouchement interieur, en sortant d'elle de ces deux côtés pour rester dehors tout en-

entier, à la particule infiniment petite près dont il touchera cette courbe en dedans en E: Il coupera, dis-je, cette courbe aux deux extremités de cette particule, fans la rencontrer ailleurs, & fous des angles fi petits, qu'aucun autre cercle n'y pourra jamais paffer (*Th. 6. Corol.* 1.) entre elle & lui. D'où l'on voit (*Th. 6. cor.* 2, 3.) qu'outre l'attouchement interieur précedent, il en aura encore deux autres exterieurs avec elle immediatement après de part & d'autre de celui-là. Donc ce cercle BEK ofculateur en E de la courbe $ACDEFGH$ aura ici avec elle trois attouchemens de fuite & contigus en ce point E, defquels celui du milieu fera en dedans, & les deux autres en dehors de cette courbe après deux coupes faites de part & d'autre de celui-là; ce qui rend ici (*Figure* 4.) ce cercle ofculateur BEK comme entrelacé avec cette courbe $ACDEFGH$, mais en fens contraire à celui de l'entrelacement qu'on a vû fur la fin de l'Art. 7. dans les Figures 2. 3.

* X. Pour trouver prefentement combien la détermination du rayon $E\phi$ du cercle BEK ofculateur en E de la courbe $ACDEFGH$ dans les art. 7. 9. Fig. 2. 3. 4. exige de racines égales en ce point E origine commune des arcs $EDCA$, $EFGH$, de cette courbe dans l'art. 7. Fig. 2. 3. & leur terme commun dans l'art. 9. Fig. 4. il faut confiderer dans ces deux articles, & dans ces trois Figures, que fuivant le Th. 5. le cercle $\mu C\lambda E\delta G\varepsilon$ décrit du centre N par E dans l'art. 7. Fig. 2, 3. & du centre M

H 5 auffi

* Fig. II. III. IV.

aussi par E dans l'art. 9. Fig. 4. touche toûjours en ce point E la courbe $ACDEFGH$, & la coupe de plus toûjours de part & d'autre en deux points C, G, sans jamais la rencontrer ailleurs qu'en ces trois points C, E, G, dont celui (E) du milieu est fixe, & les deux autres (C, G,) ambulans depuis A, H, jusqu'en celui-là, comme les centres N, M, de ce cercle $\mu C \lambda E \delta G \varepsilon$ le sont depuis P, R, jusqu'en ϕ. Donc l'attouchement de ce cercle avec la courbe $ACDEFGH$, lui exigeant (*Th.* 5. *cor.* 4.) deux racines égales; & les deux sections en C, G, de ce cercle avec cette courbe, lui en exigeant aussi deux autres que la confusion de ces deux points C, G, en E (causée par celle des centres N, M, en φ, ou de ce cercle $\mu C \lambda E \delta G \varepsilon$ en l'osculateur BEK) rendent égales à ces deux-là: ce cercle $\mu C \lambda E \delta G \varepsilon$ ainsi changé en l'osculateur BEK, c'est-à-dire, ce cercle lui-même BEK osculateur en E origine commune (*art.* 6. 7. *Fig.* 2. 3.) ou terme commun (*art.* 8. 9. *Fig.* 4.) des arcs $EDCA$, $EFGH$, de cette courbe resultante du développement des branches d'une autre courbe rebroussée en sens contraires, commencé au point de rebroussement de cette autre courbe dans les art. 6. 7. Fig. 2. 3. & aux autres extremités de ses branches prises égales dans les art. 8. 9. Fig. 4. Ce cercle osculateur BEK exige, dis-je, quatre racines égales en un tel point E de la courbe $ACDEFGH$, au lieu de trois seulement (*Th.* 5. *corol.* 5.) qu'exigeroit tout autre cercle

cle osculateur en tout autre point de cette courbe.

XI. Il est vrai que le cercle *BEK* osculateur en *E* de la courbe *ACDEFGH*, y a (*art.* 7. 9.) trois attouchemens avec elle, & que chacun d'eux exige deux racines égales ; ce qui semble d'abord en exiger six pour ces trois attouchemens. Mais dès qu'on fait reflexion que les deux coupes faites (*art.* 7. 9. aux extremitées l'attouchement du milieu, lui sont communes & aux deux autres attouchemens qui lui sont contigus de part & d'autre ; & consequemment que chacune des deux racines égales que ces deux coupes lui exigent, tient aussi lieu d'une racine à chacun de ces deux autres attouchemens : On voit que quatre des six racines égales qui paroissoient d'abord ici, s'y réduisent à deux, & qu'ainsi les six s'y reduisent aux quatre qu'on y vient de voir dans le précedent art. 10. Ce qui en fait encore une nouvelle démonstration.

XII. * Si l'on veut presentement que les branches ϕT, ϕV, de la courbe $T\phi V$ encore rebroussée en sens contraires en ϕ, commencent à se développer ailleurs qu'à leurs extremités, par exemple, aux points *A*, *H*, d'arcs égaux $A\phi$, $H\phi$; les art. 2. 8. font voir que d'un tel développement des arcs *AT*, $A\phi$, $H\phi$, *HV*, de cette développée $T\phi V$, il en resultera une autre courbe *BAECH* qui aura trois convexités opposées entre elles avec deux rebroussemens aux origines *A*, *H*, en sens contraires, de part & d'autre de la convexité *AEH* du milieu, &

* FIG. V. VI.

à la fois toutes les proprietés marquées dans les art. 2. 3. 4. 5. 8. 9. 10. 11. En effet,

1°. L'art. 2. fait voir que du développement des deux arcs AT, $A\phi$, de la branche ϕT, commencé en A jusqu'en T, ϕ, il resultera une portion BAE de courbe, laquelle portion sera rebroussée en sens contraires en A, & terminée en E à la tangente ϕE commune en ϕ aux deux branches ϕAT, ϕHV, de la développée $T\phi V$ rebroussée aussi en sens contraires en ϕ; & que d'un semblable développement des deux arcs, HV, $H\phi$, de l'autre branche ϕV de la même développée, commencé en H jusqu'en V, ϕ, il resultera de même une autre portion CHE de cette autre courbe resultante d'un tel développement de celle-ci, laquelle portion sera aussi rébroussée en sens contraires en H, & terminée aussi en E à la même tangente ϕE commune en ϕ aux deux branches developpées ϕAT, ϕHV, de la courbe $T\phi V$ rebroussée aussi (*hyp.*) en sens contraires en ce point ϕ.

2°. L'art. 8. fait voir suivant l'égalité supposée des arcs $A\phi$, $H\phi$, que les resultans AE, HE, de leur développement commencé en A, H, jusqu'en ϕ, se réüniront en un AEH tout concave du côté de ce point ϕ; & qu'ainsi les portions courbes BAE, CHE, tracées comme dans le précedent nomb. 1. composeront ensemble une courbe $BAECH$ de trois vexités opposées, & de deux rebroussemens en sens contraires alternativement posés entre elles.

3°. Les art. 2. 3. 4. 5. font voir que les deux

deux portions BAE, CHE, de la courbe $BAEHC$ auront toutes les proprietés marquées dans ces quatre articles ; & les art. 8. 9. 10. 11. font pareillement voir que son arc AEH aura aussi toutes les proprietés marquées dans ces quatre autres articles. On verra assez dans ces huit articles que toutes ces proprietés conviennent ensemble à cette courbe $BAEHC$ sans que je m'arrête ici à les détailler. Je passe donc au développement des courbes rebroussées en même sens.

§. III.

Du Développement des Courbes rebroussées en même sens, commencé en celui de leurs points qu'on voudra.

XIII. Soit la courbe $T\phi V$ rebroussée en même sens en ϕ, c'est-à-dire, dont les branches ϕV, ϕT, soient concaves en même sens, & chacune de ce seul côté. Soit premierement le développement de cette courbe ou de ses branches commencé en ϕ. Le corol. 1. du Th. 2. fait voir que le développement de la branche ϕV, ainsi commencé en ϕ ou en E vers A, décrira l'arc $EDCA$ de la courbe $ACDEFGH$; & que celui de l'autre branche, ϕT, aussi commencé en ϕ ou en E vers H, décrira de même l'autre arc $EFGH$ de cette autre courbe $ACDEFGH$ resultante de ce double développement, soit qu'elle soit décrite (*gener.*) par le point ϕ commun aux deux branches développées ϕV,

H 7 ϕT,

* Fig. VII. VIII.

ϕT, comme dans la Fig. 7. ou qu'elle le ſoit (*Schol. du Th.* 6.) par l'extremité E d'une droite quelconque $E\phi$ qui les touche toutes deux en ϕ, comme dans la Fig. 8. ou même auſſi par l'extremité E d'une telle tangente dans la Fig. 7. laquelle tangente $E\phi$ ſoit infiniment petite dans cette Fig. 7. & finie dans la Fig. 8.

Le corol. 1. du Th. 2. faiſant voir que les arcs $EDCA$, $EFGH$, de la courbe $ACDEFGH$ reſultante du double développement (commencé en ϕ) des deux branches de ſa développée $T\phi V$ rebrouſſée (*hyp.*) en même ſens en ce point ϕ, ſont entierement concaves chacune dans le même ſens que chacune de ces branches l'eſt; il eſt viſible que cette courbe $ACDEFGH$ ſera auſſi rebrouſſée en E en même ſens que celle-là l'eſt en ϕ.

Le corol. 4. du Th. 6. fait auſſi voir que le développement des deux branches ϕV, ϕT, de cette développée $T\phi V$, ayant (*hyp.*) commencé en ſon point de rebrouſſement ϕ; la courbure de chacune des branches $EDCA$, $EFGH$, de l'autre courbe $ACDEFGH$ reſultante de ce double développement, doit toûjours aller en diminuant depuis leur origine commune E juſqu'à leurs termes A, H: de ſorte que la plus grande courbure de chacune ſera en E, & la moindre à celui des points A, H, où elle ſe termine.

XIV. L'extremité E de la touchante $E\phi$ (finie dans la Fig. 8. & infiniment petite dans la Fig. 7.) commune en ϕ aux deux branches ϕV, ϕT, de la développée $T\phi V$ re-

rebroussée en même sens en ce point ϕ, ayant décrit (*art.* 13.) par leur développement commencé en ce même point ϕ, les branches *EDCA*, *EFGH*, de la courbe *ACDEFGH* aussi rebroussée en même sens en *E*; il est visible (*gener. & def.*) que cette droite $E\phi$ sera le rayon osculateur (fini dans la Fig. 8. & infiniment petit dans la Fig. 7.) en ce point *E* de cette courbe *ACDEFGH* ou de ses branches, & ϕ le centre de leur cercle osculateur commun *BEK* en ce même point *E*, fini dans la Fig. 8. & infiniment petit dans la Fig. 7.

Soit presentement un autre cercle $\mu E\delta CG\varepsilon$ décrit par ce point *E*, d'un centre *N* pris à volonté de l'autre côté de ϕ sur le rayon osculateur $E\phi$ prolongé vers *L*, entre ϕ & *R*, dont ce point *R* soit (*Th.* 2. *cor.* 3. *nomb.* 2.) de ce coté-là le terme des centres *N* (ainsi pris depuis ϕ jusqu'en *R* sur ϕL) des cercles qui décrits par *E*, rencontreroient encore ailleurs les branches *EDCA*, *EFGH*, de la courbe *ACDEFGH*. Le Th. 5. part. 2. fait voir que puisque (*hyp.*) ce point *E* est l'origine de ces deux branches, & *A*, *H*, leurs termes, le cercle $\mu E\delta CG\varepsilon$ touchera ces deux mêmes branches *EDCA*, *EFGH*, par dehors en ce même point commun *E*, sans les couper qu'en deux autres points *C*, *G*, où il entrera dedans pour n'en plus sortir, & sans les rencontrer ailleurs qu'en ces trois points *E*, *C*, *G*: de sorte qu'il aura toute sa partie $E\delta C$ au dehors de la branche *EDCA*, & toute sa partie $E\delta CG$ pareillement au dehors de l'autre branche *EFGH*, & tout l'excès de sa circonference entiere sur

ſur chacune de ces parties dans chacune de ces branches de la courbure *ACDEFGH*; ce qui lui arrivera toûjours (*Tb. 5. part. 2.*) en quelque point de *Rφ* (depuis *R* juſqu'en *φ*) que ſoit ſon centre *N*. Donc lorſque ſon centre *N* ſera infiniment près de *φ*, ce cercle *μEδCGε* ainſi confondu avec l'oſculateur *BEK* (fini dans la Fig. 8. & infiniment petit dans la Fig. 7.) ayant alors ſon arc *EδCG* reduit à un infiniment petit par la confuſion de ſes deux points *C*, *G*, en un infiniment proche de *E*, touchera encore par dehors les branches *EDCA*, *EFGH*, de la courbe *ACDEFGH* en cet élement commun à lui & à elles, ſuivant lequel elles ſe touchent auſſi mutuellement; après quoi ce cercle *μEδCGε* ainſi changé en l'oſculateur *BEK* coupera encore auſſi chacune de ces branches à l'extremité de cet élement commun du côté de leurs termes *A*, *H*, en entrant dedans de ce côté-là pour y reſter tout entier, à la particule infiniment petite près dont il les touchera par dehors en leur origine commune *E*: il coupera, dis-je, chacune de ces deux branches *EDCA*, *EFGH*, à l'extremité de cette particule, infiniment près de *E* du côté de leurs termes *A*, *H*, ſans les rencontrer ailleurs, & ſous des angles ſi petits qu'aucun autre cercle n'y pourra jamais paſſer (*Tb. 6. corol. 1.*) entre lui & elles. D'où l'on voit qu'outre le precedent attouchement exterieur à ces deux branches, fait avec elle par ce cercle oſculateur *BEK* ſur la particule infiniment petite en *E* où elles ſe touchent auſſi mutuellement, il en aura imme-

mediatement après avec elles un interieur commun du côté de leurs termes *A*, *H*. Donc ce cercle *BEK* osculateur en *E* de la courbe *ACDEFGH* rebroussée (*art* 13.) en même sens en ce point *E*, y aura avec elle deux attouchemens contigus équivalens à quatre, & communs chacun aux deux branches *EDCA*, *EFGH*, de cette courbe: un en dehors en *E*, & l'autre immediatement après, en dedans vers *A*, *H*; chacun de chaque côté d'une coupe côté d'une coupe commune équivalente aux deux *C*, *G*, confondues en celle-là, lorsque le cercle $\mu E \delta C G \varepsilon$ l'est en l'osculateur *BEK* en *E*: l'attouchement exterieur de la branche *EFGH* avec ce cercle osculateur se fait (pour ainsi dire) par la mediation de l'élement en *E* de l'autre branche *EDCA*, & l'interieur de celle-ci se fait par la mediation de l'élement suivant de la premiere du côté de *A*, *H*.

* XV. Si l'on veut presentement que les branches $A\phi$, $H\phi$, de la courbe $A\phi H$, rebroussée encore en même sens en ϕ, soient de longueurs égales, & qu'elles commencent à se développer par leurs extremités *A*, *H*, desquelles elles décrivent ainsi ensemble la courbe *ACDEFGH*: savoir la branche $A\phi$, l'arc *ACDE*, en se développant de *A* vers *E* jusqu'à sa tangente $E\phi$ en ϕ; & l'autre branche $H\phi$, l'arc *HFGE*, en se développant pareillement de *H* vers *E* jusqu'au même point *E* de la même $E\phi$, tangente aussi de cette autre branche en ϕ: on trouvera encore ici dans la Fig. 9. comme dans les Fig. 7. 8. art. 13.

1°. Que

* FIG. IX.

1°. Que la courbe *ACDEFGH* sera ici, comme là, rebroussée en même sens en *E*, ainsi que sa développée *AφH* l'est (*hyp.*) en *φ*, & en même sens qu'elle.

2°. Qu'au contraire de ce qu'on a vû dans l'art. 13. La courbure de chacune des branches *ACDE*, *HGFE*, de cette courbe *ACDEFGH* ira toûjours en diminuant depuis chacune de leurs origines *A*, *H*, jusqu'à leur terme commun *E*, auquel cette courbe se rebrousse se rebrousse en ces deux branches concaves en même sens ; de sorte que la moindre courbure de chacune d'elles sera en *E*, & sa plus grande à celle des origines *A*, *H*, où elle commence.

XVI. L'extremité *E* de la touchante *Eφ* commune en φ aux deux branches *Aφ*, *Hφ*, de la développée *AφH* rebroussée en même sens en *φ*, ayant décrit (art. 15.) par leur développement commencé en *A*, *H*, les branches *ACDE*, *HGFE*, de la courbe *ACDEFGH* pareillement rebroussée en même sens en *E*; il est visible (*gener. & def.*) que cette droite *Eφ* est le rayon osculateur en ce point *E* de cette courbe *ACDEFGH* ou de ses branches, & φ le centre de leur cercle osculateur commun *BEK* en même point *E*.

Soit presentement un autre cercle *μEδCGε* décrit par ce point *E*, d'un centre *M* pris à volonté sur le rayon osculateur *Eφ* entre φ & *P*, dont ce point *P* soit (*Th. 2. corol. 3. nomb.* 1.) le terme des centres *M* (ainsi pris depuis *P* jusqu'en φ sur *Pφ*) des cercles qui décrits par *E*, rencontreroient encore ailleurs les branches *ACDE*, *HGFE*, de

de la courbe *ACDEFGH*. Le Th. 5. part. 1. fait voir que puisque (*hyp.*) *A*, *H*, sont les origines de ces deux branches, & *E* leur terme commun; le cercle $\mu E\delta CG\varepsilon$ touchera ces deux mêmes branches *ACDE*, *HGFE*, par dedans en ce même point *E* sans les rencontrer ailleurs qu'en *C*, *G*, où il les coupera en sortant d'elles pour n'y plus rentrer: de sorte qu'il aura toute sa partie $E\delta C$ dans la branche *ACDE*, & toute sa partie $E\delta CG$ dans l'autre branche *HGFE*, & tout l'excès de sa circonference entiere sur chacune de ces parties, au dehors de chacune de ces branches de la courbe *ACDEFGH*; ce qui lui arrivera toûjours (*Th.* 5. *part.* 1.) en quelque point de $P\varphi$ (depuis *P* jusqu'en φ) que soit son centre *M*. Donc lorsque son centre *M* sera infiniment près de φ, ce cercle $\mu E\delta CG\varepsilon$ ainsi confondu avec l'osculateur *BEK*, ayant alors son arc $E\delta CG$ réduit à un infiniment petit par la confusion de ses deux points *C*, *G*, en un infiniment proche de *E*, touchera encore par dedans les branches *ACDE*, *HGFE*, de la courbe *ACDEFGH* en cet élement commun à lui & à elles, suivant lequel elles se touchent aussi mutuellement; immediatement après quoi ce cercle $\mu E\delta CG\varepsilon$ ainsi changé en l'osculateur *BEK*, coupera encore aussi chacune de ces branches à l'extremité de cet élement commun, du côté de leurs origines *A*, *H*, en sortant hors d'elles de ce côté-là pour n'y plus rentrer, & pour rester hors d'elles tout entier à la particule infiniment petite près dont il les touchera par dedans en leur terme commun *E*: il

il coupera, dis-je, chacune de ces deux branches *ACDE*, *HGFE*, à l'extremité de cette particule, infiniment près de *E*, du côté de leurs origines *A*, *H*, sans les rencontrer ailleurs, & sous des angles si petits qu'aucun autre cercle n'y pourra jamais passer. (*Th. 6. cor. 1.*) entre lui & elles. D'où l'on voit qu'outre le precedent attouchement interieur à ces deux branches *ACDE*, *HGFE*, fait avec elles par ce cercle osculateur *BEK*, il en aura encore immediatement après avec elles un exterieur commun du côté de leurs origines *A*, *H*. Donc ce cercle *BEK* osculateur en *E* de la courbe *ACDEFGH* rebroussée (*art. 15. nomb. 1.*) en même sens en ce point *E*, y aura avec elle deux attouchemens contigus équivalens à quatre, & communs chacun aux deux branches *ACDE*, *HGFE*, de cette courbe; un de chaque côté d'une coupe commune équivalente aux deux *C*, *G*, confondues en celle-là, lorsque le cercle $\mu E \delta C G \varepsilon$ l'est en l'osculateur *BEK* en *E*: l'attouchement interieur de la branche *HGFE* avec ce cercle osculateur, se fera par la médiation de l'élement en *E* de l'autre branche *ACDE*, & l'exterieur de celle-ci par la mediation de l'élement suivant de la premiere vers *A*, *H*.

XVII. Pour trouver presentement combien le cercle * *BEK* osculateur en *E* de la courbe *ACDEFGH* rebroussée en ce point, *E*, dans les art. 13. 14. 15. 16. Fig. 7. 8. 9. exige de racines égales en ce point *E* terme commun des branches *ACDE*, *HGFE*, de

* Fig. VII. VIII. IX.

de cette courbe, pour la détermination totale de ſon rayon $E\varphi$; voyons ce que la determination de la poſition de ce rayon oſculateur en ce même point E en exige, & enſuite ce que la détermination de la longueur de ce même rayon $E\varphi$ en exige auſſi. Pour cela;

1°. Imaginons la * perpendiculaire EL ou $E\varphi$ à déterminer ſur une courbe rebrouſſée quelconque $ADEFH$ en ſon point de rebrouſſement E; & hors cette perpendiculaire un point O du côté de A, H, ſur le plan de cette courbe; duquel point O (comme centre) ſoit décrit par E, le cercle $\beta E\lambda D\pi$ qui rencontre de plus en D, F, les branches EDA, EFH; de cette courbe $ADEFH$. Imaginons enſuite qu'une des ſections ou points D, F, par exemple, le point D auquel la branche EDA eſt coupée par le cercle $\beta E\lambda D\pi$, avance le long de cette branche juſqu'en E. On verra non-ſeulement le point F, auquel l'autre branche EFH eſt coupée par ce cercle, avancer auſſi pour lors juſqu'en ce point E; mais encore, comme dans le corol. 3. du Th. 5. le centre O de ce même cercle avancer juſqu'en ω ſur la perpendiculaire EL ou $E\varphi$ le long, par exemple, de l'arc $O\omega$ d'un pareil cercle décrit du centre E par O. Donc la détermination de ce point ω de cette perpendiculaire EL ou $E\varphi$, & conſequemment auſſi celle de cette perpendiculaire elle-même, dont l'on n'auroit d'abord que le point donné E, dépendant ainſi de la confuſion ſur elle des trois rayons DO, FO, EO, en un

$E\omega$

* FIG. X. XI. XII.

$E\omega$ du cercle $\beta E\lambda D\pi$ devenu de cette maniere touchant en ce point E des branches EDA, EFH, de coupant qu'il en étoit ; doit lui exiger trois racines égales en ce même point E, au lieu de deux ſeulement qu'il lui faudroit (*Th.* 5. *corol.* 4.) pour déterminer la poſition d'une telle perpendiculaire en tout autre point de ces branches, ou à un point quelconque d'une ſeule concavité en ce point.

On verra ci-après dans les art. 27. 31. *qu'au point de contour ou d'inflexion d'une courbe contournée quelconque chaque cercle déterminateur, de la perpendiculaire en ce point, n'y exigeroit non plus en cette qualité que deux racines égales.*

2°. * La poſition de la perpendiculaire EL, ou du rayon oſculateur $E\varphi$ au point E de rebrouſſement en même ſens de la courbe $ADEFH$, étant ainſi trouvée (*nomb.* 1.) par le moyen de trois racines égales dans les Fig. 10. 11. Il s'agit preſentement de trouver combien la détermination de la longueur de ce rayon oſculateur $E\varphi$ en exige auſſi d'égales: & enfin combien il en exige d'égales en tout pour ſa détermination totale. Pour cela, après avoir conçû que tout ce qu'on voit marqué de lettres ſemblables dans les Fig. 7. 8. 9. 10. 11. eſt le même dans celles qui les ont ; imaginons que le point ω paſſe en N dans les Fig. 7. 8. 10. & en M dans les Fig. 9. 11. On verra le cercle $\beta E\lambda D\pi$ des Fig. 10. 11. de touchant que le paſſage de ſon centre O en ω l'avoit rendu (*nomb.* 1.) au point E de la courbe $ADEFH$, redevenir (*Th.* 5.) coupant en

$C, G,$

* FIG. VII. VIII. IX. X. XI.

C, G, de la même courbe, tel que $\mu E\delta CGe$ dans les Fig. 7. 8. 9. avec deux nouveaux rayons NC, NG, dans les Fig. 7. 8. & MC, MG, dans la Fig. 9. ajoutés par ces coupes à $E\omega$ ici devenu EN dans les Fig. 7. 8. & EM dans la Fig. 9. équivalent (*nomb.* 1.) dans chacune de ces trois Fig. 7. 8. 9. à trois rayons égaux: de ſorte que le paſſage de N, M, en φ terme (*gener. & def.*) du rayon oſculateur $E\varphi$, (lequel paſſage rend ce triple rayon EN dans les Fig. 7. 8. & EM dans la Fig. 9. égal à cet oſculateur $E\varphi$) confondant encore (*art.* 14. 16.) ces deux autres rayons NC, NG, dans les Fig. 7. 8. & MC, MG, dans la Fig. 9. avec celui-là, en changeant ainſi ce cercle $\mu E\delta CGe$ en l'oſculateur BEK; le rayon $E\varphi$ de ce cercle oſculateur, équivaudra à cinq rayons confondus ici en un, deſquels trois qui étoient DO, FO, EO, dans les Fig. 10. 11. confondus en un $E\omega$ devenu ici égal à $E\varphi$, déterminent (*nomb.* 1.) la poſition de ce rayon oſculateur $E\varphi$; & ce triple rayon avec les deux autres CN, GN, des Fig. 7. 8. & CM, GM, de la Fig. 9. pareillement ici confondus en $E\varphi$ par le paſſage de N, M, en φ, détermine la longueur de ce rayon oſculateur $E\varphi$. D'où l'on voit que la détermination totale de ce rayon, en exigeant trois confondus en un dans le nomb. 1. pour la détermination de ſa poſition, & trois ici pour celle de ſa longueur, deſquels rayons (pris ainſi trois à trois (celui qui a toûjours paſſé par E, ſert aux deux uſages; cette détermination totale du rayon oſculateur $E\varphi$, n'en exige ni plus ni moins que cinq confondus enſemble.

Donc

Donc la détermination totale de ce rayon osculateur $E\varphi$ au point E de rebroussement en même sens de la courbe *ACDEFGH* des Fig. 7. 8. 9. n'exige pareillement ni plus ni moins que cinq racines égales dans le cercle osculateur *BEK*.

XVIII. Si l'on veut presentement que les branches φT, φV, de la courbe $T\varphi V$ rebroussée encore en même sens en φ où elle soit touchée par φL, commencent à se développer par ailleurs qu'à leurs extremités, par exemple aux points A, H, de part & d'autre, ayant $A\varphi = H\varphi$; il en resultera une autre courbe, *BAEHC*, qui aura quatre convexités ou concavités differentes, tournées en même sens deux à deux, & aussi deux à deux en sens contraires, avec trois rebroussemens en A, E, H, dont les deux extrêmes en A, H, seront chacun en sens contraires, & celui du milieu H en même sens. Ainsi cette nouvelle courbe *BAEHC* aura à la fois toutes les proprietés marquées dans les art. 2. 3. 4. 5. 15. 16. 17. En effet;

1°. L'art. 2. fait voir que du développement des deux arcs AT, $A\varphi$, de la branche φT, commencé en A jusqu'en T, φ, il resultera une portion *BAE* de courbe, laquelle portion sera rebroussée en sens contraire en A, & terminée en E à la tangente φL commune en φ aux deux branches φAT, φHV, de la développée $T\varphi V$ rebroussée (*hyp.*) en même sens en ce point φ; & d'un semblable développement des deux arcs $H\varphi$, HV, de l'autre branche φV de la même développée,

* FIGURE. XIII.

loppée, commencé en H jusqu'en φ, V, il resultera de même une autre portion EHC de cette autre courbe resultante d'un tel développement de celle-ci, laquelle portion sera aussi rebroussée en sens contraires en H, & terminée aussi à la même tangente φE commune en φ aux deux branches développées φAT, φHV, de la courbe $T\varphi V$ rebroussée (*hyp.*) en même sens en ce point φ.

1°. L'art. 15. fait voir suivant l'égalité supposée des arcs $A\varphi$, $H\varphi$, que les resultans AE, HE, de leur développement commencé en A, H; jusqu'en φ, formeront la portion AEH de courbe rebroussée en même sens en E; & qu'ainsi les portions BAE, CHE, tracées dans le nomb. 1. composeront ensemble une courbe $BAEHC$ de quatre convexités ou concavités tournées en même sens deux à deux, & aussi deux à deux en sens contraires, avec trois rebroussemens en A, E, H, dont les deux extrêmes en A, H, seront chacun en sens contraires, & celui du milieu en E en même sens; lesquels trois rebroussemens differens sont alternativement posés entre les quatre convexités ou concavités differentes.

3°. Les art. 2. 3. 4. 5. font voir que les deux portions BAE, CHE, de la courbe $BAEHC$ auront toutes les proprietés marquées dans ces quatre articles; & les art. 15. 16. 17. font pareillement voir que sa portion AEH aura aussi toutes les proprietés marquées dans ces trois autres articles. On verra assez dans ces sept articles que toutes ces proprietés conviennent à la courbe triple-

 ment

ment rebrouſſée $BAEHC$ dont il s'agit ici, ſans qu'il ſoit beſoin que je m'arrête à les y détailler. Je paſſe donc au développement des courbes contournées ou de concavités contraires de part & d'autre d'un point d'inflexion.

§. IV.

Du Développement des Courbes contournées, commencé en celui de leurs points qu'on voudra.

XIX. Soit la courbe * contournée $AM\varphi NT$, dont φ ſoit le point de contour ou d'inflexion, & laquelle commence à ſe développer en A juſqu'en T. Il eſt viſible (*gener.*) que ſa partie toute concave $AM\varphi$, en ſe développant de A vers E juſqu'en φE tangente commune de cet arc & de l'autre φNT au point d'inflexion φ de la courbe $AM\varphi NT$ qu'ils compoſent enſemble, décrira de ſon extremité A l'arc ADE; après quoi cette courbe continuant à ſe développer depuis ſon point φ d'inflexion juſqu'en T, ſon autre partie convexe φNT obligeant ſon extremité A arrivée en E ſur φE, de retourner en arriere de E vers H juſqu'à ſa tangente HT, lui fait décrire de cette extremité A l'arc EFH, depuis E juſqu'à cette tangente HT en ſon autre extremité T. D'où il ſuit;

1°. Que cette courbe $AM\varphi NT$ contournée en φ, ſe développant ainſi de A juſqu'en T, décrira de ſon extremité A une autre courbe $ADEFH$, laquelle ſera rebrouſſée en E; puſ-

* FIGURE XIV.

puisque l'une & l'autre de ses deux branches *EDA*, *EFH*, est (*Th. 5. corol. 2.*) perpendiculaire en *E* à la droite *Eφ* tangente commune (*hyp.*) en *φ* des deux arcs *AMφ*, *φNT*, du développement desquels (commencé en *A*) ces deux branches resultent; & que consequemment ces deux mêmes branches *EDA*, *EFH*, de la courbe *ADEFH* se touchent en *E*.

2°. Que ces deux branches *EDA*, *EFH*, sont concaves du côté de la développée *AMφNT*, & consequemment en même sens; puisque (*Th. 2. cor. 1.*) elles le sont du côté des arcs *AMφ*, *φNT*, du développement desquels elles resultent; & consequemment aussi la courbe *ADEFH* est non-seulement (*nomb. 1.*) rebroussée en *E*, mais encore rebroussée en même sens.

3°. Que les courbures des branches *ADE*, *EFH*, de cette courbe *ADEFH* vont toûjours (*Th. 6. cor. 4.*) en diminuant depuis leurs origines *A*, *E*, jusqu'à leurs termes *E*, *H*, c'est-à-dire, depuis *A* jusqu'en *E* pour la branche *ADE*, & depuis *E* jusqu'en *H* pour l'autre branche *EFH*: de sorte que la plus grande courbure de la premiere *ADE* de ces deux branches sera en son origine *A*, la moindre en son terme *E*; & la plus grande courbure de la seconde branche *EFH* en son origine *E*, la moindre en son terme *H*.

4°. Que la branche *ADE* doit être toute entiere dans l'autre branche *EFH*. Car si de quelque point arbitraire *D* de la premiere *ADE* de ces deux branches, on imagine la droite *Dφ* avec une tangente *DN* de l'arc *φNT* du développement duquel resulte l'au-

 tre

tre branche *EFH*, laquelle soit rencontrée en quelque point *F* par cette tangente *ND* prolongée de ce côté-là: l'on aura (*Th.* 1.) $D\phi \lessdot E\phi$, & consequemment $D\phi + \phi N \lessdot E\phi + \phi N$ (*Lem.*) $= AM\phi N$ (*Lem.*) $= FN$. Cependant $DN \lessdot D\phi + \phi N$. Donc à plus forte raison $DN \lessdot FN$; & par consequent le point *D* de la branche *EDA* est au dedans de l'autre branche *EFH*; & ainsi de tous les autres points de la premiere *EDA* de ces deux branches depuis *A* jusqu'au point *E* qui (*nomb.* 1.) leur est commun. Donc cette branche *EDA* de la courbe *ADEFH* doit être toute entiere dans l'autre branche *EFH* de cette même courbe resultante du développement commencé en *A* jusqu'au point *T* de la courbe $AM\phi NT$ contournée en ϕ.

XX. Presentement si par deux points quelconques *D*, *F*, des branches *EDA*, *EFH*, de la courbe *ADEFH* rebroussée (*art.* 19. *nomb.* 1. 2.) en même sens au point *E*, on imagine deux cercles *IDC*, *LFG*, lesquels ayent pour rayons les droites *DM*, *FN*, qui touchent en *M*, *N*, les arcs $AM\phi$, ϕNT, de la développée $AM\phi NT$ contournée (*hyp.*) en ϕ & pour centres ces points *M*, *N*, d'attouchement; ces deux cercles (*gener.* & *def.*) osculateurs des deux branches *ADE*, *EFH*, de la courbe *ADEFH* en *D*, *F*, couperont (*Th.* 6.) comme l'on voit ici, chacun chacune de ces branches en chacun de ces points, non-seulement sans la rencontrer ailleurs, & sous des angles si petits qu'aucun autre cercle ne pourra jamais passer (*Th.* 6. *cor.* 1.) par ces angles entre chacun de ces deux cercles-là & la branche qu'il

qu'il aura ainsi coupée; mais encore (à cause des origines opposées *A*, *E*, de ces branches *ADE*, *EFH*,) en sortant vers *C*, *L*, de leur angle curviligne *DEF*, & en demeurant dans cet angle du côté de *I*, *G*. De sorte que (*Th.* 6. *cor.* 2. 3.) ces deux cercles *IDC*, *LFG*, auront en *D*, *F*, chacun deux attouchemens à la fois avec chacune des deux branches *ADE*, *EFH*, chacun avec celle qu'il y coupe: Savoir, le cercle *IDC*, un attouchement en dedans vers *C*, & un en dehors vers *I*, de part & d'autre du point *D*, avec la branche *ADE* qu'il y coupe; & l'autre cercle *LFG*, un attouchement en dedans vers *G*, & un en dehors vers *L*, de part & d'autre du point *F*, avec l'autre branche *EFH* qu'il y coupe aussi.

Donc tout cela continuant ainsi (*Th.* 6. *corol.* 2. 3.) tant que ces deux cercles *IDC*, *LFG*, seront osculateurs de ces deux branches *ADE*, *EFH*, de la courbe *ADEFH*: Si l'on conçoit que leurs deux points *D*, *F*, d'osculation s'approchent infiniment près de celui de rebroussement *E* de cette courbe, & consequemment aussi leurs rayons osculateurs *DM*, *FN*, infiniment près de la droite *E*φ tangente (*hyp.*) de la développée *AM*φ*NT* en son point d'inflexion φ qui répond (*art.* 19.) à ce point *E* de rebroussement de l'autre courbe *ADEFH* resultante (*art.* 19.) du développement de celle-là commencé en *A* jusqu'en *T*; ces deux cercles osculateurs *IDC*, *LFG*, qui alors de centres *M*, *N*, infiniment voisins de φ, & par des points *D*, *F*, infiniment voisins de *E*,

 s'y

s'y doivent unir en un, y doivent encore couper & toucher de deux attouchemens chacun, chacune des branches *ADE*, *EFH*, dont il est osculateur, comme ils faisoient en *D*, *F*, avant cette union : c'est à-dire, couper ici ces branches du côté de *A*, *H*, à l'extremité de leur élement commun en *E* qu'ils doivent ainsi toucher ensemble de part & d'autre comme en l'embrassant ou en le pinçant (pour ainsi dire) entr'eux, après avoir touché de l'autre côté chacun par *E* dans l'angle curviligne *DEF* que ces deux branches font entr'elles, l'élement immédiatement précedent de chacune où elles commencent à se separer l'une de l'autre pour former cet angle. De sorte que le cercle osculateur *BEK* décrit du centre φ par *E*, auquel ces deux *IDC*, *LFG*, se réduisent enfin là par leur union, s'y trouve comme d'une double circonference qui resultante du concours de celles de ces deux autres cercles unis en lui, le rend capable de ces quatre attouchemens à la fois avec les deux branches *ADE*, *EFH*, c'est-à-dire, de deux (un interieur & l'autre exterieur) avec chacune, de part & d'autre d'une coupe commune de lui avec elles, faite du côté de *A*, *H*, à l'extremité de leur élement commun en *E*, & sans (*Th. 6. cor. 1.*) qu'aucun autre cercle puisse passer de même par cet angle entre ces deux branches, soit qu'il les rencontre ou non ailleurs qu'en *E*.

XXI. * Il est ici à remarquer que quoique les courbes *ADEFH* des Fig. 7. 8. 9. 14. rebroussées (*art.* 13. 15. 19.) chacune en-

* FIG. VII. VII. IX. XIV.

en même ſens en *E*, paroiſſent l'être de la même maniere, leur cercle oſculateur *BEK* en ce point *E* de rebrouſſement en même ſens, ne les y touche (*art.* 14. 16. 20.) pourtant pas de même, & qu'il paſſe (*art.* 14. 16.) tout d'un côté des branches *EDA*, *EFH* de celle des Fig. 7. 8. 9. ſans qu'il en puiſſe (*Th.* 6. *corol.* 1.) paſſer abſolument aucun entr'elles par leur angle *DEF*, au lieu que le cercle *BEK* oſculateur au point *E* de rebrouſſement en même ſens auſſi de la courbe *ADEFH* de la Fig. 14. paſſe (*art.* 20.) entre les branches *ADE*, *EFH*, de cette courbe par l'angle *DEF* qu'elles font entr'elles. Ce qui fait voir que quoique dans chacune de ces courbes *ADEFH* rebrouſſées en même ſens chacune en *E*, leurs branches *ADE*, *EFH*, s'y touchent dans toutes les Fig. 7. 8. 9. 14. L'angle *DEF* de contingence que ces branches font entr'elles, eſt plus grand dans la Fig. 14. que dans les trois autres Fig. 7. 8. 9. La raiſon en eſt que ces branches ayant (*hyp.*) toutes deux en *E* leurs origines dans les Fig. 7. 8. & leur terme dans la Fig. 9. leurs plus grandes courbures ſont (*art.* 13. 15.) en ce point *E* dans les Fig. 7. 8. & leur moindre en *E* dans la Fig, 9. au lieu que dans la Fig. 14. n'y ayant (*hyp.*) qu'une (*EFH*) de ces branches qui ait ſon origine en *E*, & l'autre (*ADE*) y ayant ſon terme, la plus grande courbure de la premiere *EFH* de ces branches y eſt (*art.* 19.) accompagnée de la moindre courbure de la ſeconde *ADE*; ce qui fait que ces deux branches concaves (*art.* 13. 15. 19.) en même

sens, s'écartent moins l'une de l'autre au sortir de ce point *E* dans les Fig. 7. 8. 9. que dans la Fig. 14. & ce qui rend ainsi leur angle de contingence plus grand ici que là.

XXII. * Quant aux racines égales qu'exige dans les Fig. 14. 15. des art. 10. 20. le cercle *BEK* osculateur au point *E* de rebroussement de la courbe *ADEFH*, la même dans les deux, pour la détermination totale de son rayon *Eφ* c'est-à-dire pour la détermination de la position & de la longueur de ce rayon osculateur *Eφ* en ce point de rebroussement *E*.

1°. ** Le nomb. 1. de l'art 17. fait voir dans les Fig. 10. 11. que la position de ce rayon osculateur *Eφ* perpendiculaire (*Th. 5. corol.* 2.) à la fois à l'une & à l'autre de branches *ADE*, *EFH*, de la courbe *ADEFH* de la Fig. 15. en son point de rebroussement *E*, y exige trois racines égales dans le cercle déterminant, tel qu'est ici † *βEλFDπ* décrit par *E* d'un centre *O* pris tel dans le triangle mixtiligne *AφE* que ce cercle rencontre de plus en quelqu'autre point *D* la branche *ADE* de cette courbe *ADEFH*: puisque ce cercle *βEλFDπ* coupant en *E* l'osculateur *BEK* avec l'autre branche *EFH* que cet osculateur y touche (*art.* 20. aussi-bien que celle-là, ce nouveau cercle *βEλFDπ* coupera de plus cette autre branche *EFH* en quelqu'autre point *F* entre *E* & *D*; & consequemment il coupera ainsi la courbe *ADEFH* en trois points *D*,

* FIGURE XIV. XV. ** FIG. X. XI. XV.
† FIG. XV.

D, E, F, qui unis en E, feront passer (*art.* 17. *nomb.* 1.) son centre O en ω sur $E\phi$ perpendiculaire (*Th.* 5. *corol.* 2.) à l'une & à l'autre des branches ADE, EFH, de cette courbe $ADEFH$, & qui déterminant ainsi ce point ω par le concours de ses trois rayons DO, FO, EO, en un $E\omega$ sur cette perpendiculaire $E\phi$ au point E de rebroussement de cette courbe $ADEFH$, détermine aussi la position de cette même perpendilaire ou rayon osculateur $E\phi$ par le moyen de trois racines égales (*art.* 17. *nomb.* 1.) en ce point de rebroussement en même sens de cette même courbe $ADEFH$.

Il est vrai qu'aucun autre cercle $\mu E \varepsilon F \nu$ décrit par E du centre δ pris hors l'angle mixte $A\phi E$, lequel coupât encore en quelqu'autre point F, EFH de la courbe $ADEFH$, ne couperoit pas de même ailleurs, par exemple en D, son autre branche ADE: puisque (*Th.* 1. *corol.* 8.) la droite δD seroit moindre que δE; & que par consequent le passage de F en E, qui faisant ainsi passer (*Th.* 5. *corol.* 3.) sur $t\phi$ prolongée vers L le centre δ de ce cercle $\mu E \varepsilon F \nu$, détermineroit la position de cette perpendiculaire $E\phi$ au point E de la branche EFH par le moyen (*Th.* 5. *corol.* 4.) de deux racines égales. Mais ne le faisant que comme il le feroit en F par le passage de E en F, sans aucun rapport à la branche ADE, ne détermine point cette perpendiculaire $E\phi$ comme devant l'être aussi à cette autre branche ADE, ni consequemment devant l'être au concours de ces deux branches ou au point de rebroussement de la courbe $ADEFH$ qu'el-

les composent. Au contraire, la détermination de la position qui se fait de cette perpendicnlaire par le concours précedent des trois rayons *DO*, *FO*, *EO* du cercle $\beta E \lambda F D \pi$ en un, ne pouvant se faire qu'en ce point *E* de rebroussement de courbe *ADEFGH*, la position de la perpendiculaire que ce concours y détermine (*art.* 17. *nomb.* 1.) par le passage en ω qui en resulte du centre *O* de ce cercle sur cette perpendiculaire, la détermine comme devant l'être en ce point *E* de rebroussement, & consequemment (*Th.* 5. *corol.* 2.) comme devant être $E\phi$ ou *EL*, & non aucune autre. Donc cette détermination de la position de cette perpendiculaire ou rayon osculateur $E\phi$ propre à ce point de rebroussement *E* de la courbe *ADEFH*, y exige l'union & le concours de ces trois rayons *DO*, *FO*, *EO*, en un; & consequemment trois racines égales en ce point *E* dans leur cercle $\beta E \lambda F D \pi$, ainsi qu'on le vient de voir conformément au nomb. 1. de l'art. 17.

2°. * Le passage du centre *O* du cercle $\beta E \lambda F D \pi$ en ω sur $E\phi$, ayant rendu ce cercle en *aEb* touchant en *E* de la courbe *ADEFH* & de son cercle osculateur *BEK*, de coupant qu'il en étoit: si l'on imagine le centre ω de ce cercle $\beta E \lambda F D \pi$ ainsi devenu *aEb*, en mouvement de *E* vers ϕ sur $E\phi$ sans que ce cercle cesse de passer par *E*, & le point *P* déterminé sur $E\phi$ comme dans le nomb. 1. du corol. 3. du Th. 2. Ce même nomb. 1. fera voir ce même cercle redevenir coupant $E\delta Dd$ en quelque point *D* de la branche *ADE* (sans

* FIG. XVI.

la

la rencontrer ailleurs qu'en D, E,) lorsque son centre ω sera en M sur $P\varphi$ depuis P jusqu'en φ, & que ses deux rayons DM, EM, s'uniront ensemble en $E\varphi$ par l'arrivée de son centre M en φ: ce qui déterminera la longueur de ce rayon osculateur $E\varphi$ par le moyen de deux racines égales, & non de davantage; puisqu'en quelque point de $E\varphi$ que se trouve le centre ω ou M de ce cercle, ce même cercle ne sauroit rencontrer la branche ADE (*Th.* 2. *corol.* 3. *nomb.* 1. & *Th.* 5.) tout au plus qu'en points, & jamais qu'en E l'autre branche EFH qui étant (*art.* 20.) toute au dehors du cercle osculateur BEK, doit être aussi tout au dehors de tout autre cercle décrit par E d'un centre pris depuis E jusqu'en φ sur le rayon $E\varphi$ de cet osculateur BEK.

3°. Puisque la détermination de la position du rayon osculateur $E\varphi$ perpendiculaire (*Th.* 5. *corol.* 2.) au point de rebroussement E de la courbe $ADEFH$ rebroussée en même sens, exige (*nomb.* 1.) trois racines égales dans le cercle déterminant $\beta E\lambda FD\pi$ changé de coupant en touchant aEb par le passage de son centre O en ω, & que la détermination de la longueur de ce rayon $E\varphi$ en exige encore (*nomb.* 2.) deux égales à celles-là dans le même cercle changé en l'osculateur BEK par le passage de son centre ω en φ; il semble d'abord que la détermination totale de ce rayon osculateur $E\varphi$ exige ici cinq racines égales comme dans l'art. 17. nomb. 2. Mais dès qu'on fait reflexion que le même rayon EO a aidé à déterminer (*nomb.* 1.) la position de

cet oſculateur $E\phi$ en paſſant en $E\omega$, & à déterminer (*nomb.* 2.) la longueur de ce même rayon oſculateur en devenant $E\phi$; On voit que pour ces deux uſages, ce rayon EO ainſi changé en $E\omega$, & enſuite en $E\phi$, n'a exigé qu'une même racine qui comptée deux fois (*nomb.* 1. 2.) pour expliquer ces deux uſages, en fait paroître ici d'abord cinq au lieu de quatre auſquelles ſe réduiſent ainſi ces cinq-là. Donc la détermination totale du rayon oſculateur $E\phi$ de la courbe $ADEFH$ en ſon point E de rebrouſſement en même ſens, n'exige ici que quatre racines égales, au lieu de cinq qu'elle exigeoit en ce point dans l'art. 17. nomb, 2. pour la courbe $ACDEFGH$ des Fig. 7. 8. 9. qui y paroît ſemblablement rebrouſſée.

On trouvera de même par le moyen de l'art. 17. *nomb.* 1. *Fig.* 12. *que la* RϕS *rebrouſſée en ſens contraires en* ϕ *dans la Fig.* 1. *n'y exige que quatre racines égales infiniment petites pour la détermination totale de chacun de ſes rayons oſculateurs oppoſés en ligne droite* (art. 2. nomb. 2.) *&* *infiniment petits de part & d'autre en ce point* ϕ; *quoique les trois racines égales requiſes* (art. 17. nomb. 1.) *pour la détermination de la poſition de chacun de ces deux rayons oſculateurs infiniment petits, puiſſent être finies quelconques.*

XXIII. * Voila dans cet art. 22. comment un cercle décrit par E d'un centre O pris dans le triangle mixte $A\phi E$ détermine totalement le rayon oſculateur $E\phi$ par le paſſage de ce centre O en ω, & enſuite en ϕ.

* FIG. XV. XVI.

ϕ. Quant aux cercles décrits par le même point E, de centres pris au dehors de ce triangle, comme en δ dans la Fig. 15. Ce même art. 22. nomb. 1. fait voir qu'aucun d'eux ne sauroit servir à la détermination de la position perpendiculaire en E du rayon osculateur $E\phi$ par rapport aux deux branches à la fois ADE, EFH, de la courbe $ADEFH$, & qu'il ne détermineroit cette position que par rapport à la seconde EFH de ces deux branches, & en son point E que comme par tout ailleurs, sans marquer que ce point E soit un point de rebroussement; ni conséquemment que cette droite $E\phi$ qu'il détermineroit perpendiculaire à cette branche EFH, par le passage de son centre δ sur cette même $E\phi$ prolongée vers L, doive aussi l'être à l'autre branche ADE.

* Il est vrai qu'en supposant cette droite $E\phi$ perpendiculaire à l'une & à l'autre de ces deux branches ADE, EFH, en leur point commun E de rebroussement de la courbe $ADEFH$ qu'elles composent; un cercle $E\mu Gg$ qui décrit par E, auroit son centre N au dehors de l'angle mixte $A\phi E$ depuis ϕ jusqu'au point K déterminé dans le nomb. 2. du corol. 3. du Th. 2. sur ce rayon osculateur $E\phi$ prolongé du côté de L, rencontreroit (*Th. 5. part. 2.*) la branche EFH en deux points E, G, & non en davantage, sans rencontrer ailleurs qu'en E l'autre branche ADE qui est toute (*art. 20.*) au dedans du cercle osculateur BEK, lequel seroit aussi tout entier au dedans de celui-là; & qu'ainsi l'arrivé de ce centre N en ϕ, faisant passer les

 deux

* FIG. XVI.

deux rayons *GN*, *EN*, de cet autre cercle *EμGg* en *E*, détermineroit encore de cette maniere la longueur de ce rayon osculateur *Eφ* par le moyen de deux racines égales. Mais ce cercle ne pouvant (*art.* 22. *nomb.* 1.) en déterminer la position en quelque endroit qu'on en imagine le centre au dehors de l'angle mixte *AφE*, il ne peut aussi déterminer totalement ce rayon osculateur *Eφ* comme vient de faire (*art.* 22.) le décrit par *E* d'un centre *O* pris dans cet angle.

XXIV. * Si l'on veut que les deux arcs *AM*, *MφT*, de la courbe *AMφT* contournée en *φ*, commencent à se développer en *M*: savoir son arc *MA* de *M* vers *D* jusqu'en *A*; son arc *MφT* de *M* vers *E* jusqu'en son point *φ* d'inflexion ou de contour, & ensuite de *E* vers *H* depuis *φ* jusqu'en *T*.

1°. L'arc *AMφ* de cette courbe étant (*hyp.*) concave d'un seul côté depuis *A* jusqu'au point d'inflexion *φ* de cette même courbe; l'art. 2. nomb. 1. fait voir que les deux parties *MA*, *Mφ*, de cet arc *AMφ*, en commençant chacune en *M* à se développer jusqu'en *A*, *φ*, décriront ensemble par ce double développement la courbe *DME* rebroussée en sens contraires en *M*, dont les branches *MD*, *ME*, de convexités opposées, seront terminées aux lignes droites *DA*, *Eφ*, touchantes en *A*, *φ*, des arcs *MA*, *Mφ*, du développement desquels elles resultent.

2°. L'arc *MφT* de la même courbe *AMφT* contournée en *φ*, l'étant aussi en ce

* FIG. XVII.

ce même point φ, l'art. 19. fait voir que cet arc $M\varphi T$ dans ſon développement commence en M juſqu'en T, après avoir décrit de ſon point M l'arc ME par le développement de ſa partie $M\varphi$ juſqu'à ſa touchante $E\varphi$ en ſon point d'inflexion φ, doit décrire auſſi de la même extremité M ou de l'extremité E de cette touchante, auquel point ſe trouve alors le point M, un autre arc EFH par le développement de ſa partie φT juſqu'à ſa touchante HT, en continuant de ſe développer ainſi depuis M juſqu'à ſon point T d'attouchement ; & que ces deux arcs ME, EFH, compoſeront enſemble une courbe $MEFH$ rebrouſſée en même ſens en E comme dans l'art. 19. reſultante du développement commencé en M juſqu'en T de l'arc entier $M\varphi T$ contourné en φ.

3°. Donc (*nomb.* 1. 2.) la courbe entiere $AM\varphi T$ contournée (*hyp.*) en φ, en commençant en M à ſe développer de part & d'autre juſqu'à ſes extremités A, T, décrira la courbe entiere $DMEFH$ par le développement ſimultanée de ſes arcs MA, $M\varphi T$; laquelle courbe $DMEFH$ rebrouſſée (*nomb.* 1.) en ſens contraires en M, & (*nomb.* 2.) en même ſens en E, aura à la fois deux rebrouſſemens d'eſpeces differentes.

4°. Son rebrouſſement en ſens contraires en M, étant le même (*nomb.* 1.) que dans l'art. 2. la partie DME de cette courbe $DMEFH$ aura toutes les proprietés marquées dans les art. 2. 3. 4. 5. & dans la reflexion qui ſuit l'art. 2.

5°. L'autre rebrouſſement de cette même courbe

courbe *DMEFH*, lequel est en même sens en *E*, étant le même (*nomb.* 2.) que dans l'art. 19. la partie *MEFH* de cette courbe ainsi rebroussée en *E*, aura pareillement toutes les proprietés marquées dans les art. 19. 20. 22. 23.

60. Donc (*nomb.* 4. 5.) cette courbe entiere *DMEFH* aura tout à la fois toutes les proprietés marquées dans les art. 2. 3. 4. 5. 19. 20. 22. 23 savoir celles des art. 2. 3. 4. 5. par rapport à son point de rebroussement *M* en sens contraires, & celles des art. 19. 20. 22. 23. par rapport à son point de rebroussement *E* en même sens.

* *Je ne m'arrête point à détailler toutes ces proprietés de la courbe* DMEFH *de la Fig.* 17. *étant trop aisées à reconnoître dans tous ces art.* 2. 3. 3. 4. 5. 19. 20. 22. 23. *en comparant en mêmes lettres sa partie* DME *avec la courbe* RφS *de la Fig.* 1. *dans les art.* 2. 3. 4. 5. & *sa partie* MEFH *avec la courbe* AEFH *des Fig.* 14. 15. 16. *dans les art.* 19. 20. 22. 23. *C'est-à-dire, en changeant les lettres de la partie* DME *de la courbe* DMEFH *de la Fig.* 17. *en celles de la courbe* RφS *de la Fig.* 1. & M *en* A *dans sa partie* MEFH *pour lui donner les mêmes lettres qu'à la courbe* AEFH *des Fig.* 14. 15. 16. *Cela fait, on verra (dis-je) tout d'un coup dans les art.* 2. 3. 4. 5. 19. 20. 22. 23. *que les proprietés qui y sont démontrées convenir les unes à la courbe* RφS *de la Fig.* 1. & *les autres à la courbe* AEFH *des Fig.* 14. 15. 16. *conviennent toutes à la courbe* DMEFH *de la presente Fig.* 17. *par*

* FIG. I. XIV. XV. XVI. XVII.

par rapport à ce qu'elle a (art. 24. nomb. 2.) *de semblable à ces deux-là.*

XXV. * Soit enfin le développement de la courbe $A\phi T$ contournée quelconque en ϕ, commencé de part & d'autre en son point d'inflexion ou de contour ϕ.

1°. Il est visible que cette extremité ϕ de chacun des arcs ϕA, ϕT, de cette courbe, décrira ainsi chacun des arcs ϕH, ϕK, d'une autre courbe $H\phi K$ aussi contournée en ϕ; puisque chacun de ces deux derniers arcs ϕH, ϕK, sera)*Th.* 2. *corol.* 1.) concave du même côté que celui des deux autres ϕA, ϕT, qui en sera le generateur; & ces deux-ci l'étant (*hyp.*) en sens contraires, les deux autres doivent aussi l'être en sens contraires, & former ainsi ensemble une courbe $H\phi K$ contournée au même point ϕ que sa développée $A\phi T$ est supposée l'être.

2°. Il est visible aussi que les rayons osculateurs en ϕ des deux arcs ϕH, ϕK, de cette courbe $H\phi K$, seront (*gener. & def.*) infiniment petits de part & d'autre de ce point ϕ, & en ligne droite perpendiculaire (*Th.* 5. *corol.* 2.) à ces deux arcs.

XXVI. Les corol. 2. 3. du Th. 6 font voir que les deux petits cercles osculateurs de cette courbe $H\phi K$, décrits de ces deux rayons (*art.* 15. *nomb.* 2.) infiniment petits, en son point d'inflexion ϕ, couperont & toucheront à la fois de deux attouchemens contigus, chacun en ce point ϕ chacun des arcs ϕH, ϕK, dont il y sera osculateur. Pour le voir, imaginons deux autres

* Fig. XVIII.

tres cercles *IDC*, *LFG*, osculateurs aussi de ces deux arcs en deux autres points quelconques *D*, *F*, lesquels cercles ayent (*def.* 1.) pour rayons les tangentes *DM*, *FN*, des arcs développés ϕMA, ϕNT, & pour centres les points d'attouchement, *M*, *N*: le Th. 6. part. 1. fait voir que ces deux nouveaux cercles *IDC*, *LFG*, couperont les deux arcs ϕH, ϕK, en *D*, *F*, de la maniere qu'on voit ici dans la Fig. 18. dans laquelle ϕ est l'origine commune de ces deux arcs; & qu'ils les couperont sous des angles si petits qu'aucun autre cercle ne pourra jamais passer (*Th.* 6. *cor.* 1.) par aucun de ces angles entre aucun de ces deux cercles-là & celui qu'il coupe des deux arcs ϕH, ϕK, de la courbe $H\phi K$; & consequemment (*Th.* 6. *corol.* 2. 3.) que chacun de ces deux autres cercles *IDC*, *LFG*, aura aussi (nonobstant ces coupes ou interfections) avec chacun de ces deux arcs ϕH, ϕK, chacun avec celui qu'il coupe, deux attouchemens contigus de part & d'autre de leur point d'interfection *D* ou *F*, un en dehors du côté de son terme *H* ou *K*.

Concevons presentement que ces deux points *D*, *F*, arrivent infiniment près de ϕ avec les cercles toûjours osculateurs *IDC*, *LFG*, en avançant ainsi l'une vers l'autre le long des arcs $D\phi$, $F\phi$; & que les fils *MD*, *NF*, rayons (*gener.* & *def.*) de ces cercles, se recouchent ainsi sur les arcs développés $M\phi$, $N\phi$, jusqu'à ce que ces points *D*, *F*, soient infiniment près de ϕ, c'est-à-dire, jusqu'à ce que les arcs ϕF, ϕD, soient devenus infiniment petits. Il est visible que chacun de ces

ces cercles IDC, LFG, alors infiniment petits, coupera & touchera encore à la fois (comme ci-dessus en D, F,) chacun des arcs φDH, φFK, en ce point infiniment près de φ: ce petit cercle osculateur coupera cet arc en ce point D ou F infiniment voisin de φ, en le touchant-là (*Th.* 6. *corol.* 2. 3.) de part & d'autre de cette coupe, en dehors sur l'élement φD ou φF du côté de son origine φ, & en dedans sur son élement du côté de son terme H ou K; ce petit cercle osculateur en φ d'un des arcs φDH, φFK, de la courbe $H\varphi K$, contournée en ce point φ, y trouvant l'autre arc (de cette courbe) d'une convexité opposée à la sienne, l'abandonne-là sans le couper ni le toucher non plus que s'il n'y étoit pas.

XXVII. Donc ce petit cercle osculateur en φ d'un des arcs φH, φK, de la courbe $H\varphi K$ contournée en ce point φ, est le même que si cette courbe se terminoit-là, & qu'elle ne consistât qu'un un seul de ces deux arcs, lequel eût son origine en φ; & consequemment ce cercle osculateur (*art.* 25. *nomb.* 2.) infiniment petit, n'y exige (*Th.* 5. *corol.* 5.) que trois racines égales infiniment petites pour la détermination totale de son rayon osculateur; desquelles trois racines deux, de finies quelconques qu'elles étoient pour la détermination de la position de ce rayon, deviennent infiniment petites dans la détermination de sa longueur qui se trouve par le moyen d'une d'elles & d'une autre encore infiniment petites; ce qui en fait en tout trois égales infiniment petites

pour

pour la détermination totale de ce rayon en φ. Ainsi (*Th.* 5. *cor.* 5.) le cercle osculateur d'une courbe contournée $H\phi K$, resultante (*art.* 25.) du développement entier d'une autre contournée quelconque $A\varphi T$, commencé en son point de contour ou d'inflexion φ vers ses extremités A, T, de part & d'autre, n'auroit par tout que trois racines égales en quelque point de cette resultante $H\phi K$ qu'il soit osculateur, c'est-à-dire, au point d'inflexion φ de cette courbe comme en tout autre. Toute la difference c'est qu'en ce point d'inflexion il les auroit infiniment petites, & finies par tout ailleurs; ces infiniment petites augmentant toûjours de part & d'autre depuis ce point d'inflexion φ jusqu'aux extremités de la courbe contournée $H\varphi K$ resultante du développement fait comme cidessus (*art.* 25.) d'une autre $A\phi T$ aussi contournée en φ; parce que le rayon ou le cercle osculateur d'une telle resultante $H\varphi K$ en son point d'inflexion φ, y est (*art.* 25.) infiniment petit, & va toûjours (*Lem.*) en augmentant de part & d'autre depuis ce point jusqu'aux extremités de cette courbe. De ce que les trois racines égales de ce cercle osculateur sont infiniment petites au point d'inflexion φ de cette courbe $H\phi K$, & finies par tout ailleurs; cela servira dans le calcul à discerner ce point φ d'inflexion de tous les autres de cette même courbe $H\phi K$.

XXVIII. Puisque (*art.* 25.) le rayon osculateur en l'origine ϕ de chacun des arcs ϕH, ϕK, de la courbe $H\varphi K$ contournée en

en ce point φ, est infiniment petit, & fini par tout ailleurs, & qu'il va en croissant à mesure que leur point d'osculation s'éloigne de cette origine φ: on voit conformément au corol. 4 du Th. 6. que la courbure de chacun de ces arcs ϕH, φK, va toûjours au contraire en diminuant vers H, K, depuis ce point d'inflexion ϕ de la courbe $H\varphi K$ qu'ils composent, ou de celle $A\phi T$ qui la trace (*art.* 25.) par son développement commencé en ce point ϕ; & qu'ainsi la plus grande courbure de chacun de ces arcs φH. φK, est à ce point d'inflexion ϕ de leur courbe $H\varphi K$, ou de sa développée $A\phi T$, & la moindre en leurs H, K.

Le corol. 4 du Th. 6 fait aussi voir conformément à cela que si les arcs développés ϕA, ϕT, de la courbe $A\phi T$, étoient de courbures semblables de part & d'autre de son point d'inflexion; les arcs ϕH, ϕK, resultant du développement de ceux-là, commencé en ce point d'inflexion ϕ, seroient aussi de courbures semblables de part & l'autre de ce même point d'inflexion ϕ de la courbe $H\phi K$ qu'ils composent.

XXIX. Ce ne sont pas seulement les courbes contournées qui par leur développement commencé à leur point de contour ou d'inflexion vers leurs extremités de part & d'autre à la fois, en engendrent aussi de contournées comme ci-dessus art. 25. * Car si l'on suppose deux parties detachées & de convexités opposées d'une même courbe, telles que sont (Fig. 19.) HA, $K\phi$, lesquelles ayent une même asymptote $A\phi$; par exem-

* Fig. XIX.

exemple, deux parties *HA*, *Kφ*, d'hyperboles opposées dont *Aφ* soit une des asymptotes; & telles que commençant en *H*, *K*, à se développer à l'infini vers *Aφ*, en *HE*, *KE*, leurs points *H*, *K*, (soit que ces points décrivans leur appartiennent ou à leurs prolongemens en tangentes de ce côté-là) se rencontrent à la fin en un même point *E* de leur asymptote commune *Aφ*; il est visible que ces points *H*, *K*, des arcs *HA*, *Kφ*, décriront ainsi ensemble une courbe *HEK* contournée en *E*, laquelle aura (*def.*) les droites infinies *EA*, *Eφ*, pour rayons osculateurs de ses arcs *HE*, *KE*, en son point d'inflexion *E* terme (*def.*) de ces deux arcs; lesquels rayons osculateurs *EA*, *Eφ*, en ligne droite perpendiculaire (*Th.* 5. *corol.* 2.) à ces deux arcs en ce point d'inflexion *E* de la conrbe * *HEK* qu'on y voit ici contournée, feront l'un & l'autre infinis, au lieu que dans la contournée *HφK* en *φ* de la Fig. 18. les deux rayons osculateurs de ses deux arcs *φH*, *φK*, en ce point *φ*, y sont (*art.* 25.) infiniment petits : de sorte qu'ils n'y ont de ressemblance avec les deux *EA*, *Eφ*, de la Fig. 19. dont il s'agit ici, que d'être aussi entr'eux (*art.* 25.) en ligne droite perpendiculaire en *φ* à chacun de ces deux arcs *φH*, *φK*, dans la Fig. 18. quoique la courbe *HφK* que ces deux arcs y composent, paroisse si semblable à la presente *HEK* de la Fig. 19. qu'il n'y a que leur generation ou le calcul qui les puisse faire discerner l'une de l'autre par cette difference de rayons osculateurs en leurs points d'inflexion *φ*, *E*.

La

* Fig. XVIII. XIX.

La raison de cette difference infinie du second genre entre ces deux sortes de rayons osculateurs aux points d'inflexion ϕ, E, de de ces deux courbes $H\phi K$, HEK, dans les Fig. 18. 19. vient de celle de leurs développées, dont les arcs développés sont infinis en E dans la presente Fig. 19. au lieu que dans la Fig. 18. ils étoient (*art.* 25.) infiniment petits en ϕ: ces arcs développés étant toûjours égaux (*Lem.*) aux rayons osculateurs qui leur répondent. Ce qui s'accorde avec ce que M. le Marquis de *l'Hôpital* a démontré à sa maniere (*Anal. des Infin. petits*, *pag.* 79. de cette difference infiniment infinie des rayons osculateurs aux points d'inflexion ou de contour de differentes courbes contournées.

XXX. * Un raisonnement semblable à celui de l'art. 26. fait voir que les deux cercles infinis (décrits des deux rayons EA, $E\phi$, infinis dans le précedent art. 29. Fig. 19.) osculateurs de la courbe HEK en son point d'inflexion E, couperont & toucheront à la fois (*Th.* 6. *cor.* 2. 3.) de deux attouchemens contigus, chacun en ce point E celui des arcs EH, EK, duquel il y sera osculateur. Pour le voir imaginons ici Fig. 19. comme dans l'art. 26. Fig. 18. deux autres cercles IDC, LFG, osculateurs aussi de ces deux arcs en deux autres points quelconques D, F, lesquels cercles ayent (*aef.*) pour rayons les tangentes DM, FN, des arcs développés HMA, $KN\phi$, & pour centres les points d'attouchement M, N. Le Th. 6. part. 1. fait voir (comme dans l'art.

* Fig. XIX.

l'art. 26.) que ces deux nouveaux cercles *IDC*, *LFG*, couperont les deux arcs *HE*, *KE*, en D, F, de la maniere qu'on voit ici où *E* eſt (*def.*) le terme commun de ces deux arcs, & ſous des angles ſi petits qu'aucun autre cercle ne pourra jamais paſſer (*Th.* 6. *cor.* 1.) par aucun de ces angles entre aucun de ces deux cercles-là, & celui de ces deux arcs qui en ſera coupé; & conſequemment (*Th.* 6. *corol.* 2. 3.) que chacun de ces deux autres cercles *IDC*, *LFG*, aura auſſi (nonobſtant ces coupes ou interſections) avec chacun de ces deux arcs *HE*, *KE*, chacun avec celui qu'il coupera, deux attouchemens contigus de part & d'autre de leur point d'interſection, un en dehors du côté de ſon origine *H* ou *K*, & l'autre en dedans du côté de ſon terme *E*; ce qui ſera toûjours vrai (comme dans l'art 26.) pour chacun de ces arcs *HE*, *KE*, dans le mouvement continüel de leurs ſections D, F, vers leurs terme commun *E*, juſqu'à ce qu'elles ſoient enfin l'une & l'autre infiniment près de ce point *E*; que les arcs DE, FE, en ſoient devenus infiniment petits; & que les cercles *IDC*, *LFG*, oſculateurs de ces arcs en ces coupes D, F, ſoient devenus infiniment grands par l'égalité qui ſe trouve alors entre leurs rayons *DM*, FN, & les infinis *EA*, *Eφ*, deſquels ils ſont alors infiniment proches.

Ainſi chacun de ces cercles infinis coupera encore de chacun des arcs *HDE*, *KFE*, en chacun de ces points D, F, pour lors infiniment voiſins de *E*, en touchant (*Th.* 6. *corol.* 2. 3.) cet arc de part & d'autre

tre de cette coupe, en dedans ſur l'élement *DE*, ou *FE* du côté de *E*, & en dehors ſur l'élement immédiatement ſuivant du côté de *H* ou *K*; & ce cercle infini oſculateur en *E* d'un des arcs *HDE*, *KFE*, de la courbe *HEK* contournée (*art.* 29.) en ce point *E*, y trouvant l'autre arc d'une convexité oppoſée à la ſienne, l'abandonne-là ſans l'avoir coupé ni touché non-plus que s'il n'y étoit pas, comme il arrive (*art.* 26.) à chaque cercle infiniment petit oſculateur en φ de la courbe $H\varphi K$ de la Fig. 18. excepté que les attouchemens y ſont à contre-ſens de ceux-ci: Ce qui vient (*Th.* 6. *corol.* 2. 3.) de ce que dans la Fig. 18. φ eſt (*art.* 25.) l'origine commune des arcs φH, φK, & qu'ici Fig. 19. *E* eſt le terme commun des arcs *HE*, *KE*.

XXXI. * Puiſque (*art.* 30.) le cercle oſculateur au terme *E* de chaque arc *HE*, *KE*, de la courbe *HEK* contournée en ce point *E* dans la Fig. 19. y coupe & touche cet arc comme ſi l'autre n'y étoit pas, & comme ſi cette courbe ſe terminoit-là; ce cercle oſculateur (*art.* 30.) infiniment grand, n'y exige (*Th.* 5. *corol.* 5.) que trois racines égales infiniment grandes pour la détermination totale de ſon rayon oſculateur; deſquelles trois racines deux, de finies quelconques qu'elles étoient pour la détermination de la poſition de ce rayon, deviennent infiniment grandes dans la détermination de ſa longueur, qui ſe trouve par le moyen d'une d'elles & d'une autre encore infiniment grande; ce qui en fait trois en tout

* FIG. XIX.

infiniment grandes pour la détermination totale de ce rayon osculateur de la courbe *HEK* en son point d'inflexion *E*. Ainsi un cercle osculateur en quelque point que ce soit d'une courbe contournée *HEK* décrite comme dans l'art. 29. n'y doit avoir (*Th. 5. corol. 5*) que trois racines égales; lesquelles seront infinies au point d'inflexion *E* de cette courbe *HEK*, depuis lequel ces trois racines iront toûjours en diminuant jusqu'aux extremités *H*, *K*, de cette même courbe *HEK*.

XXXII. Puisque (*art.* 30.) le rayon osculateur au terme *E* de chacun des arcs *HE*, *KE* de la courbe *HEK* contournée en ce point *E*, est infini, & va toûjours en diminuant à mesure que leurs points d'osculation s'éloignent de ce terme *E*; on voit conformément au corol. 4. de Th. 6. que la courbure de chacun de ces arcs *HE*, *KE*, va toûjours en augmentant vers *H*, *K*, depuis ce point d'inflexion *E* de la courbe contournée *HEK* dans la précedente Fig. 19. & qu'ainsi la moindre courbure de chacun de ces arcs *HE*, *KE*, est en ce point d'inflexion ou terme commun *E* de ces mêmes arcs, & la plus grande à leurs extremités *H*, *K*. C'est tout le contraire (*art.* 28.) dans la courbe contournée *HφK* de la Fig. 18.

XXXIII. * Les art. 25. 26. 27. 29. 30. 31. font voir que les courbes *HφK* de la Fig. 18. & *HEK* de la Fig. 19. conviennent en ce qu'elles sont toutes deux (*art.* 25. 29.) contournées la premiere en φ & la se-

* FIGURE XVIII. XIX.

feconde en E; en ce que (*art.* 26. 30.) chacun de leurs cercles ofculateurs oppofés en chacun de ces points d'inflexion ϕ, E, y a un double attouchement de part & d'autre d'une coupe qu'il fait avec chacun de leurs arcs pris depuis chacun de ces points ϕ, E, du côté de leurs extremités; & en ce que les cercles ofculateurs de ces deux courbes ont par tout (*art.* 27. 31.) chacun trois racines égales. Mais du refte, quoique femblables à l'œil, ces deux courbes $H\phi K$ de la Fig. 18. & HEK de la Fig. 19. font très-differentes entr'elles.

1°. En ce que les deux rayons ou cercles ofculateurs oppofés à chacun des points d'inflexion ϕ, E, de chacune de ces courbes $H\phi K$, HEK, des Fig. 18. 19. font (*art.* 26.) infiniment petits dans celle de la Fig. 18. ainfi que M. le Marquis de *l'Hôpital* l'a auffi fait voir dans l'*Anal. des infin. petits*, *pag.* 80. & (*art.* 30.) infiniment grands dans celle de la Fig. 19. Ce qui rend les trois racines égales que chacun de ces cercles exige (*art.* 27. 31.) en chacun de ces points d'inflexion ϕ, E, infiniment petites (*art.* 27.) dans la Fig. 18. & infiniment grandes (*art.* 31.) dans la Fig. 19. La raifon de cette difference vient de ce que le rayon ofculateur (*def.* & *Lem.*) eft toûjours égal à l'arc développé, qui en l'origine (*hyp.*) ϕ du développement dans la Fig. 18. eft (*art.* 25.) infiniment petit, & qui au contraire eft infiniment grand (*art.* 29.) au terme (*hyp.*) E du développement dans la Fig. 19.

2°. En ce que les deux attouchemens contigus

tigus de chaque cercle ofculateur en φ avec chacun des arcs φH, φK de la courbe $H\varphi K$ de la Fig. 18. & en E avec chacun des arcs EH, EK, de la courbe HEK, de la Fig. 19. font (*art.* 26. 30.) de côtés oppofés dans ces deux Figures; celui qui eft en dehors de chacun de ces arcs dans la Fig. 18. étant en dedans dans la Fig. 19. & au contraire celui qui eft en dedans dans la premiere de ces deux Figures, étant en dehors dans la feconde. La raifon de cette difference vient (*Th.* 6.) de ce que (*hyp.*) l'origine du développement eft en φ dans la Fig. 18. & en H, K, dans la Fig. 19

3°, Cette raifon fait auffi (*Th.* 6. *corol.* 4.) que la plus grande courbure de chacun des arcs φH, φK, eft en φ (*art.* 28.) dans la Fig 18. & (*art.* 32.) en H, K, dans la Fig. 19. leurs moindres courbures au contraire font (*art.* 28.) en H, K, dans la Fig. 18. & (*art.* 32.) en E dans la Fig. 19.

REMARQUES.

XXXIV. Le corol. 4. Th. 5. des Memoires de 1712. & l'art. 10. de celui-ci font voir que ces cercles touchans d'une courbe exigent par tout deux racines égales, excepté dans les points de rebrouffement, dans chacun defquels, quand ils ne font qu'à deux branches, les nomb. 1. des art. 17. & 22. font voir que le cercle touchant exige trois racines égales. Un pareil raifonnement à celui de ce nomb. 1. de l'art. 22. feroit auffi voir en general que chaque cercle touchant d'une courbe en quelque point que ce foit,

y

y exige toûjours autant de racines égales plus une, qu'il en touche de branches d'un même côté de ce point: De forte que si l'on prend *n* pour le nombre de ces branches placées d'un même côté de ce point où ce cercle les touche toutes, je veux dire pour le moindre nombre de branches rebroussées que la courbe eût d'un même côté, si elle en avoit de part & d'autre de ce point de rebroussement; le cercle qui les y toucheroit toutes, y exigeroit $n+1$ de racines égrles pour la position d'une perpendiculaire en ce point de rebroussement, sur laquelle son centre se trouvât. C'est ainsi que les cercles touchans des courbes non rebroussées, torses ou non, n'y exigent par tout que deux racines égales, conformément au corol. 4. du Th 5. pag. 229. des Memoires de 1712. & à l'art. 10. ces courbes n'ayant jamais qu'une branche de chaque côté de chacun de leurs points. Par la même raison les courbes rebroussées à deux branches, les ayant toutes deux d'un même côté du point de leur rebroussement, le cercle touchant y exigera trois racines égales conformément au nomb. 1. de l'art. 22. Il y en exigeroit quatre, si ces courbes étoient rebroussées en trois branches d'un même côté de leur point de rebroussement; cinq, si elles l'étoient en quatre; six, si elles l'étoient en cinq; & toûjours autant de racines égales plus une, que la courbe auroit de branches rebroussées d'un même côté, en quelques sens que les convexités ou concavités de ces branches fussent tournées.

XXXV. * 1°. On a vû dans les art. 1.

* Fig. I. II. III. IV.

6. 8. qu'une courbe *AEH* toute concave d'un seul côté, peut-être également décrite par le développement (*Fig.* 1.) d'une autre *AφT* aussi toute concave, commencé à une (*A*) de ses extremités; & par le développement (*Fig.* 2. 3. 4.) des branches d'une courbe *TφV* ou *AφH* rebroussée en sens contraires en *φ*, soit que ce développement commence au point de rebroussement *φ* (*Fig.* 2 3.) de cette développée *TφV*, ou aux autres extremités *A*, *H*, des branches égales (*Fig.* 4) de cette même développée *AφH*.

2°. Le corol. 5. du Th. 5. fait voir de plus pour chacune de ces deux sortes de courbes *AEH* toutes concaves chacune en même sens, que le cercle osculateur en quelque point que ce soit, y aura par tout trois racines égales, excepté au point où la seconde (*Fig.* 2. 3. 4.) est rencontrée par *φE* tangente au point de rebroussement *φ* de sa développée, auquel point *E* ce cercle osculateur aura (*art.* 10.) quatre racines égales.

XXXVI. * L'art. 2. & la reflexion italique qui le suit, font voir ensemble que les courbes *AφT* concaves d'un seul côté, traceront des courbes *RφS* rebroussées en sens contraires par leur développement commencé par tout ailleurs qu'à leurs extremités; & que ces courbes ainsi rebroussées au commencement *φ* du développement, auront chacune deux rayons osculateurs infiniment petits opposés en ligne droite de part & d'autre à leur point *φ* de rebroussement avec quatre racines égales infiniment petites dans cha-

* FIG. I.

chacun de leurs cercles osculateurs pareillement infiniment petits en ce point φ de rebroussement; lesquels cercles s'y toucheront ainsi mutuellement en dehors.

XXXVII. * 1°. On a aussi vû dans les art. 13. 15. 19. qu'une courbe *AEH* rebroussée en même sens, peut être également décrite (*art.* 13. 15. *Fig.* 7. 8. 9.) par le développement d'une autre *TφV*, ou *AφH* rebroussée en même sens, commencé à son point de rebroussement φ, ou aux extremités *A*, *H*, de ses branches égales; & (*art.* 19. *Fig.* 14.) par le développement d'une contournée *AφT* en φ, commencé à une de ses extremités jusqu'à l'autre, ou du moins par de là son point φ de contour.

2°. De ces deux sortes de courbes rebroussées en même sens, l'art. 17. fait voir que le cercle osculateur au point *E* de rebroussement de celle (*Fig.* 7. 8. 9.) qui est décrite par le développement d'une autre pareillement rebroussée en même sens, aura là cinq racines égales; & l'art. 22. nomb. 3. fait voir au contraire que le cercle osculateur au point de rebroussement *E* de l'autre courbe *AEH* (*Fig.* 14.) décrite par le développement d'une contournée, commencé ailleurs qu'à son point de contour ou d'inflexion, n'aura là que quatre racines égales, nonobstant la ressemblance qui paroît être entre ces deux sortes de courbes *AEH* rebroussée en même sens en *E* dans les Fig. 7. 8. 9. 14. Ce qui servira à distinguer l'une de l'autre de ces deux sortes de courbes rebroussées chacune en même sens, & à recon-

* Fig. VII. VIII. IX. XIV.

noître par le calcul leurs points de rebrouſſement.

XXXVIII. * 1°. On a vû pareillement dans les art. 25. 29. qu'une courbe $H\varphi K$, HEK, contournée en φ, E, peut être également décrite par le développement (*Fig.* 18.) d'une autre contournée quelconque $A\varphi T$, commencé en ſon point φ de contour ou d'inflexion; & par le développement (*Fig.* 19.) de deux arcs ſeparés HA, $K\varphi$, d'une même courbe, & de convexités oppoſées à une même aſymptote, commencée en deux points H, K, qui arrivent enſemble ſur elle en un même point E après l'entier développement de ces deux infinis HA, $K\varphi$.

2°. Les art. 25. 29. font voir auſſi que deux ſortes de courbes contournées $H\varphi K$, HEK, auront à leurs points de contour ou d'inflexion φ, E, chacune deux rayons oſculateurs en ligne droite perpendiculaire à ces courbes; mais que la décrite de la premiere maniere (*art.* 25. *Fig.* 18.) les aura infiniment petits en φ comme la rebrouſſée $R\varphi S$ en ſens contraires de la Fig. 1. les a (*art.* 2.) en ſon point de rebrouſſement φ; & que la décrite de l'autre maniere (*art.* 29. *Fig.* 19.) les aura infiniment grands en E. Ce qui ſervira à diſtinguer entr'elles ces deux ſortes de courbes contournées $H\varphi K$, HEK, (*Fig.* 18. 19.) avec leurs points de contour ou d'inflexion, ainſi qu'on l'a déja remarqué dans l'art. 29.

3°. Les art. 27. 31. font voir de plus que le cercle oſculateur de chacune de ces deux ſortes

* FIG. XVIII. XIX.

fortes de courbes contournées $H\phi K$, HEK, n'aura en leur point de contour ou d'inflexion ϕ, E, que trois racines égales comme (*Th.* 5. *corol.* 5.) par tout ailleurs; lesquelles trois racines égales seront (*art.* 27. *Fig.* 18.) infiniment petites au point de contour ϕ de la premiere $H\phi K$ de ces deux fortes de courbes, & (*art.* 31. *Fig.* 19.) infiniment grandes au point de contour E de la seconde HEK. Ce qui servira encore à distinguer entr'elles ces deux sortes de courbes contournées $H\phi K$, HEK (*Fig.* 18. 19.) avec leurs points ϕ, E, de contour ou d'inflexion.

XXXIX. Les art. 1. 2. 7. 9. 12. 14. 15. 16. 19. 20. 25. 29. font voir de plus,

1°. * Qu'il y a de trois sortes de courbes AEH toutes concaves chacune d'un seul côté: les unes (*art.* 1. *Fig.* 1.) qui ont par tout leur cercle osculateur BEK partie en dedans, & partie au dehors d'elles; d'autres (*art.* 7. *Fig.* 2. 3.) qui l'ont tout entier au dedans d'elles en un de leurs points marqué dans l'art. 7. & d'autres au contraire (*art.* 9. *Fig.* 4.) qui l'ont tout entier au dehors d'elles en un de leurs points aussi marqué dans l'art. 9. Ces deux dernieres sortes de courbes (*Fig.* 2. 3. 4.) l'auront par tout ailleurs (*art.* 1.) comme la premiere de la Fig. 1.

2°. ** Qu'il y a de quatre sortes de courbes rebroussées à deux branches: une (*art.* 2. *Fig.* 1.) de rebroussées $R\phi S$ en sens contraires en ϕ; & les trois autres (*art.* 13. 15. 19. *Fig.* 7. 8. 9. 14.) de rebroussées AEH en même sens en E. Les courbes de la

K 5 pre-

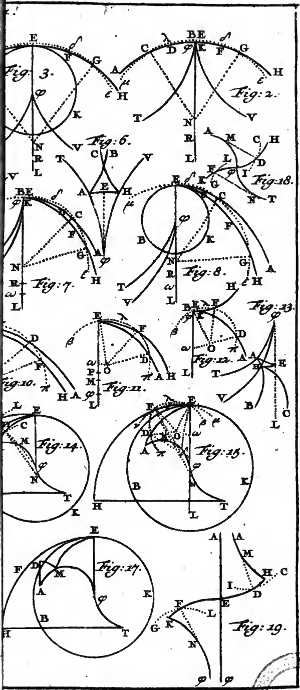
* Fig. I. II. III. IV. ** Fig. I. VII. VII. IX. XIV.

premiére de ces trois ſortes-ci (*art.* 14. *Fig.* 7. 8.) chacune leur cercle oſculateur *BEK* en leur point *E* de rebrouſſement tout entier au dedans de la concavité de leurs branches ; celles de la ſeconde ſorte (*art.* 16. *Fig.* 9.) l'y ont au contraire tout entier au dehors d'elles ; & celles enfin de la troiſiéme ſorte (*art.* 20. *Fig.* 14.) l'y ont paſſant entre les deux branches de chacune par l'angle *DEF* que ces deux branches font entr'elles en ce point *E* de rebrouſſement en même ſens, au lieu que dans les deux autres ſortes de rebrouſſées en même ſens en *E* dans les Fig. 7. 8. 9. aucun cercle ne ſauroit abſolument paſſer entre leurs branches par les angles *DEF* que ces branches font entr'elles. Ce qui fait voir que de ces courbes *AEF* rebrouſſées en même ſens en *E*, celles de Fig. 14. ont cet angle *DEF* plus grand que celles des Fig. 7. 8. 9.

30. * Qu'il y a de deux ſortes de courbes contournée: les unes *HφK* (*art.* 25. *Fig.* 18.) ont chacune en leur point φ de contour ou d'inflexion chacun de leurs deux cercles oſculateurs infiniment petits ; & les autres *HEK* (*art.* 29. *Fig.* 19.) l'ont infiniment grand en leur point *E* d'inflexion.

On pourroit encore ajoûter ici pluſieurs autres remarques ſur tout ce qui precede, par rapport aux proprietés differentes des courbes reſultantes des differens développemens d'autres courbes quelconques. Mais outre que ce Memoire-ci n'eſt peut-être déja que trop long, les principes qui y ſont établis & dans celui du 28. *Juin* 1712. *pag.* 192. *&c. les preſenteront*

* FIG. XVIII. XIX.


Fig: 3.
Fig: 2.
Fig: 6.
Fig: 18.
Fig: 7.
Fig: 8.
Fig: 13.
Fig: 10.
Fig: 11.
Fig: 12.
Fig: 14.
Fig: 15.
Fig: 17.
Fig: 19.

teront si clairement au Géometre le moins attentif qu'il seroit (ce me semble) inutile de m'arrêter ici davantage.

OBSERVATIONS

Sur le Vitriol & sur le Fer.

Par M. GEOFFROY l'Aîné.

LE Vitriol est une matiere sur laquelle les Chimistes trouvent abondamment dequoi s'exercer, soit qu'ils ne s'appliquent qu'à examiner en Physiciens l'origine de ce minéral, les principes dont il est composé, les changemens qu'il a souffert avant que de paroître en sel, & les differentes substances en quoi il se convertit, soit qu'élevant plus haut leurs idées, ils le regardent en Philosophes Hermetiques, comme la base & le premier principe des matieres métalliqnes qu'ils esperent purifier jusques au point d'en pouvoir former des métaux parfaits : soit enfin qu'ils le considerent en Medecins comme une des principales *colonnes* de la Pharmacie chimique & comme une source presque inépuisable de remedes très-efficaces pour un grand nombre de maladies.

Une infinité de gens ont travaillé sur le Vitriol dans ces differentes vûës. Je ne m'arrêterai point à détailler ici toutes les operations qu'ils ont données sur ce minéral, je rapporterai seulement quelques obser-

vations que j'ai faites en travaillant sur ce sel, qui peuvent servir à en faire connoître la nature & les proprietés.

On voit dans les boutiques trois sortes de Vitriol ; le bleu, le vert & le blanc.

Tous sont composés d'un sel acide, tel qu'il se trouve dans l'Alun & dans le Soufre, à cela près que dans l'Alun cet acide est mêlé avec une terre absorbante, ou une espéce de chaux, que dans le Soufre il est uni avec des parties grasses & bitumineuses, & que dans les Vitriols il est joint avec des parties métalliques.

Dans le Vitriol bleu ce sel acide est joint avec le cuivre, dans le vert il est joint avec le Fer, & dans le blanc qu'on nomme autrement *Couperose blanche*, il est joint, ou avec la Pierre calaminaire ou avec quelque terre ferrugineuse mêlée de plomb ou d'étain.

Je ne parle aujourd'hui que du Vitriol vert ou du Vitriol dont le sel acide est joint avec du Fer.

Il faut d'abord remarquer que le Vitriol vert, qu'on nomme ordinairement *Couperose verte*, & qui se tire de *Liege* ou d'*Angleterre*, sont de certaines racines Marcassites sulphureuses qui dans l'analyse chimique donnent toutes du soufre brûlant. Elles en sont quelquefois si chargées qu'on est obligé de l'en séparer par la distillation ou la calcination, avant que d'en pouvoir faire le Vitriol. Ensuite on les expose à l'air, ou on les laisse pendant un assez long-temps, afin qu'elles fermentent en quelque maniere, après quoi elles s'ouvrent, elles fleurissent,

&

& se réduisent en poussiere saline vitriolique. La pluie qui survient lave de temps en temps cette poussiere, en dissout les sels & coule ensuite dans des cîternes où on la reserve pour la cuire en Vitriol.

Il faut savoir de plus que si l'on évaporoit ces lessives telles qu'elles sont, on n'en retireroit pas une grande quantité de Vitriol, mais une liqueur verdâtre ou brune, presque aussi acide que l'Eau forte, dont il n'y auroit qu'une très-petite portion qui prit la forme de sel, & dont le reste ne pourroit acquerir que la consistance du beurre ou de l'huile figée. Pour avoir donc une plus grande quantité de Vitriol, on fait bouillir dans cette liqueur tirée des Cîternes beaucoup de morceaux de Fer qui donnent aussitôt une effervescence considerable. Lorsque ce Fer est dissout, on fait évaporer la dissolution jusqu'à un certain point, & on la laisse crystalliser. Il se forme une grande quantité de crystaux verdâtres, & il reste une liqueur rougeâtre, épaisse & onctueuse qu'on nomme *l'Eau mere* de Vitriol.

Cette liqueur ne crystallise jamais, elle ne se congele pas même au froid, mais à la chaleur du feu elle s'épaissit considerablement jusqu'à se dessecher en une masse jaunâtre grasse au toucher, d'un goût extrémement styptique, sans acidité ni corrosion quand on a eu bien soin d'en séparer le Vitriol par la crystallisation. Cette masse jaunâtre est grasse, & se resout aisément en liqueur à la moindre humidité de l'air.

Tous les sels fossiles laissent une semblable liqueur après leur crystallisation. Mais ce

ce qui eſt de plus remarquable, c'eſt que ces ſels, comme l'Alun, le Salpêtre, le Sel Marin & le Vitriol, quelques depurés qu'ils ſoient déja, donnent dans toutes leurs cryſtalliſations rëiterées quelque portion de cette Eau mere ou liqueur ſaline onctueuſe, & dépoſent en même temps quelque peu de terre fort ſubtile & ſort fine.

Ces liqueurs onctueuſes en apparence ont un fort grand rapport avec les liqueurs lixivielles, ou les diſſolutions des ſels alkalis, telles par exemple que l'Huile de Tartre, faites par défaillance. On a toûjours crû juſques ici que ces liqueurs étoient produites par les ſels alkalis de la terre, qui s'étant trouvés en plus grande quantité qu'il n'en falloit pour ſouler les acides, reſtoient en forme de liqueur onctueuſe; mais j'ai reconnu le contraire par mes obſervations; car ſi cela étoit, un ſel une fois cryſtalliſé & bien depuré de ſa graiſſe ou de ſes ſels alkalis devroit ſe cryſtalliſer dans la ſuite, ſans donner la moindre goutte d'Eau mere. Or il en arrive tout autrement, car tous ces ſels donnent à chaque cryſtalliſation quelque peu d'*Eau mere*, tantôt en plus grande & tantôt en plus petite quantité, ſuivant les differentes circonſtances de l'operation: & je crois que ſi on avoit aſſez de conſtance, à force de cryſtalliſations, on réduiroit ces ſels minéraux en ces ſortes d'*Eaux meres*, comme je l'ai fait ſur le Vitriol.

Car j'ai obſervé que ce minéral dépoſe à toutes les diſſolutions & digeſtions qu'on en fait, un peu de terre fort fine, que je regarde comme la baſe ou le premier principe du Fer,

Fer; & qu'il donne ensuite à chaque cryſtalliſation un peu d'*Eau mere* : je l'ai même converti tout entier & aſſez promptement en cette liqueur, comme on le verra par la ſuite.

Je vais rapporter les differentes manieres dont j'ai tiré ces *Eaux meres*, de Vitriol, ou plûtôt par leſquelles j'ai converti le Vitriol en *Eaux meres* ou en liqueurs graſſes & ſtyptiques.

PREMIERE OPERATION.

1°. J'avois fait diſſoudre, filtrer & cryſtalliſer environ deux livres de Vitriol vert ou couperoſe verte. Je fis une ſeconde diſſolution de ces cryſtaux dans ſuffiſante quantité d'eau, & je laiſſai le tout en digeſtion dans un vaiſſeau de verre ouvert par le haut & dans un lieu moderement chaud, pour quelque autre experience que je prétendois faire ſur cette diſſolution. Au bout de quelques mois je m'apperçûs que la liqueur avoit pris une couleur rougeâtre plus foncée & un goût bien plus ſtyptique & moins acide que n'avoit la diſſolution de Vitriol recente, & qu'il s'étoit precipité au bas de la liqueur une aſſez grande quantité de terre jaunâtre. Ayant laiſſé ce vaiſſeau dans le même endroit pendant près de deux ans, je trouvai au bout de ce temps que toute l'humidité s'étoit évaporée & que le Vitriol s'étoit deſſeché en un pain de fort beaux cryſtaux verts poſés ſur un limon fort fin: c'étoit une eſpece d'argille de couleur cendrée qui occupoit le fond du vaiſſeau en aſſez

grande

grande quantité. Il paroiſſoit entre les cryſtaux des efflorefcences en maniere de petits champignons jaunâtres d'une ſubſtance graſſe ou butireuſe molle ſous les doigts & s'y fondant en quelque maniere, qui expoſée à l'humidité de l'air pendant quelques jours s'y reſolvoit en une liqueur rouge, brune, onctueuſe & d'un goût extraordinairement ſtyptique & ſans acidité.

SECONDE OPERATION.

2°. La ſeconde opération qui me donna cette liqueur graſſe & ſtyptique fut celle-ci. Je pris du Vitriol vert que je fis diſſoudre dans l'eau commune, puis filtrer & cryſtalliſer. J'expoſai enſuite ces cryſtaux au Soleil pendant l'Eté où ils ſe calcinerent d'eux-mêmes à la chaleur du Soleil & ſe réduiſirent en une poudre blanche auſſi fine que de la farine: lorſque ce Vitriol me parut bien calciné, je verſai deſſus ſuffiſante quantité d'eau de pluye pour le diſſoudre, je laiſſai pendant quelques jours digerer au Soleil cette diſſolution, puis je la filtrai, & il reſta ſur le filtre beaucoup de terre jaune comme de l'ocre. Je fis enſuite évaporer l'humidité au Soleil; une partie du ſel ſe cryſtalliſa, & une partie ſe deſſécha en maſſe ſaline à la reſerve d'un peu de liqueur rougeâtre & graſſe au toucher. Je ſeparai cette liqueur rouge brune, & je laiſſai de nouveau calciner ce ſel au Soleil. Je recommençai à diſſoudre cette chaux par l'eau de pluye, je la laiſſai en digeſtion au Soleil, puis je la filtrai & évaporai, ſéparant toûjours la liqueur graſſe, ce

que

que je réïterai de la sorte pendant environ trois ans. A chaque fois il me restoit un peu de terre sur le filtre, & de cette eau mere ou liqueur styptique, à la fin de la crystallisation en bien plus grande quantité que lorsque l'on fait ces dissolutions & purifications du Vitriol sans le laisser calciner au Soleil: enfin une grande partie du Vitriol se réduisit en cette terre jaunâtre & en cette liqueur huileuse & styptique.

TROISIEME OPERATION.

3°. La troisiéme maniere d'extraire cette huile styptique du Vitriol en fournit une plus grande quantité que les deux precedentes.

Je distillai le Vitriol vert calciné jusqu'à la couleur jaune dans une cornue fêlée ou percée de quelques petits trous pour avoir l'esprit volatil sulphureux acide du Vitriol, suivant le procedé de Mr. *Stahl* inseré dans les Journaux de *Hall* en *Saxe*.

Dans cette opération, aussi-tôt que la distillation commence, on sent une odeur de soufre très-forte qui s'exhale des vaisseaux. Il sort des vapeurs subtiles de la cornuë qu'on a soin de recevoir dans un recipient, dont le tiers doit être rempli d'eau.

L'opération étant finie on sépare le recipient de la cornuë, & l'odeur acide & subtile qui exhale de ces vaisseaux en les délutant est aussi penetrante & toute semblable à celle du soufre brûlant; de sorte qu'on diroit à l'odeur qu'ils seroient pleins de soufre enflammé. L'eau contenue dans le recipient, outre l'odeur sulphureuse, a une

une saveur acide toute semblable à l'esprit de soufre.

Je ne m'arrêterai point à expliquer la cause de ces effets, cela étant hors de mon sujet, & l'Auteur l'ayant très-bien fait dans l'explication qu'il a donnée de son opinion dans les mêmes Journaux.

Ce qui reste dans la cornuë est un *colcotar* beaucoup plus rarefié que le *colcotar* ordinaire & d'un rouge plus vif.

Ayant laissé ce *colcotar* dans des terrines exposées à l'air, je m'apperçûs au bout de quelque temps qu'il s'humectoit & qu'il se réduisoit en bouillie, j'en fis une lessive & j'en separai par la filtration une liqueur rouge, claire, d'une saveur fort styptique & acide. Ayant fait évaporer cette liqueur jusques à pellicule, je la laissai crystalliser; j'en retirai de beaux crystaux verts, & il me resta dans la crystallisation une grande quantité d'Eau mere ou de liqueur grasse & styptique.

Cette liqueur ou Essence styptique de Vitriol est de couleur rouge brune, fort pesante, douce ou huileuse au toucher, d'une saveur extraordinairement astringente sans acidité ni acrimonie, pourvû que par les crystallisations réïterées, on l'ait separée fort exactement du sel de Vitriol qu'elle pouvoit contenir.

Elle se desseche ou par l'ardeur du Soleil l'Eté, ou au feu en une masse jaune saline qui se résout très-promptement à l'humidité en une espece de beurre, & ensuite en une liqueur rouge: elle a néanmoins quelque peine

peine d'abord à se dissoudre dans l'eau à cause de son onctuosité.

Si on ne sépare pas la cryſtallisation la partie du Vitriol qui se cryſtallise d'avec cette liqueur qui ne se cryſtallise point, on s'apperçoit en la gardant quelque temps qu'elle travaille sur elle-même & qu'elle fermente sans cesse quoique foiblement, ce qu'on découvre aux bubes d'air qui s'élevent de temps en temps du sein de la liqueur à sa surface, ce qui n'arrive point lorsqu'elle est parfaitement dépouillée de la partie du Vitriol qui se cryſtallise.

Cette liqueur fermente très-considerablement avec l'esprit de Nitre. Elle s'échauffe seulement avec l'huile de Vitriol sans fermentation sensible.

Quand on la mêle avec l'huile de Tartre, il se fait en premier lieu un *coagulum* qui se dissout ensuite, en fermentant assez vivement, & lorsque la fermentation est cessée il reste un leger *coagulum* mucilagineux.

J'ai dit que cette essence styptique du Vitriol se desseichoit par une forte chaleur en une masse jaune saline. Cette matiere se réduit en colcotar d'une très-belle couleur rouge en la calcinant au feu, & cette masse rouge se résout très-promptement en liqueur étant exposée à l'air.

La liqueur grasse qu'on retire du Vitriol dans ces trois differentes opérations & dans laquelle on peut convertir tout le Vitriol, est une substance saline, sulphureuse, composée en partie d'un sel acide, en partie d'un sel alcali, & de la substance

tance bitumineuſe du Fer unie à ces deux ſels.

Nous avons déja dit que le Vitriol vert étoit compoſé de ſel acide vitriolique & de la ſubſtance du Fer, qui eſt lui-même formé d'une terre groſſiere & d'un bitume tous deux étroitement unis enſemble.

Quoique le Fer dans le Vitriol y ſoit diſſous par l'acide au point de n'être plus ſenſible à la vûë, ſes molecules cependant y ſont aſſez groſſes, & il s'en faut beaucoup qu'il ne ſoit réduit en parties auſſi petites qu'il le pourroit être, la raiſon en eſt que les molecules des acides vitrioliques qui conſtituent le Vitriol ſont fort groſſieres. Cette groſſiereté, & peut-être même auſſi la figure des ſels vitrioliques, les empêche de pouvoir s'engager bien avant dans les pores du Fer : ils ne s'y attachent donc que très-ſuperficiellement, en ſorte qu'ils s'en ſéparent fort aiſément, comme on en peut juger par la ſaveur acide du Vitriol, qui n'eſt produite que parce que ces pointes acides quittent le Fer pour picoter la langue ; on s'en apperçoit encore lorſque faiſant diſſoudre une petite portion de Vitriol dans une grande quantité d'eau, on voit tomber au fond de l'eau le Fer en poudre ſubtile comme une rouille, & dépouillé des ſels auſquels il étoit uni : ou lors qu'ayant diſſout le Vitriol dans une mediocre quantité d'eau on le met en digeſtion à une douce chaleur, car pour lors une partie des pointes acides abandonnent les molecules ferrugineuſes qu'on voit ſe précipiter au fond en poudre jaune.

Dans

Dans nos trois opérations, il arrive plusieurs choses tout à la fois ; Savoir, la désunion d'une grande partie des acides du Vitriol d'avec les molecules ferrugineuses, la séparation de la partie bitumineuse du Fer d'avec sa terre la plus grossiere, la rarefaction de cette partie bitumineuse & de la substance saline : Enfin une nouvelle union qui se fait d'une partie de ces sels avec ce bitume, ou huile de Fer rarefié & une autre qui se fait de l'autre partie de ces mêmes sels avec quelques molecules terreuses du Fer pour composer un sel alkali. Voici de quelle maniere je conçois que tout cela se fait.

Lors qu'on expose le Vitriol vert au feu ou au Soleil, & qu'on l'y laisse long-temps en digestion, soit à sec, soit dissout dans quelque liqueur, les particules de feu, ou si l'on veut, le souffre principe, penetre la partie bitumineuse du Fer, la ramollit & la rarefie d'autant plus aisément que le Fer dans le Vitriol est divisé en plus petites parties. Ce même feu rarefie en même temps les sels qui deviennent par là trop foibles pour tenir en dissolution les parties métalliques qu'ils soûtenoient auparavant dans le liquide, ou dans les crystaux. De là il arrive deux choses. 1°. Le changement de couleur dans la dissolution qui devient rouge & dans le Vitriol calciné qui se réduit premierement en poudre blanche, puis jaune par la division des sels & l'épanouïssement des souffres. 2°. La précipitation d'une terre grossiere qu'on voit tomber au fond de la dissolution, ou que l'on sépare du Vitriol calciné par dissolution & filtration.

Il

Il arrive dans ce même temps une autre chose qui est le changement d'une portion du sel acide vitriolique en sel alkali, ce qui provient de ce que quelque portion de la terre que les souffres ont abandonné & qui se trouve assez subtile pour flotter quelque temps dans le liquide, donne une libre entrée dans ses pores à ceux des acides qui ne sont point encore liés avec les souffres, & comme ces acides sont fort rarefiés ils penetrent fort avant dans les pores de ces molecules, les chargent de tous côtés & forment ainsi les pelotons herissés des sels alkalis, comme nous voyons ces sels se former dans nos fourneaux de l'union des acides avec les molecules terreuses.

Tous les acides du Vitriol ne se convertissent point en alkalis parce que dans le même temps que les molecules de terre engaissent ceux-ci, des parties sulphureuses ou resineuses du bitume du Fer embarassent d'autres acides, les enveloppent & les mettent hors d'état de pouvoir penetrer librement dans les autres parties terreuses qui tombent peu-à-peu au fond de la liqueur.

Les nouveaux sels alkalis ne restent point inutiles: ils ne sont pas plûtôt formés qu'ils commencent à agir sur les souffres dont ils sont les dissolvans naturels: ils les étendent, les divisent, les détachent des parties terreuses avec lesquelles ils étoient étroitement unis, & augmentent par ce moyen la précipitation de la terre du Fer.

D'ailleurs ceux d'entre les sels acides qui n'ont point été convertis en alkalis parce qu'ils se trouvoient engagés dans les parties rameuses du souffre quoi qu'affoiblis par ces

es-

especes de liens, ne laissent pas d'agir sur les sels nouvellement produits, foiblement à la verité, mais assez néanmoins pour occasionner la petite effervescence qu'on apperçoit dans cettte liqueur lors qu'on en ramasse une quantité un peu considerable.

Quoi qu'il paroisse que cette liqueur ne dépose point ou du moins très-peu de terre métallique, il ne faut pas croire néanmoins qu'elle n'en contienne plus. Elle en contient encore beaucoup; mais ayant été, aussibien que les autres principes, rarefié très-considerablement, elle est en état de flotter dans ce liquide, entre-mêlée avec les souffres & les sels, & c'est du mélange de cette terre, des souffres & des sels que dépend la stypticité de cette liqueur.

J'attribue ces changemens des principes du Vitriol aux parties du feu qui penetrent ce sel dans les digestions, dans les calcinations & dans les distillations; on n'en pourra pas disconvenir si on considere que lorsqu'on expose du Vitriol en crystaux au Soleil, il s'y réduit en poudre blanche, non-seulement par la dissipation des parties d'eau qui tenoient les parties salines liées l'une à l'autre dans un certain ordre, mais encore parce qu'à la place des parties d'eau, il s'y introduit des parties de feu; la preuve en est la volatilité de cette poudre, qui pour peu qu'on la remue étant nouvellement calcinée répand une odeur de Vitriol dans le lieu où on l'agite qui se fait aisément sentir par tout. Une autre preuve encore plus convaincante est que si on jette dans de l'eau froide ce Vitriol nouvellement calciné à la seule chaleur du Soleil,

leil, il échauffe l'eau très-confiderablement, ce qui ne peut provenir que des parties de feu reftées dans cette poudre, puifque le Vitriol, fi fubtilement pulverifé qu'il puiffe être, jetté dans l'eau en augmente la froideur, bien loin de l'échauffer.

On ne peut point douter non-plus que dans la diftillation du Vitriol par la cornuë percée de quelques petits trous ou de quelques fentes, les parties de feu ne s'y infinuënt, & que ce ne foit à elles qu'on doive rapporter cette fubtilité & cette volatilité des particules acides du Vitriol, qui égale celle de ce même acide dans le fouffre mineral lorfqu'on le brûle; avec cette difference que fa rarefaction eft lumineufe dans le fouffre, & qu'elle ne l'eft pas dans la diftillation de l'efprit volatile acide du Vitriol.

Qu'il y aït une portion de cette liqueur qui foit alkaline on le juge de ce que mêlée avec l'efprit de Nitre, elle fermente très-vivement avec ébullition, petillement & chaleur, de la même maniere que font les fels alkalis.

Cette même liqueur fermente auffi avec les alkalis, ce qui eft une marque qu'elle contient des particules acides. On ne doit point être furpris d'ailleurs de voir dans une même liqueur les acides & les alkalis confondus & néanmoins tranquiles, puifque dans toutes les analyfes des plantes & des animaux, nous trouvons des liqueurs qui donnent tout-à-la fois des marques d'acide & d'alkali, & qui contiennent réellement l'un & l'autre enfemble, fans qu'ils agiffent l'un fur

fur l'autre, fur tout lorfqu'il y a des parties huileufes ou bitumineufes qui y font mêlées.

Les Chimiftes, qui recherchent avec tant d'empreffement l'exaltation des fouffres des métaux, ont dans cette occafion celui du Mars auffi exalté qu'il eft poffible, fans être néanmoins tout-à-fait dépouillé de fa terre métallique, ni denué par confequent des vertus qu'on attribuë ordinairement au Fer. Car on pourroit tellement féparer cette matiere fulphureufe de la terre du Fer qu'on la reduiroit à une huile fubtile & penetrante, telle à peu-près que l'huile de Térebentine, comme Mr. *Homberg* l'a fait; mais pour lors le Fer eft decompofé, & la fubftance huileufe qu'on en fépare n'a plus rien des proprietés du Fer dont elle faifoit partie.

Je ne m'arrêterai point à examiner ici fi ce fouffre eft le vrai fouffre qu'ils imaginent dans le Mars, qu'ils croyent être d'une nature folaire, & propre à teindre les métaux en or. J'ai déja dit ma penfée fur ces fameux fouffres métalliques dans les Memoires precedens. Je dirai feulement que cette liqueur ne differe point effentiellement d'un grand nombre de préparations que les Chimiftes ont fait du Vitriol, du Fer & de la Pierre Hematite, & dont ils nous ont fi fort vanté les grandes proprietés fous les noms de *Souffres fixes & Anodins du Vitriol ou du Mars*, d'*Arcanes* & de *Magifteres de Vitriol*, de *teintures* & d'*huiles de Vitriol*, de *Mars* ou de *Pierre Hematite*, qui n'ont toutes pour bafe que le Fer très-fubtilifé & très-atténué.

 Cette

Cette *Eau mere* de Vitriol eſt un très-bon ſtyptique dont je me ſuis ſervi avec ſuccès, tant appliquée exterieurement dans les hemorragies des playes exterieures, que priſe interieurement dans les pertes de ſang. Cette liqueur ſtyptique eſt moins corroſive que l'Eau de *Rabel* & beaucoup plus aſtringente, elle n'excite aucune nauſée priſe interieurement; elle arrête les flux de ventre, les pertes de ſang & les fleurs blanches; elle convient dans les crachemens de ſang, dans les ulceres de poumon, des reins ou de la veſſie, où je la prefere aux goutes antiphthiſiques des *Anglois*. Elle a cela de commun avec les autres preparations du Mars qu'elle provoque les regles ſupprimées des femmes.

Il faut avoüer que cette liqueur tient toute ſa vertu du Fer qu'on regarde tout à la fois comme un très-grand aperitif, comme un puiſſant aſtringent, & j'ajoûterai de plus comme un bon vulneraire; car cette liqueur n'eſt proprement que le Fer contenu dans le Vitriol, fort rarefié, ſeparé de la partie acide & ſurabondante du Vitriol avec laquelle il n'étoit que foiblement uni, & joint beaucoup plus intimement avec l'autre portion de ſel ſous la forme de ſel alkali, & reſout dans un peu d'eau.

La ſtypticité de cette liqueur auſſi bien que celle du Vitriol dépend principalement du Fer qui y eſt diſſous, car le ſel vitriolique ſeparé du Fer n'eſt point du tout ſtyptique, comme on le peut reconnoître en goutant le ſel fixe du colcotar bien dépouillé de ſa terre metallique: & l'eſprit de Vitriol

triol n'eſt point ſtyptique, quoiqu'il puiſſe quelquefois arrêter le ſang, ce qu'il fait par ſa cauſticité en brûlant & deſſechant le ſang les chairs & l'extremité des vaiſſeaux.

C'eſt à la ſtypticité du Fer qu'il faut attribuer les vertus merveilleuſes de ce metal & qui paroiſſent tout-à-fait oppoſées, comme d'être aperitif & aſtringent, d'arrêter les pertes de ſang des femmes, de provoquer leurs regles ſupprimées, d'arrêter les devoyemens, d'ouvrir quelquefois le ventre, de lever les obſtructions des viſceres, de remedier à leur trop grand relâchement, de ſubtiliſer ces liqueurs trop épaiſſes & trop groſſieres, & de diminuer quelquefois leur trop grande fluidité; ce qui paroîtroit un paradoxe ou une fiction, ſi on n'éprouvoit pas tous les jours ces effets contraires dans la pratique ordinaire de ce remede.

Les Chimiſtes ont reconnu ces differentes proprietés du Fer, & ils ont crû qu'elles dépendoient de deux principes fort differens: C'eſt pour cela que dans les differentes préparations de ce métal ils ont cherché à exalter dans les unes ſa vertu aperitive & à faire un *Mars aperitif*, & dans les autres à faire un *Mars aſtringent* en exaltant ſa vertu aſtringente. De là ſont venus les chaux, les ſafrans, les ſels, les teintures de Mars aperitives & aſtringentes; les unes dans la vûë d'ouvrir, les autres dans l'intention de reſſerrer. Mais ce qui eſt digne d'attention, c'eſt que ſouvent leurs préparations de Mars aſtringent ne laiſſent pas de pouſſer par les urines & les ſels, que les préparations du Mars aperitif gueriſſent ſouvent des flux de ven-

tre opiniâtres & inveterées: & de plus c'eſt que toutes préparations de Mars rappellent les regles ſupprimées des femmes, & arrêtent leur flux immoderé.

Si je cherche quelle peut être dans le Fer ou dans ſes préparations la cauſe de deux effets ſi contraires, je n'y remarque que la ſeule aſtriction ou ſtypticité à laquelle je les puiſſe attribuer; & en effet, elle peut fort bien elle ſeule produire ces differens effets; c'eſt ce que l'on concevra aiſément ſi on fait reflexion que ces differens accidens ſont produits pour l'ordinaire par une ſeule & unique cauſe qui eſt la foibleſſe du reſſort des fibres des vaiſſeaux dans leſquels les liqueurs doivent circuler ou ſe filtrer, ſoit qu'elle provienne du relâchement de ces mêmes fibres, ſoit que les liqueurs étant devenuës plus épaiſſes & moins fluides, oppoſent une plus grande reſiſtance à la force de reſſort des fibres qui doivent les pouſſer & les battre: car comme les ſucs du corps ne roulent dans les petits canaux des viſceres, qu'autant qu'ils ſont pouſſés par le battement vif des fibres de ces vaiſſeaux: ſi leur reſſort vient à ſe relâcher par quelque accident, ou ſi les liqueurs devenues trop épaiſſes reſiſtent trop à l'impulſion des fibres des vaiſſeaux, la liqueur ne coulant que foiblement ou point du tout dans ces conduits, ſe grumelera & fera des obſtructions ou de petites digues dans les extremités des canaux ou dans la glande, ou bien ſi ces ſucs arrêtés ne ſont pas de nature à ſe grumeler & qu'ils reſtent fluides, ils gonfleront tellement les vaiſſeaux qu'ils en écarteront les fibres ſuffiſam-

ſamment pour ſe gliſſer entr'elles & s'extravaſer par leurs pores, ou même ils les déchireront & ſe feront ainſi de nouvelles iſſuës. Il y a bien de l'aparence que c'eſt de cette maniere qu'arrivent les flux immoderés de certaines évacuations ordinaires, ou leurs ſuppreſſions, auſſi bien que les épanchemens de liqueurs qui ſurviennent contre nature.

Dans ces differens évenemens on concevra fort aiſément que le Fer par ſa ſtypticité, reſſerrant les fibres & raffermiſſant le tiſſu des vaiſſeaux en rétablira le reſſort ou l'augmentera; que le reſſort des ſolides augmenté les liqueurs trop épaiſſes fortement battuës dans les vaiſſeaux ſe diviſeront & reprendront leur fluidité naturelle, & qu'ainſi la circulation ds ces mêmes ſucs auſſi bien que leurs filtrations ſe feront plus librement & plus parfaitement: que par ce moyen les regles ſupprimées par l'obſtruction des vaiſſeaux reprendront leur cours naturel, les pertes de ſang cauſées par l'épanchement du ſang au travers des pores des vaiſſeaux gonflés outre meſure, ou cauſées par le déchirement de ces mêmes canaux ceſſeront; que les hydropiſies occaſionnées par de legeres obſtructions dans quelques parties ou par le deffaut du reſſort des fibres des parties, gueriront par ce remede; que les devoyemens produits par un ſimple relâchement des fibres de l'eſtomac & des inteſtins s'arrêteront de même & ainſi des autres maladies qui ſe gueriſſent par l'uſage du Fer.

A la verité il faut que les obſtructions ne ſoient pas inſurmontables, c'eſt-à-dire qu'el-

les puiſſent ceder à la force de reſſort dont les vaiſſeaux ſont capables, ſans quoi le Fer non-ſeulement ſera inutil, mais même nuiſible, parce qu'augmentant la circulation des liqueurs il les pouſſera avec plus de violence vers les digues inſurmontables à cet effort, comme il arrive dans les hydropiſies inveterées, dans les obſtructions ſquirreuſes & dans les affections ſcorbutiques pouſſées au dernier degré. La même choſe arrivera auſſi ſi la conſiſtance du ſang eſt trop épaiſſe & trop forte pour être diviſé par la trituration ou le battement des fibres, comme dans les fievres hectiques ou dans les affections mélancoliques inveterées & portées à leur dernier degré: car dans toutes ces maladies, les remedes calybés ſont très-nuiſibles & cauſes en quelques-unes des hemorragies mortelles, & en d'autres des ſueurs & des devoyemens qui emportent le malade.

A l'égard des préparations du Fer que l'on doit choiſir, les Medecins ſont fort partagés ſur cela: les uns preferent l'acier au Fer, les autres le Fer à l'acier, les uns la ſimple limaille à toutes les autres préparations, d'autres le ſafran de Mars preparé à la roſée de Mai, d'autres le ſafran preparé avec le ſouffre, le ſel & la teinture de Mars par le Tartre.

Dans les occaſions où on veut donner le Mars en ſubſtance, je prefere le ſafran de Mars ouvert par la roſée à la limaille & aux autres ſafrans, parce que dans cette préparation le Mars eſt plus rarefié & réduit en plus petites parties que la limaille, qu'il ne charge point l'eſtomac comme elle fait très-
ſou-

ſouvent, & que d'ailleurs la ſalive & le ſuc ſtomacal, qui eſt un diſſolvant ſalin ſulphureux, tirent plus aiſément la teinture de cette rouille que du Fer en limaille.

Je crois par la même raiſon le Fer preferable à l'acier, parce que dans l'acier les parties du métal ſont beaucoup plus compactes que dans le Fer.

A l'égard des ſafrans je les crois tous fort inferieurs à la rouille preparée par la roſée, parce que dans celle-ci les parties du Fer ſont ſeulement étenduës & diviſées en très-petites parties ſans être alterées, au lieu que dans les autres ſafrans ou bien ils ſont ſoulés d'acides, ou bien ſi ces ſels ont été emportés par le feu dans de fortes calcinations, la partie bitumineuſe du Fer qui n'eſt pas la moins utile a été enlevée, ou tellement deſſechée qu'elle eſt, pour ainſi dire, réduite en charbon : ce qui empêche que ces parties métalliques ne puiſſent être aiſément diſſoutes par les levains de l'eſtomac.

Mais de toutes les préparations du Mars je prefere celles qui ſont en liqueur à celles où on le prend en ſubſtance; parce que les parties du Fer réduites en liqueur ſont pour lors plus en état de ſe mêler avec tous les ſucs du corps, de ſe porter promptement dans toutes les parties, d'y répandre leur action & d'y faire leur effet ſans fatiguer d'ailleurs l'eſtomac.

La préparation dont je me ſers le plus ſouvent & avec beaucoup de ſuccès, eſt le vin calybé, ou le vin dans lequel on a fait infuſer de la limaille de Fer.

Ce métal étant un composé d'une terre & d'un bitume étroitement liés ensemble, trouve dans le vin un dissolvant très-convenable, composé d'un sel essentiel acide subtile, & d'une huile très-rarefiée. Pendant que cette huile se charge du bitume du Fer, le sel acide fait la dissolution de la terre métallique, & le métal se trouve par ce moyen rarefié autant qu'il le peut être, & réduit en parties assez petites pour être porté jusques dans les canaux du corps les plus deliés & les plus reculés. On en donne environ quatre onces le matin à jeun dans quelque apozeme aperitif & autant l'après-dîner ; ou bien on l'étend dans beaucoup d'eau, qu'on fait boire au malade en guise d'eau minerale pour la suppression des regles & les maladies d'obstructions. Dans les foiblesses d'estomac & les devoyemens, le malade met une cuillerée de ce vin dans chaque verre de boisson qu'il prend.

Je prefere cette préparation à la teinture de Mars ordinaire faite avec le Tartre, parce que le Tartre étant infiniment plus grossier que le vin, ne divise pas le Fer en parties aussi fines & aussi subtiles.

Dans cette préparation du vin calybé, la partie terreuse du Fer l'emporte encore beaucoup sur sa partie bitumineuse, & comme il y a des occasions où on a autant besoin de la partie bitumineuse du Fer que de sa partie métallique & astringente comme dans les crachemens de sang, les ulceres du poumon &c. Je prefererois dans cette occasion la teinture antiphthisique des *Anglois*, ou plûtôt la teinture de Mars de *Zuelfer*, qui est fai-

faite avec la *Terre foliée du Tartre* & le *Vitriol de Marc* broyés ensemble & digerés dans l'esprit de vin qui prend une très-belle teinture rouge. Cette teinture est chargée de la plus grande partie du bitume du Fer & d'une mediocre portion de la terre métallique la plus subtile, parce que la terre foliée étant un menstrue salin huileux, ne se charge presque que de la partie bitumineuse du Fer, qu'elle dépose ensuite dans l'esprit de vin, & cet esprit ne se charge lui-même que de la partie sulphureuse la plus rarefiée à la reserve d'une très-petite portion de terre fort fine qui se trouve inseparable de la partie bitumineuse, aussi cette teinture est-elle estimée très-propre à adoucir l'acreté de l'humeur qui entretient les ulceres des poumons, des reins & de la vessie, & à déterger & consolider les mêmes ulceres.

Ce n'est pas dans cette seule occasion qu'on a reconnu la vertu balsamique & vulneraire du Fer; il y long-temps que l'on a dit de lui, *Pungit & ungit, sauciat & sanat.* Il y a eu des Chirurgiens dans ces dernieres guerres qui ont employé pour la guerison des playes les Pierres vulneraires preparées les unes avec le Tartre & le Mars simplement, les autres avec d'autres drogues balsamiques & vulneraires qu'ils y joignoient.

Pour la Pierre vulneraire simple ils prennent égales parties de limaille de Fer & de Tartre blanc pulverisé, ils en font une pâte molle avec le vin ou l'eau de vie, & on laisse la matiere en digestion au Soleil durant l'Été, la remuant de temps en temps jusqu'à

qu'à ce que le tout ſoit entierement deſſeché. On remet la maſſe en poudre, on la detrempe enſuite avec le vin, la faiſant digerer de nouveau & puis deſſecher; on réïtere ces operations juſqu'à ce qu'on n'apperçoive plus de grains de limaille, & que le tout ſe mette en poudre fort fine. Pour lors avec l'eau de vie on en forme des boules qu'on laiſſe deſſecher à l'air & durcir, c'eſt la Pierre vulneraire ſimple dont on vante fort les vertus pour la gueriſon des playes & des ulceres.

On fait tremper quelque temps cette Pierre dans le vin, l'eau de vie ou l'urine, & on lave avec cette diſſolution les playes ſimples, ou bien on en ſeringue dedans, quelquefois on y répand ſur la playe de la Pierre même reduite en poudre pour arrêter les hemorragies, & on applique deſſus des compreſſes trempées dans la même diſſolution qu'on renouvelle de vingt-quatre en vingt-quatre heures. On fait la même choſe pour les ulceres qu'elle deſſeche & cicatriſe très-promptement.

C'étoit de cette compoſition ou préparation du Mars que *Willis* faiſoit auſſi ces eaux minerales artificielles, mettant tremper ces Pierres dans une grande quantité d'eau pour faire boire aux malades en maniere d'eaux minerales. C'eſt auſſi le *Mars potabilis* de *Maëts*.

La Pierre vulneraire compoſée ſe fait de differentes manieres. On en voit pluſieurs Deſcriptions ſous les noms de *Lapis medicamentoſus*, *Lapis mirabilis*, & de *Lapis ſalutis*.

En

En voici une dont j'ai vû de fort bons effets.

Prenez Limaille de Fer, & Pierre hematite pulverisées de chacun trois onces; Crême de Tartre six onces; faites-en une pâte avec le vin que vous ferez digerer & secher comme la precedente. Reïterez les digestions & exsiccations jusqu'à ce qu'on n'apperçoive plus de Fer. Alors mettez vôtre pâte seche en poudre fort subtile. Mêlez-y exactement du mastic en larmes & du safran bien pulverisés, de chacun une demie once. Faites dissoudre dans le vin une once d'aloès & autant de myrrhe. Arrosez vos poudres de cette dissolution, & versez par dessus du vin à la hauteur de quatre doigts. Laissez le tout en digestion, remuant de temps en temps, puis évaporez la liqueur jusqu'à siccité. Remettez la pâte en poudre, humectez-la avec l'eau de vie, & en formez des boules que vous ferez secher pour garder.

Dans ces Pierres le Tartre divise le Fer & la Pierre hematite qui est elle-même un fer ouvert. La partie sulphureuse du vin rarefie le bitume du Fer & le rend par là plus en état de consolider les playes & de les refermer. Les gommes & resines qu'on y joint ne peuvent encore qu'étendre ce bitume du Fer & augmenter la vertu balsamique de cette Pierre par la leur propre.

DE LA FIGURE DE LA TERRE.

Par M. CASSINI.

Nous n'entreprenons point ici de rapporter les divers sentimens qui ont partagé les Philosophes touchant la Figure de la Terre.

On ne peut gueres s'imaginer de Figure qu'ils ne lui ayent attribuée; car sans parler de ceux qui la crûrent semblable à une colomne, à un tambour, à un cone, ou à un arbre dont la racine sur laquelle elle étoit appuyée, s'étendoit à l'infini; il y en eut quelques-uns qui la jugerent platte, sans y admettre d'autre inégalité que celle qui y est causée par les montagnes.

D'autres craignant que les eaux de la Mer ne vinssent à s'écouler si elles n'étoient resserrées par quelques limites lui donnerent la Figure d'une Hemisphere concave.

D'autres enfin considerant que le sommet des tours & des hautes montagnes s'appercevoit de loin, pendant que leur pied étoit caché sous l'horizon; que ceux qui étoient dans des lieux plus élevés voyoient le Soleil se lever plûtôt & se coucher plus tard, que ceux qui étoient dans des lieux plus bas; que l'ombre de la Terre paroissoit avoir dans les Eclipses de la Lune une figure circulaire; & que les personnes qui voyageoient du

du Septentrion au Midi, voyoient les Etoiles Australes s'élever sur l'horison à mesure que les Etoiles Septentrionales s'abbaissoient, jugerent qu'elle étoit spherique.

Ce sentiment, qui étoit fondé sur des raisons solides fut presque generalement reçû de ceux qui entreprirent avant nous de determiner la grandeur de la Terre par des Operations Geometriques. Ils employerent la mesure d'une petite portion de sa circonference pour en conclure toute son étenduë, en supposant que tous les degrés des Meridiens de la Terre étoient égaux entr'eux & que les lignes perpendiculaires à l'horison qui passent par le Zenith & mesurent les degrés dans le Ciel, étoient dirigées vers un même point qu'ils jugeoient être le centre de la Terre.

Plusieurs grands Geometres de notre temps ont abandonné cette hypothese de la sphericité de la Terre. M. *Newton* dans ses *Principes Mathematiques de la Philosophie naturelle*, ayant consideré que la force, qu'il nomme centrifuge & qui resulte du mouvement journalier de la Terre, devoit élever suivant l'Equateur les parties qui tendent à s'éloigner de l'axe de la Terre, jugea qu'elle devoit être abbaissée vers les Poles, & il trouva selon ses principes que supposant la Terre d'une matiere uniforme aussi dense à sa circonference que vers son centre ; le diametre de l'Equateur devoit être au diametre qui passe par les Poles comme 692. à 689.

M. *Huygens* dans son *Discours de la cause de la pesanteur*, ayant consideré qu'à *Cayenne*

qui n'est éloignée de l'Equateur que de quatre à cinq degrés, un pendule qui bat les secondes y est plus court qu'à *Paris* d'une ligne & un quart, d'où il suit que si on prend des pendules d'égale longueur, celui de *Cayenne* fait des vibrations un peu plus lentes que celui de *Paris*; jugea que la cause de ce Phenomene pouvoit être rapportée au mouvement journalier de la Terre, qui étant plus grand en chaque Païs, selon qu'il approche plus de la ligne Equinoctiale, doit produire un effort proportionné à rejetter les corps du centre & leur ôter par consequent une certaine partie de leur pesantenr. Il ajoûte que cet effort qui resulte du mouvement circulaire de la Terre, doit écarter de la perpendiculaire un plomb suspendu à une corde; & que comme la surface de tout liquide se dispose ensorte que la ligne de suspension lui soit perpendiculaire, parce qu'autrement il pourroit descendre davantage, il suit que la Mer a la figure d'un spheroïde, & que la Terre a dû s'y conformer lors qu'elle a été assemblée par l'effet de la pesanteur. Sur ces principes il avance comme un paradoxe que la Terre n'est pas tout-à-fait spherique, mais d'une figure de sphere abbaissée vers les Poles telle que feroit à peu-près une Ellipse en tournant sur son petit axe, & il conclut que le diametre de l'Equateur excede l'axe de la Terre de $\frac{1}{578}$. au lieu que suivant M. *Newton*, cet excès n'est que de $\frac{1}{230}$. du diametre de l'Equateur.

Tout au contraire M. *Einsenschmid* celebre Mathematicien de *Strasbourg* ayant examiné la grandenr du degré qui resultoit de plu-

plusieurs dimensions faites sous differens paralleles par divers Mathematiciens, trouva que la grandeur du degré de la Terre tirée des mesures de *Snellius* faites en *Hollande* étoit plus petite que celle que M. *Picard* avoit déterminée par ses Observations faites en *France* qui est plus vers le Midi; que la grandeur du degré qui resulte des mesures de M. *Picard* faites aux environs de *Paris* étoit plus petite que celle qui avoit été trouvée par le P. *Riccioli* à *Bologne* qui est plus Meridionale que *Paris*, & que celle-ci étoit encore plus petite que la grandeur du degré qui avoit été autrefois determinée par *Eratosthenes* entre la ville d'*Alexandrie* & celle de *Syene* qui étoit sous le Tropique du Cancer; Cette inégalité de degrés qui augmentoient de grandeur en s'approchant de la ligne Equinoctiale lui fit juger que la Terre n'étoit point spherique, mais qu'elle avoit la figure d'un spheroïde alongé vers les Poles dont les Meridiens sont representés par des Ellipses & l'Equateur & les paralleles par des cercles.

Il determine sur ce fondement l'inégalité des degrés d'un Meridien de la circonference de la Terre; mais il avoüe qu'il seroit à souhaiter qu'on fit encore de ces observations près du Pole & de l'Equateur pour determiner plus exactement & avec plus de certitude la figure & la grandeur de la Terre; & que la ligne meridienne qu'on devoit tirer par l'Observatoire Royal de côté & d'autre jusques aux confins du Royaume seroit d'une très-grande importance pour decider cette question.

Il

Il rapporte auſſi dans ſon Traité de la Figure de la Terre les ſentimens de divers Auteurs qui ont de même que lui jugé que la Terre étoit alongée vers les Poles, & il cite entre autres M. *Burnet* qui conſiderant que par la revolution journaliere de la Terre, la maſſe de l'eau reçoit un plus grand degré de viteſſe vers l'Equateur que vers les Poles où elle décrit de plus petits cercles ; les parties de l'eau qui ſont les plus agitées font effort pour s'éloigner du centre de leur mouvement & ne peuvent s'élever à cauſe de l'air qui les environne de tous côtés & qui leur réſiſte ; de ſorte qu'elles ſont obligées de s'écouler de part & d'autre pour ſe mettre en équilibre ; car, ajoute-t-il, les eaux qui trouvent quelque obſtacle s'écoulent du côté où elles trouvent un paſſage, & où leur mouvement eſt plus libre, de ſorte que par la diminution des eaux de la Mer qui ſont vers l'Equateur, le globe de l'eau s'eſt un peu alongé vers les Poles, & la croûte de terre qui s'eſt formée pardeſſus a dû prendre la même figure.

Dans cette diverſité d'opinions touchant la Figure de la Terre, nous avons crû devoir examiner quelle eſt celle qui reſulte des Obſervations que nous avons faites dans la partie Meridionale de la *France*, comparées à celles que M. *Picard* avoit faites dans des lieux plus Septentrionaux.

La meſure de la Terre de M. *Picard* s'étend depuis le parallele d'*Amiens* qui eſt de 49d 54′ 46″ juſqu'au parallele de *Malvoiſine* qui eſt de 48d 31′ 48″ & dans cet intervalle qui eſt d'environ un degré & un tiers,

la grandeur du degré d'un Meridien resulte de 57060 Toises.

Nos mesures commencent à l'Observatoire Royal de *Paris* qui est sous le parallele de 48d 50′ 10″ & se terminent à *Collioure* qui est vers l'extremité Meridionale de la *France* sous le parallele de 42d 31′ 13″ Dans cette étenduë qui est de 6d 18′ 57″ nous avons trouvé la grandeur de chaque degré l'un portant l'autre 57100 Toises. Ainsi si l'on suppose les Observations de M. *Picard* & les nôtres exactes dans toutes leurs circonstances, il resulte que les degrés qui sont vers le Septentrion sont plus petits que ceux qui sont vers le Midi, & que par consequent la figure d'un Meridien de la Terre doit être telle que les degrés augmentent plus on s'approche de l'Equateur & diminuent au contraire en allant vers les Poles; ce qui est la proprieté d'une Ellipse dont le grand diametre represente l'axe de la Terre, & le petit diametre celui de l'Equateur, comme on le demontrera dans la suite.

Cette Ellipse tournant autour de son grand axe forme par sa révolution un spheroïde dont les Poles sont aux extremités du grand axe, & dont l'Equateur & les paralleles sont representés par des cercles. Cette Figure est celle que nous attribuons à la Terre, & nous donnerons suivant cette hypothese une methode fort simple pour diviser les Ellipses qui représentent les Meridiens de la Terre en degrés & minutes, & déterminer l'inégalité de ces degrés, qui sont terminés dans le Ciel par des perpendiculaires à l'horison,

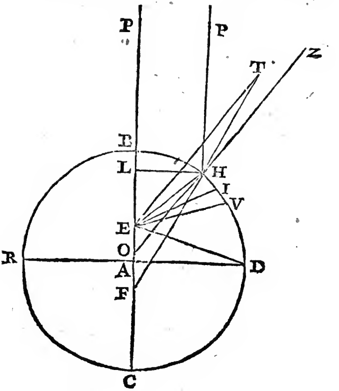
riſon, leſquelles paſſent par le Zenith & coupent toutes l'axe de la Terre en des points differens. Soit *BDCR*, une Ellipſe qui repreſente un Meridien de la Terre, dont les Poles *B* & *C*, ſoient à l'extremité du grand axe *BC*, & dont les foyers *E*, & *F*, ſoient pris à diſcretion.

On veut diviſer cette Ellipſe en degrés, c'eſt-à-dire, trouver divers points *H*, *I*, *V*, tels que la diſtance du Pole au Zenith de chacun de ces points ſoit d'un certain nombre de degrés donnés tel que l'on voudra.

Soit mené d'un des foyers de l'Ellipſe *E*, la ligne *ET*, qui faſſe avec l'axe *BC*, un angle *BET* égal à la diſtance donnée du Pole au Zenith. Soit pris avec un compas un intervalle égal à l'axe *BC* & de l'autre foyer *F* comme centre ſoit décrit à cet intervalle un arc de cercle qui coupe en *T* la ligne *ET*. Je dis que la ligne *FT* tirée du point *T* au foyer *F*, coupera l'Ellipſe au point *H* qui eſt tel que la diſtance du Pole au Zenith de ce lieu ſoit du nombre de degrés donnés.

DEMONSTRATION.

Du point *H* ſoit élevée *HZ* perpendiculaire à l'Ellipſe qui paſſe par le Zenith *Z*, & étant prolongée en dedans rencontre l'axe de la Terre en *O*, & diviſe par la proprieté de l'Ellipſe l'angle *EHF* en deux parties égales. Soit auſſi mené du point *H*, *HP* parallele à l'axe *BC* & dirigée au Pole *P* qu'on



qu'on ſuppoſe à une diſtance infinie. L'angle PHZ ou POZ meſure la diſtance du Pole au Zenith d'un habitant qui ſeroit ſur la Terre au point H.

Par la conſtruction FT eſt égale à l'axe BC; mais BC par la proprieté de l'Ellipſe eſt égale à EH plus HF; retranchant FH commun, on aura EH égal à HT. Les angles ETH, TEH, ſeront donc égaux, & par conſequent chacun la moitié de l'angle externe EHF; mais l'angle EHO eſt auſſi égal à la moitié de l'angle EHF; les angles

angles *TEH*, *EHO*, feront donc égaux entr'eux, & par confequent les lignes *ET*, *HO*, feront paralleles entre elles, & l'angle *POZ* qui mefure la diftance du Pole au Zenith du point *H*, fera égal à l'angle *BET* qui par la conftruction a été fait égal à la diftance donnée du Pole au Zenith; ce qu'il falloit démontrer.

Si l'on fuppofe prefentement la proportion du grand diametre de l'Ellipfe *BC* à la diftance *EF* entre les foyers telle que l'on voudra; on pourra déterminer par le calcul tous les points de l'Ellipfe comme *H*, qui terminent les degrés, en faifant comme *FT* ou *BC* eft à *EF*; ainfi le finus de l'angle *PET* diftance donnée du Pole au Zenith eft au finus de l'angle *ETF* ou *TEH* dont la valeur fera par confequent connuë. Cet angle *TEH* étant ajoûté à l'angle *PET* diftance donnée du Pole au Zenith du point *H*, donne la valeur de l'angle *BEH* que la ligne tirée du foyer au point *H* cherché fait avec l'axe de l'Ellipfe.

Maintenant dans le triangle *EHF* dont le côté *EF* eft connu, auffi bien que l'angle *EHF* qui eft le double de l'angle *TEK*, & l'angle *FEH* fupplément de l'angle *BEH*; on aura la valeur du côté *EH* connu en parties de l'axe *BC*.

On trouvera par la même methode les angles *BEI*, *BEV* &c. & la valeur des lignes *EI*, *EV*, pour la diftance du Pole au Zenith de tous les degrés de la circonference de la Terre; & dans les triangles *HEI*, *IEV*,

IEV, rectilignes dont les côtés *HE*, *EI*, *EV* sont connus aussi bien que les angles compris entre les côtés *HEI*, *IEV* qui sont la difference entre les angles *BEH*, *BEI*, *BEV* determinés ci-dessus, on connoîtra la valeur des cordes *HI*, *IV* comprises entre chaque degré.

On aura donc la proportion exacte des cordes de chaque degré de la circonference de la Terre dans l'hypothese Elliptique; Et comme la proportion de ces cordes entr'elles n'est pas sensiblement differente de la proportion qu'ont entr'eux les arcs des Ellipses qu'elles soutendent, on aura en même temps la proportion entre les degrés de la circonference de la Terre à telle distance du Pole que l'on voudra, supposant l'excentricité de la Terre d'une certaine quantité.

Pour une plus grande précision on pourroit calculer la proportion qu'il y a entre les cordes des demi & quarts de degré de la circonference de la Terre, afin que la difference qu'il peut y avoir entre la proportion des arcs & celles des cordes fut moins sensible : mais si l'on considere que l'excès de l'arc d'un degré sur la corde qui le soutend n'est que d'environ quatre pieds, il est aisé de juger que la difference qu'il y a entre la proportion des cordes de chaque degré & celle des arcs des Ellipses qu'elles soutendent est absolument insensible; joint à cela que les mesures que nous avons employées pour déterminer la grandeur de la Terre ont été faites suivant les lignes droites &

& non pas ſuivant la courbure de la circonference de la Terre.

Ayant appliqué la methode qu'on vient d'expliquer à la Figure de la Terre que nous avons d'abord ſuppoſée ſemblable à celle de l'Orbe de la Lune dans l'hypotheſe Elliptique & dont la diſtance entre les foyers eſt, ſuivant les Aſtronomes modernes, d'environ la vingt-troiſiéme partie du grand diametre ; nous avons trouvé que ſelon cette hypotheſe les degrés augmentoient de grandeur en s'éloignant du Pole & s'approchant de l'Equateur conformément à nos Obſervations, mais que cette augmentation d'un degré à l'autre à la diſtance du Pole de quarante degrés n'étoit que de deux toiſes & quatre pieds, ce qui eſt trop peu pour repreſenter l'inégalité des degrés qui reſulte de la comparaiſon de nos Obſervations avec celle de M. *Picard.*

Nous avons donc été obligés de ſuppoſer l'excentricité de la Terre plus grande, & nous avons trouvé qu'en établiſſant la diſtance entre les foyers de l'Ellipſe qui repreſente un Meridien de la Terre, double de celle qu'on attribuë à l'Orbe de la Lune; enſorte que cette diſtance ſoit au grand diametre de la Terre comme 8724. à 100000. c'eſt-à-dire, à peu-près comme 1. à 11. cette Ellipſe repreſente parfaitement la figure d'un Meridien de la Terre tel qu'il reſulte de nos Obſervations comparées à celles de M. *Picard.*

On trouve par exemple que le degré compris entre les paralleles de 40. & de 50. degrés

grés étant de 57060. toises, suivant qu'il a été déterminé dans la mesure de la Terre; celui qui est entre les paralleles de 50. & de 51. degrés est de 57071. toises & deux pieds, plus grand de 11. toises deux pieds que le précedent ; & que la somme de six degrés compris entre les paralleles des lieux dont nous avons déterminé la distance est de 342600. toises, ce qui donne la grandeur de ces degrés l'un portant l'autre de 57100. toises telle que nous l'avons observée.

On trouve aussi que suivant l'hypothese de la Terre Elliptique, la plus plus petite inégalité d'un degré à l'autre est vers les Poles & vers l'Equateur, où elle n'est que de deux à trois pieds. Cette inégalité dans les degrés augmente ensuite de côté & d'autre jusqu'au parallele de 45. degrés où elle est la plus grande qui soit possible, & où on l'a calculée d'environ 11. toises & demi.

Il suit de-là que les lieux les plus convenables pour connoître s'il y a quelque inégalité dans les degrés d'un Meridien de la Terre sont compris entre les paralleles de 40. & de 50. degrés qui sont précisement ceux que nous avons déterminé par nos Observations. Cette même inégalité dans les degrés devroit s'observer vers le parallele de 45. degrés, quand même on supposeroit la Terre abbaissée vers les Poles ; avec la difference que les degrés diminueroient de grandeur en s'approchant de l'Equateur, ce qui est contraire à nos Observations.

En

En continuant cette recherche, on trouve la grandeur du degré d'un Meridien près du Pole de 56785. toises & demi, & celle du degré près de l'Equateur de 57440. toises, de sorte que du plus grand au plus petit degré de la Terre, il y a une difference de 655. toises.

Prenant la somme de tous les degrés d'un Meridien, on aura la circonference de 20. 560. 295. toises plus grande seulement de 4295. toises que ne seroit la circonference de la Terre supposée spherique, lorsque la grandeur du degré est de 57100. toises.

A l'égard de l'axe de la Terre, on le trouvera de 6, 557, 040. toises plus grand que dans l'hypothese spherique de 13856. toises, ou environ sept de nos lieuës. On aura aussi la distance entre les deux foyers de la Terre de 286, 018. toises ou 443. lieuës; & dans le triangle rectangle *DAE* dont le côté *AE* moitié de l'intervalle entre les deux foyers est connu aussi bien que l'hypothenuse *ED*, qui par la proprieté de l'Ellipse est égale à la moitié du grand diametre *BC*, on trouvera *AD* de 3266020. toises dont le double *DR* diametre de l'Equateur sera de 6, 532, 040. plus petit que l'axe *BC* de 25000. toises ou douze à treize de nos lieuës.

La difference entre l'axe de la Terre & le diametre de l'Equateur sera donc la deux cens soixante & deuxiéme partie de ce diametre, plus grande de la moitié que celle que M. *Huygens* a déterminée, & à peu-près

près de même que celle de M. *Newton*, mais en sens contraire.

Le diametre de l'Equateur étant connu on aura sa circonference de 20, 521, 006. toises, ce qui donne la grandeur des degrés de l'Equateur qui dans cette hypothese sont égaux entre eux de 57003. toises à peu-près de même que celui du Meridien qui est à la distance du Pole de 36 degrés.

Prenant la difference entre la circonference d'un Meridien qu'on a trouvé de 20, 560, 295. toises & celle de l'Equateur qui est de 20, 521, 006. toises, on aura 39289. toises ou environ 20. lieuës, dont le circuit de la Terre autour d'un de ces Meridiens excede son circuit autour de l'Equinoctial.

On peut suivant ces mêmes principes déterminer en toises ou lieuës le diametre & la circonference de chaque parallele: car dans le triangle rectangle *ELH*, l'angle *LEH* & l'hypothenuse *EH* étant connus, on trouvera la valeur du côté *LH* demi-diametre du parallele qui passe par le point *H* dont la latitude est connuë.

La grandeur des Meridiens & des Paralleles de la Terre étant ainsi determinée par rapport à nos Observations, on pourra l'employer dans la construction des Globes terrestres & des Cartes Geographiques.

Pour en faciliter la description, nous avons dressé une Table où l'on a marqué en toises & en pieds la grandeur de tous les degrés des Meridiens depuis les Poles jusqu'à l'Equateur.

 Cet-

Cette Table servira à comparer non-seulement les Observations qui ont déja été faites à diverses distances du Pole pour déterminer la grandeur de la Terre ; mais même celles que l'on pourra faire dans la suite dans le même dessein sous divers autres paralleles.

TABLE

Ha teu du Po	ſt. o. au	Degrés d'un Meridien.	
D		*Toiſes*	*Piés*
9			
8		57280	1
8		57289	5
8		57299	2
8		57308	4
8		57317	5
8		57326	3
8		57335	1
8		57343	2
8		57351	2
8		57359	0
7		57366	2
7		57373	2
7		57380	1
7		57386	4
7		57392	5
7		57398	3
7		57404	0
7		57409	0
7		57413	4
7		57418	0
6		57422	0
6		57425	3
6		57428	4
6		57431	3
6		57433	5
6		57435	5
6		57437	3
6		57438	4
6		57439	5
6		57440	0

ERIENCES

EXPERIENCES ET REFLEXIONS

Sur la prodigieuse ductilité de diverses Matieres.

Par M. DE REAUMUR.

L'Art comme la Nature a des merveilles que souvent nous n'appercevons pas, parce qu'elles sont continuellement sous nos yeux ; contens de satisfaire nos besoins ou nôtre luxe, nous ne nous avisons guere d'aller chercher à quelles ingenieuses pratiques nous sommes redevables des choses dont nous faisons un usage ordinaire. L'Art du Tireur d'or, que nous avons décrit depuis peu dans nos Assemblées particulieres, le prouve assez. Ceux qui se parent des fils qu'il prepare d'une maniere si surprenante, sont rarement ceux qui remarquent ce que ces fils d'or ont de veritablement admirable. Quelques Philosophes les ont examiné attentivement; ils en ont tiré d'excellentes preuves de la prodigieuse divisibilité de la matiere, auxquelles ils eussent encore pû donner plus de force s'ils eussent été plus instruits de tout ce que sait faire l'Art du Tireur d'or: ils ont aussi cherché à rendre raison de cette grande ductilité des métaux, mais c'est un des plus grands secrets de la Nature. La cause de la ductilité tient à ce

que la Physique a de plus obscur, je veux dire, à la cause de la dureté, & a outre cela ses difficultés particulieres. Nous ne sommes pas plus en état que ces Philosophes d'expliquer cette proprieté des corps, mais nous sommes plus en état de faire voir jusques où l'Art en fait profiter. Nous avons eû occasion de faire diverses Experiences sur cette matiere, nous allons les rapporter; nous examinerons les effets de la ductilité de corps fort differens. On ne sera peut-être pas fâché de trouver réüni dans un même point de vûë ce qu'il y a de plus singulier dans un sujet sur lequel l'Art & la Nature semblent nous fournir à l'envi des choses remarquables.

En general les corps ductiles sont ceux qui étant frappés, pressés ou tirés, s'étendent sans se rompre, dans un sens, à peu-près de ce qu'ils diminuent dans un autre; tels sont les métaux qui sous les coups de marteau acquierent en longueur & en largeur ce qu'ils perdent en épaisseur, ou qui étant tirés par une filiere, deviennent plus longs à mesure que leur grosseur diminuë. Nous avons encore une autre espece de corps, qui quoiqu'ils ne soient pas malléables comme les métaux, peuvent néanmoins être appellés ductiles; les colles, les gommes, les resines; & tous les corps qui ayant été ramollis par l'eau, par le feu ou par quelqu'autre dissolvant, se tirent en fils, nous fourniront des exemples de cette sorte de ductilité. Les corps ductiles peuvent donc se diviser en deux classes, dont la premiere contient les corps ductiles que nous nommerons *durs*, &

& qui ſont malléables, ce ſont ceux dont nous parlerons d'abord ; la deuxiéme claſſe eſt compoſée des corps duĉtiles *mous*, qu'on peut étendre en les tirant, quoiqu'ils ne ſoient pas malléables, & ce ſont ceux que nous examinerons enſuite.

La maniere la plus commune d'étendre les corps duĉtiles durs, c'eſt de les étendre en les frappant à coups de marteau; avec de pareils coups bien menagés, la plûpart des Ouvriers en or, en argent, en cuivre, en étain donnent les figures qu'il leur plaît à des maſſes informes. Quoique ces ſortes d'ouvrages meritent plus d'attention qu'on ne leur en donne communément, nôtre deſſein n'eſt pas de nous y arrêter; à preſent nous ne voulons conſiderer les corps duĉtiles que par rapport à la grande étenduë qu'ils peuvent acquerir.

Il n'y a guere que les Batteurs d'or qui, avec le ſecours ſeul du marteau, rendent des lames de métal extremement minces. Ils nous préparent ces feuilles que nous employons dans la plûpart de nos dorures; on ſait qu'ils les tirent d'un lingot aſſez gros, dont ils diminuent l'épaiſſeur à un tel point, que les feuilles qui en ſont formées cedent au plus leger ſouffle du vent. Pour ſavoir par une voye plus ſûre que par le recit des Ouvriers, auquel *Rohault* s'en eſt rapporté; pour ſavoir, dis-je, juſques où cet Art fait actuellement étendre l'or, j'ai pris une certaine quantité de feuilles des plus minces, telles que le ſont celles qu'on met dans les livres ordinaires; j'ai avec ſoin meſuré leur grandeur, & je les ai peſées dans des ba-

lances très-fines ; j'ai vû qu'un grain d'or battu, or qu'est-ce qu'un grain d'or ! avoit une étenduë de 36. pouces quarrés & demi, & 24. lignes quarrées, c'est-à-dire, qu'un once d'or qui étant sous la forme d'un cube n'auroit que 5. lignes & $\frac{1}{7}$ de ligne au plus, soit en largeur, soit en longueur, soit en hauteur, & qui ne couvriroit qu'une surface d'environ 27. lignes quarrées ; que cette once d'or, lors qu'elle a été étenduë par les Batteurs d'or, couvre une surface de plus de 146. pieds quarrés & demi ; étenduë près de la moitié plus grande que celle qu'on savoit donner à l'or en feuille il y a 90. ans. On regardoit avec surprise du temps du Pere *Mersenne*, que d'une once d'or on pût former 1600. feuilles qui toutes ensemble ne couvroient pourtant qu'une surface de 105. pieds quarrés. Il seroit long d'expliquer ici ce qui a le plus contribué à perfectionner cet Art ; nous ne voulons pas même nous arrêter à faire remarquer l'adresse des hommes qui a été chercher dans les intestins des bœufs ces feuilles d'un parchemin delié sans lesquelles on ne sauroit reduire l'or en feuilles si minces.

Après tout, quelque considerable que soit l'étenduë de la surface de l'or en feuille, elle n'aura plus rien de merveilleux lorsque nous la comparerons avec celle que le même métal acquiert chez les Tireurs d'or. Il y a à la verité telle feuille d'or battu qui dans certains endroits n'a pas $\frac{1}{30000}$ de ligne d'épaisseur, mais $\frac{1}{30000}$ de ligne est une épaisseur assez grande par rapport à l'épaisseur de l'or qui couvre les lames d'argent dorées

dorées qui ſont filées ſur la ſoye.

Pour mieux connoître combien l'or eſt alors étendu, & combien il eſt prodigieuſement mince, il eſt neceſſaire d'avoir du moins une idée groſſiere du procedé des Tireurs d'or. Ce fil que nous nommons communément du fil d'or, & qui, comme perſonne ne l'ignore, n'eſt que du fil d'argent doré, eſt tiré d'une groſſe barre d'argent: on prend cette barre du poids d'environ 45. marcs; en l'arondiſſant on en forme un cylindre ou rouleau qui a 15. lignes de diametre & un peu moins de 22. pouces de hauteur; on dore ce lingot avec les feuilles que préparent les Batteurs, on en employe pourtant à cet uſage de plus épaiſſes que celles qui ſont deſtinées à nos dorures ordinaires, & on en met ſouvent pluſieurs les unes ſur les autres; après tout, quoique la couche d'or qui couvre ce lingot ſoit conſiderablement plus épaiſſe que celle de nos autres dorures, elle eſt encore aſſez mince; il eſt aiſé d'en juger par le volume d'or qu'on y fait entrer. Pour dorer ces 45. marcs d'argent on n'employe jamais plus de 6. onces d'or, c'en eſt aſſez pour faire du ſurdoré, mais on n'y fait pas entrer deux onces, & ſouvent n'y en fait-on pas entrer beaucoup plus d'une lorſqu'on veut du fil auſſi legerement doré que l'eſt le plus commun fil d'or de *Lyon*, c'eſt-à-dire, que la couche d'or qui enveloppe ce lingot n'a jamais d'épaiſſeur plus de la 15me. partie d'une ligne, que ſouvent elle n'en a que la 30me. ou la 45me. partie, & enfin qu'el-

 le

le n'en a quelquefois que la 90me. partie.

Cependant combien cette couche d'or déja mince doit-elle le devenir davantage ! Combien de fois, pour ainsi dire, doit-elle être divisée ! On allonge le lingot qu'elle couvre jusques à ce que sa finesse égale, ou surpasse celle des cheveux. On le fait passer successivement par des trous plus deliés les uns que les autres, ou, ce qui est la même chose, par des filieres. A mesure qu'il passe par un trou son diametre diminuë, il gagne en longueur ce qu'il perd en grosseur, il augmente par consequent en surface, & l'or qui couvre ce lingot d'argent ne cesse point de le dorer, quelque prodigieusement qu'on l'étende, il suit toûjours l'argent, il ne le laisse point à découvert. Cependant combien de divisions a-t-il souffert, lorsque le lingot reduit en fil à un diametre environ 9000. fois plus petit que celui qu'il avoit en lingot. Mais pour nous faire une idée plus sensible de la prodigieuse ductilité de l'or, voyons la longueur à laquelle arrive le lingot tiré à sa derniere finesse.

J'ai pesé avec soin un demi gros de fil du plus delié, & j'ai mesuré avec le même soin la longueur de ce demi gros de fil, je l'ai trouvée de 202. pieds ; par consequent l'once de fil avoit 3232 pieds de longueur, & le marc ou 8. onces en avoient 23856. nôtre lingot qui pesoit 45. marcs & qui n'avoit d'abord que 22. pouces de long, étoit donc parvenu entre les mains de Tireurs d'or à une longueur de 1163520 pieds, ou réduisant les pieds en toises & prenant la lieuë

lieuë de 2000. toises, sa longueur de 22. pouces avoit été changée dans une longueur de 96. lieuës, & 196. toises, étenduë qui surpasse beaucoup celle que le Pere *Mersenne* & *Furetiere* ont donné à l'allongement du lingot: celui-ci, dit après le premier, qu'une demi once de fil s'étend à 100. toises & plus, ce plus est considerable; à 100. toises pour la demi once, ce ne seroit que 1200. pieds pour l'once, & nous venons de la trouver de 3232. pieds, *Rohault* a trouvé aussi l'allongement beaucoup plus petit que nous.

Ce lingot tout long qu'il est, lorsqu'on l'a réduit en fil si delié n'en reste pas-là, il a encore à s'allonger. La plus grande partie du fil d'or se file sur la soye, & avant de l'y filer on l'applattit, on le fait passer entre des rouës d'acier extremement polies; les rouës en l'applatissant l'allongent de plus d'un 7me. voilà donc la longueur de nôtre lingot encore augmentée de plus d'un septiéme, c'est-à-dire, que le voila parvenu à une longueur de 111. lieuës, aussi est-il alors réduit en lames bien étroites & bien minces: la largeur de ces lames n'est que d'environ $\frac{1}{8}$ de ligne, d'où il suit que leur épaisseur n'a que $\frac{1}{3072}$ de ligne. Le calcul en est aisé à faire; le poids d'un pied cube d'or & le poids d'un pied-cube d'argent étant connus par des experiences assez exactes, nous supposons ici que le pied cube d'or pese 21220. onces, & que le pied cube d'argent en pese 11523. nous ne nous arrêterons point à montrer le chemin qu'on doit suivre pour connoître que l'épaisseur de ces lames

d'argent n'eſt que d'un 256me. de ligne: on aimera peut-être mieux conſiderer combien eſt mince la feuille d'or qui couvre des lames d'argent déja fort minces, il y a dequoi bien étonner l'imagination, ſi l'on ſe ſouvient de la petite quantité d'or qu'on a appliquée ſur le lingot d'argent; ſuppoſons qu'on en ait mis deux onces, nous avons dit qu'on en employoit ſouvent moins; ſi l'on ſe donne la peine de calculer quelle eſt la ſurface que couvrent ces deux onces d'or, on trouvera qu'elle eſt de 2380. pieds quarrés, ou qu'une once enveloppe 1190. pieds quarrés, & tout ce que les Batteurs d'or ſavent faire, c'eſt de l'étendre à 146. pieds quarrés & quelques lignes quarrées.

Mais l'or ſi prodigieuſement étendu combien eſt-il mince? le calcul precedent ſervira encore à montrer que ſon épaiſſeur n'a pas $\frac{1}{175000}$ de ligne; il faudroit afin que l'épaiſſeur de l'or qui couvre l'argent fût d'un $\frac{1}{175000}$, que l'or fût par tout également épais, c'eſt cependant une ſuppoſition qu'on auroit tort de faire; quelque ſoin qu'on ſe donne en battant les feuilles d'or, il eſt impoſſible de les battre également, on diſtingue d'une maniere ſenſible par leur plus & leur moins d'opacité qu'elles ſont au moins une fois plus épaiſſes dans certains endroits que dans d'autres; ces feuilles lorſqu'elles dorent le lingot le dorent donc inégalement, & de façon qu'il y a des endroits où l'or eſt une fois plus mince: or ſi l'on cherche l'épaiſſeur de l'or dans ces endroits où il eſt le plus mince, on trouvera qu'elle n'eſt égale qu'à la 262500. partie d'une ligne. Qu'eſt-

ce

ce que la 262500me. partie d'une ligne? c'est une petitesse si énorme, que l'imagination ne sauroit se la representer; aidons-la néanmoins à s'en faire quelque idée, en disant que cette épaisseur de l'or est une aussi petite partie de la longueur d'une ligne, qu'une ligne est une petite partie de 1822. pieds 11. pouces, ou de près de 304. toises: or qu'est-ce que la longueur d'une ligne par rapport à celle de 308. toises?

Ce n'est pourtant pas encore-là le terme jusques où peut être poussée la ductilité de l'or; au lieu de deux onces on n'auroit pû n'en employer qu'une, l'or qui auroit couvert les lames d'argent n'auroit donc eu alors d'épaisseur dans certains endroits que la 525000me. partie d'une ligne; enfin les lames d'argent toutes minces qu'elles sont peuvent rester dorées & devenir la moitié plus minces, il n'y a qu'à les presser davantage entre les rouës en les applatissant doucement, de façon que le frotement ôte peu à des couches déja si deliées, & ces lames certainement restent dorées quoi qu'on leur donne une fois plus de largeur que nous ne l'avons dit ci-dessus, c'est-à-dire: quoiqu'on leur donne ¼ de ligne, l'épaisseur de l'or qui les couvre est donc reduite alors à n'avoir pas la millioniéme partie d'une ligne où elle est une aussi petite partie d'une ligne, qu'une ligne est une petite partie de 1200. toises: l'imagination ne peut guere s'accommoder de cette affreuse petitesse, elle ne peut guere comprendre que l'Art puisse diviser une ligne dans des parties aussi petites, qu'une ligne est

petite par rapport à une étenduë de plus d'une demie lieuë.

Peut-être aussi seroit-on disposé à croire que l'or qui couvre les lames d'argent a beaucoup plus d'épaisseur que le calcul ne lui en donne, & cela parce que l'or pourroit être divisé en petits grains écartés les uns des autres, quoique pourtant assez proches pour donner leur couleur à l'argent; en un mot il seroit assez naturel de croire que l'or qui couvre les lames ne forme pas une feuille continuë, mais l'experience demontre le contraire. Si l'on met dissoudre dans de l'eau forte des fils dorés traits ou des lames dorées, quelques petits que soient ces fils, & quelques minces que soient ces lames, l'eau forte ayant dissous l'argent, les fils & les lames dorées se changent en de petits tuyaux creux, parce que l'eau forte n'agit point sur l'or; d'où on voit évidemment que l'or qui couvre l'argent forme un corps continu. L'Art est donc parvenu à savoir diviser un morceau d'or de l'épaisseur d'une ligne en un million de feuilles differentes.

L'Art n'est pas à beaucoup près allé si loin en travaillant les corps ductiles mous; dans ce genre il n'y a guere que le verre qu'on sache étendre considerablement. Qu'on ne soit pas surpris au reste de ce que nous donnons le premier rang parmi les ductiles mous au plus cassant, & pour ainsi dire au plus roide de tous les corps; on sait que lorsque la chaleur du feu l'a bien penetré, que l'Ouvrier le peut figurer comme une ci-

re-

re molle; mais ce qu'il y a de plus singulier & ce qui regarde directement nôtre sujet, c'est qu'on le tire en filets d'une grande finesse & extremement longs; les fileuses ordinaires ne forment pas aussi aisément leurs fils de chanvre ou de lin, que les fileurs de verre forment des fils de cette cassante matiere.

On connoît ces aigretes que l'on place pour l'ordinaire sur les bonnets des enfans, & que l'on employe à divers autres ornemens; on sait que ces sortes d'aigretes ne sont que des houpes formées d'une infinité de fils de verre, & quoi-qu'on le sache, on a peine à reconnoître le verre dans ces fils, qui plus deliés que les cheveux, se plient comme eux au gré du vent. A un ouvrage si singulier, il ne manque pour être fort cher & fort estimé que d'être plus difficile à faire; mais rien n'est plus simple que la maniere de l'éxecuter, il occupe en même temps deux Ouvriers, & ne demande presque aucune adresse ni de l'un ni de l'autre.

Le premier tient un des bouts d'un morceau de verre ou d'émail sur la flame d'une lampe; lorsque la chaleur a ramolli ce morceau de verre, un second Ouvrier applique contre le verre en fusion le bout d'un crochet qui est aussi de verre, il retire aussi-tôt ce crochet qui entraîne avec soi un brin de verre qui n'est point separé du reste de la masse ramollie: l'Ouvrier engage ensuite ce crochet sur la circonference d'une rouë d'environ deux pieds & demi de diametre, elle est posée verticalement, & elle est la principale partie d'un roüet semblable aux roüets or-

ordinaires; le crochet étant arrêté sur la circonference de cette roue, il ne reste plus au second Ouvrier qu'à la faire tourner ; à mesure qu'elle tourne elle tire à soi des parties du verre fondu, elle les oblige à s'éloigner du reste de la masse : ces parties toûjours adherantes à celles qui les ont entraînées & à celles qu'elles entraînent ensuite elles-mêmes, forment un fil qui vient entourer la circonference de la roue ; chaque tour de roue s'enveloppe d'un nouveau tour de fil; & enfin après un certain nombre de revolutions, la circonference de la roue est couverte par un écheveau de fil de verre. La masse qui étoit en fusion sur la lampe diminue insensiblement, comme si elle étoit un peloton, elle se devide, pour ainsi dire, & passe sur la roue, les parties qui sont éloignées de la lampe se refroidissent, elles deviennent plus adhérantes à celles qu'elles touchent, & ainsi par degrés, les parties les plus proches du feu sont les moins liées entr'elles, d'où il est clair que celles-ci doivent toûjours ceder à l'effort que font les autres pour les tirer vers la roue.

Au reste il ne faut pas croire que l'Ouvrier soit obligé de faire tourner la roue lentement de crainte que le fil ne se rompe, il lui donne un mouvement aussi rapide qu'il veut, ou plûtôt aussi rapide qu'il peut: plus la roue tourne vîte, plus on expedie d'ouvrage en un certain temps, & le fil ne s'en casse pas pour cela plus souvent.

Ces fils formés d'une maniere si simple ne sont pas par tout d'une égale grosseur, leur contour est un oval fort applati, je veux di-

re

re qu'ils ont au moins deux ou trois fois plus de largeur qu'ils n'ont d'épaisseur. Il y en a d'une grande finesse, & qui autant qu'en peut juger la vûë simple, n'ont guere plus d'épaisseur qu'un fil de soye de vers; aussi ces fils si fins sont-ils flexibles à un point étonnant. Si on entrelasse les deux bouts d'un de ces fils de verre comme on entrelasse les bouts d'un brin de fil lorsqu'on veut le noüer, & qu'ensuite on tire les deux bouts, avant que ce fil se casse, on le plie à tel point que l'espace vuide renfermé au milieu du nœud, n'a pas une demi-ligne ni souvent même $\frac{1}{4}$ de ligne de diametre, comme je l'ai éprouvé un grand nombre de fois.

Quelque roide que nous paroisse le verre en masse, il n'est donc pas essentiellement aussi cassant & aussi peu flexible que nous nous l'imaginons; si nous avions l'art d'en tirer des fils beaucoup plus deliés, ils seroient aussi beaucoup plus flexibles, d'où il semble qu'on peut conclure, quelque hardie que soit cette consequence, que si nous sçavions faire des fils de verre aussi deliés que sont les fils dont les araignées enveloppent leurs œufs, que nous pourrions faire des fils de verre propres à entrer dans les tissus, & que si le verre n'est pas malleable, qu'il n'est pas vrai de dire, si on peut se servir de ce terme, qu'il ne soit pas textible. J'ai tenté diverses manieres pour faire des fils de verre incomparablement plus deliés que ne le font ceux que l'art travaille communément; mais il ne m'a pas été possible de parvenir à en faire de fort longs: il est difficile

ficile de ne pas donner un trop grand degré de fusion à une matiere déja fort mince, telle que celle dont il faudroit se servir, & il est presque aussi difficile de tirer avec assez peu de force & d'une maniere égale des fils si fins; l'expedient qui m'a le mieux réüssi a été l'expedient suivant. J'ai pris un brin de fil de verre de 7. à 8. pouces de longueur, je l'ai suspendu en l'air par un de ses bouts, & j'ai chargé son autre bout d'un petit morceau de cire qui ne pesoit peut-être pas la 10me. partie d'un grain, ce petit poids suffisoit pour tirer embas le fil de ce verre. Près de ce fil suspendu j'approchois une petite bougie, dès lors que la bougie en étoit proche à un certain point, je voyois le petit poids descendre par secousses : comme il tiroit le verre aussi-tôt qu'il étoit en fusion, il le contraignoit à s'allonger : par ce moyen j'ai souvent donné plus de 9. ou 10. pouces d'étenduë à une portion de fil qui n'avoit peut-être pas 2. ou 3. lignes de longueur ; mais rarement ai-je pû aller plus loin, le plus leger soufle de vent qui agitoit la flamme de la bougie suffisoit pour l'approcher trop près du fil, elle le mettoit trop en fusion, alors il se cassoit. Il ne m'a pas même été aisé de faire assez de fils de la maniere precedente pour de leur assemblage en composer un brin un peu gros. Cette experience m'a du moins appris qu'avec le verre on peut former des fils plus deliés que ceux des Vers à soye; ceux que je tirois de la sorte me paroissoient presque aussi fins que des fils de soye d'Araignée; j'aurois bien voulu voir à quel point ils

ils étoient flexibles, ils me le paroiſſoient prodigieuſement, mais ils étoient trop fins, trop courts, & j'en avois trop peu pour les manier commodément.

Ce qui eſt de certain, c'eſt que la maniere même dont les Araignées & les Vers à ſoye forment leurs fils eſt caſſante lorſqu'elle eſt en maſſe, comme le ſont les gommes ſeches; c'eſt ce que j'ai experimenté en laiſſant ſecher de cette matiere, & il eſt ſûr, outre cela, que quand les fils qui en ſont tirés ſeroient moins flexibles qu'ils ne le ſont, qu'on pourroit encore en faire des tiſſus; d'où il ſemble qu'il ne nous manque que l'Art de ſavoir allonger le verre pour le ponvoir faire entrer dans des étoffes.

Au reſte ſi par leur fineſſe les fils de verre avoient acquis la flexibilité neceſſaire pour être tiſſus, ils ſeroient naturellement aſſez forts: pour eſſayer leur force j'ai ſuſpendu differens poids aux fils de verre les plus deliés que les Ouvriers ſavent former, & j'ai trouvé qu'un ſeul fil pouvoit ſoûtenir juſques à 15. gros ſans ſe rompre, ou près de 2. onces; à la verité ces fils avoient trois ou quatre fois plus de largeur qu'un fil de ſoye de Vers; mais ils ne paroiſſent pas plus épais: d'où il ſuit que quand ils ſeroient auſſi deliés que des fils de ſoye de Vers, qu'ils ſeroient conſiderablement plus forts, puis qu'un fil de ſoye des plus forts ne peut ſoûtenir ſans ſe rompre que deux gros & demi: leur force n'eſt donc, par rapport à celle des fils de verre les plus deliés, que comme un à ſix, rapport plus petit que celui de leurs ſolidités; auſſi ſi l'on choiſit les plus

fins

fins d'entre ces fils, & qu'en l'ayant formé un gros paquet, on divise ce paquet en differentes parties que l'on entrelasse les unes entre les autres, à peu-près de la même maniere que ceux qui portent de longs cheveux en forment des tresses; si, dis-je, on forme de pareilles tresses de fil de verre, on trouvera qu'elles ont beaucoup de force; divers fils pourtant se casseront pendant qu'on les entrelassera; après tout il n'y a pas grande apparence que l'on tire des avantages considerables des fils de verre.

Les gommes, les resines, la cire sont aussi des corps ductiles mous; mais la cire qui est de toutes ces especes de corps celui sur lesquels les Arts s'exercent le plus, n'est guere travaillée comme ductile; il est vrai que les Ciriers font passer leurs bougies par des filieres, mais ce n'est point pour les allonger, c'est pour les arrondir & pour les polir.

Si nous sommes peu habiles à travailler les corps ductiles mous, la Nature nous a en quelque sorte dédommagé de ce que nous ignorons de ce côté-là; elle a instruit une infinité d'animaux à les étendre d'une maniere merveilleuse, & nous n'avons qu'à mettre en œuvre les fils qu'ils nous ont préparés: on entend de reste que c'est des fils de Vers à soye dont je veux parler; ils ne sont formés que d'une espece de matiere visqueuse prodigieusement étenduë, qui sortant du corps de l'insecte, prend de la consistance à peu-près comme les fils de verre deviennent durs en s'éloignant de la lampe, quoique pourtant par une cause differente, com-

comme nous le dirons bientôt. Ce n'eſt pourtant pas à la ſoye des Vers que nous voulons nous arrêter pour faire voir juſques où la Nature ſait étendre les corps ductiles mous, les animaux dont nous retirons le plus d'utilité ne ſont pas ceux où elle a raſſemblé le plus de merveilles : il ſemble même qu'elle ait pris plus de ſoin à former ceux qui nous ſont les plus incommodes, & pour leſquels nous avons le plus d'averſion. Les Araignées, par exemple, ces vilains inſectes, qui apparemment ne fileront jamais que pour nous incommoder, comme nous le fîmes voir en examinant ce qu'on pouvoit retirer de leur ſoye; les Araignées, dis-je, * ſont incomparablement plus propres que les Vers à ſoye, pour faire voir juſques où la Nature ſait allonger une liqueur gluante. Dans le Diſcours que nous venons de citer, nous ne parlâmes qu'en paſſant de l'extrême fineſſe de leurs fils, pour ne pas trop nous écarter de nôtre objet principal: nous allons à preſent les examiner d'un peu plus près, & conſiderer la belle méchanique que la Nature employe pour les former.

L'illuſtre *Malpighi* dans ſon Anatomie des Vers à ſoye, nous a décrit les parties d'où leur ſoye ſe tire ; nous allons bien trouver un autre appareil dans le corps des Arraignées. Près du derriere de l'Araignée il y a ſix mamelons, ** le bout de chaque mamelon eſt la filiere par où ſortent les fils de ſoye; mais quelles filieres! Dans un eſpace plus petit que la tête de la plus petite épingle, il y a aſſez de trous differens pour don-

* *Memoire de* 1710, *pag.* 504. ** *Fig.* 4.

donner ſortie à une quantité ſurprenante de fils ſeparés; on diſtingue ces trous par leurs effets. Si ayant choiſi une groſſe Araignée de jardin prête à faire ſes œufs, on applique le doigt ſur une partie d'un de ſes mamelons, en retirant le doigt on entraîne une quantité étonnante de fils ſeparés. * J'ai voulu examiner leur nombre en me ſervant d'un bon microſcope, ſouvent j'en comptois plus de 70. ou 80. mais je voyois qu'il y en avoit incomparablement davantage que je ne pouvois compter, quoique les fils que j'avois tiré n'euſſent pour baſe qu'une petite partie du mamelon; enfin quand je dirai qu'il n'y a pas de bout de mamelon qui ne puiſſe fournir mille fils; je dirai un nombre aſſez étonnant, mais qui me paroît trop petit pour exprimer le nombre de ces fils; on le penſera comme moi ſi l'on veut ſe donner la peine d'examiner avec un excellent microſcope le bout d'un mamelon d'une Araignée de maiſon. Dans ce vilain inſecte on verra une partie d'une ſtructure fort jolie; le bout de ce mamelon eſt diviſé en une infinité de petites convexités plus petites, mais diſpoſées à peu-près de la même maniere que le ſont les convexités des cornées des yeux de Papillons ou de Mouches: chaque convexité ſert ici ſans doute pour un fil different, ou plûtôt il y a apparence que chaque petit creux qui eſt entre les convexités eſt percé par un trou qui donne paſſage à un fil, les petites élevations empêchent apparemment que les fils ne ſe joignent à leur ſortie; ces petites convexités ne ſont pas ſi ſenſibles ſur le

* *Fig. 4. K, MN.*

le bout des mamelons des Araignées de jardin; mais on y apperçoit une forêt de petits poils qui servent apparemment aux mêmes usages que les convexités precedentes; je veux dire, qu'ils separent de même les fils les uns des autres. Quoiqu'il en soit, il paroît certain que de chaque mamelon d'Araignée il peut sortir des fils par plus de mille endroits differens; de sorte que l'Araignée ayant six mamelons, elle a des trous pour donner passage à six mille fils. La Nature n'a pas borné son travail à percer ces trous d'une petitesse immense; les fils sont déja formés lorsqu'ils arrivent au mamelon, ils ont chacun leur petit canal ou leur petite guaîne particuliere, on les trouve formés & separés les uns des autres assez loin de l'origine des mamelons; mais pour mieux comprendre toute cette admirable méchanique, il nous faut remonter jusques à la source de la liqueur dont les Araignées les composent.

Dans des insectes si petits & si mous, ces parties délicates ne seroient pas aisées à distinguer sans un peu d'attention : il est necessaire de faire bouillir l'animal, ou de le faire secher, ou de le laisser quelques heures dans l'esprit de vin. Après cette petite préparation, les parties les plus essentielles restent en place & sont sensibles sans le secours du microscope. Près de l'origine du ventre * on trouve deux petits corps d'une matiere molle, ce sont-là les premieres sources de la soye. Ces deux corps ont assez la figure & la transparence d'une larme de

* *Fig. 2. DD.*

verre; auſſi pour nous exprimer commodément les nommerons-nous les larmes *. La pointe de chaque larme ** va en ſerpentant, & en faiſant une infinité de replis du côté des mamelons. De la baſe de la larme part une autre branche beaucoup plus groſſe ‡ que celle qui ſort de ſa pointe; elle ſe recoude un plus grand nombre de fois, & fait de plus grands plis : elle forme enſuite divers lacis, & prend comme l'autre ſa route vers le derriere de l'Araignée.

J'ai quelquefois deployé de cette derniere branche juſques à 9. ou 10. pouces de long, & je n'en deployois qu'une partie. Les larmes & les branches qu'elles jettent, contiennent la matiere propre à former la ſoye, mais une matiere encore trop molle, & qui dans une Araignée qu'on n'a point fait ſecher, ne ſe tire pas en filets fort longs. Le corps de la larme eſt une eſpece de reſervoir, & les deux branches ſont deux canaux qui en partent. Lorſqu'on ne fait pas trop cuire l'Araignée, les branches ſont viſiblement enveloppées d'une membrane qui empêche de voir la tranſparence de la liqueur. Cette membrane mince s'enleve ſi on frote le canal même doucement. Un peu plus près du derriere il y a deux autres larmes plus petites, celles-ci ne jettent qu'une branche, elle part de leur pointe ; de ſorte que de chaque côté de l'Araignée, il y a deux larmes qui par trois canaux ſenſibles portent la liqueur, & ces canaux la portent aux vrais reſervoirs, d'où la liqueur ſort propre à faire la ſoye.

De

** *Fig.* 5. ** *R.* † *S.*

De chaque côté de l'Araignée * il y a trois corps que l'on doit regarder comme les derniers reservoirs où la liqueur s'assemble ; nous les nommerons les grands reservoirs **. Ils sont beaucoup plus gros que les larmes ; les trois, qui sont d'un même côté, sont arrangés de façon les uns auprès des autres, qu'ils ne semblent former qu'un seul corps. La figure de chacun en particulier est differente, ils ont pourtant cela de commun qu'ils sont recoudés six à sept fois ; que dans toute leur étenduë leur grosseur est à peu-près égale ; une de leurs extremités est pourtant plus grosse que l'autre. La plus grosse * est la plus proche de la tête de l'insecte, & la plus petite la plus proche de l'anus *. Les trois extremités deliées de ces reservoirs se terminent en pointe, & sont appliquées les unes près des autres, comme le sont les trois doigts du milieu de la main. C'est des trois pointes de ces reservoirs que partent les fils, ou que part la plus grande partie des fils qui sortent de trois mamelons: chaque reservoir est destiné à fournir un mamelon ; c'est ce qu'on découvre avec un peu de patience, non-seulement on voit toûjours la pointe de chacun de ces corps terminée par un fil, mais si on menage les parties voisines, on trouve quantité de fils distincts qui partent de l'extremité de ces corps, & on suit les fils jusques aux mamelons.

Enfin à l'origine des mamelons on distingue divers tuyaux charnus, il y en a apparemment autant que de mamelons. Si on en-

N 2

* *Fig. 2. en E E.* ** *Fig. 6.* * *V V V.* ** *T T T.*

enleve doucement la membrane ou la legere pellicule qui paroît couvrir ces tuyaux, on trouve qu'interieurement ils sont remplis de fils, tous separés les uns des autres, & qui par consequent sous une enveloppe commune avoient chacun une enveloppe particuliere, ou qui étoient comme des coûteaux dans une guaîne.

Il est vrai qu'en suivant la route de ces fils, on en trouve quantité qui viennent de plus loin que de la pointe des grands reservoirs. Les uns paroissent venir du milieu, les autres d'un peu plus bas, les autres d'un peu plus haut; de sorte que je crois que cette immense quantité de fils qui se rassemble près des mamelons de l'Araignée ne tire pas toute son origine des pointes de reservoirs. Il me paroît plus probable qu'il y en a qui sortent de tous leurs coudés, ou peut-être de differens endroits de ces corps; ce qui est de certain, c'est que ces corps paroissent avoir une enveloppe commune, & que l'on rencontre beaucoup de fils qui suivent leurs sinuosités.

Mais comment la liqueur s'assemble-t-elle dans les larmes? Comment des larmes passe-t-elle dans les grands reservoirs? Elle a apparemment des routes que nos yeux ne peuvent appercevoir. Le celebre *Malpighi*, tout clairvoyant qu'il étoit, quand il nous a donné l'Anatomie du Vers à soye, s'est contenté de décrire le vaisseau où s'assemble la liqueur d'où les vers tirent la soye. Il ne nous a expliqué ni la route par laquelle cette liqueur y entre, ni même exactement parlant, la route par laquelle elle en sort. Que pou-

pouvons-nous faire dans un insecte plus petit que le Vers à soye, & où la Nature a employé 6. ou 7000. fois plus de parties. Contentons-nous de faire quelques reflexions sur la prodigieuse ductilité de la matiere dont leurs fils sont composés, & sur la prodigieuse finesse des trous par où ils passent, & des tuyaux où ils se moulent. Nous avons dit, & nous n'avons pas craint de trop dire, que du bout de chaque mamelon il en peut sortir plus de 1000. fils. Ce bout de mamelon n'a pourtant pas plus de diametre qu'une petite épingle, & les trous sont necessairement separés les uns des autres, par des intervalles qui doivent être beaucoup plus grands que les trous mêmes. Mais nous ne considerons encore que les plus grosses Araignées; si nous examinons les Araignées naissantes produites par celles-ci, nous verrons qu'elles ne sont pas plûtôt sorties de la coque de leur œuf qu'elles filent. A la verité leurs fils ne sauroient guere être apperçûs, mais on voit fort bien les toiles qu'elles en forment; souvent elles sont aussi épaisses que celles des Araignées de maison; & cela, parce que 4. à 5. cens petites Araignées concourent ensemble à ce même ouvrage. Quelle est alors la petitesse des trous de leurs filieres? C'est où l'imagination ne peut aller: à peine pourra-t-elle se representer la petitesse de chacun de leurs mamelons. Ces Araignées entieres sont peut-être moins grosses que ne l'est un mamelon de celle qui leur a donné naissance; il est aisé de le voir. Chaque grosse Araignée fait 4. à 500. œufs; ces œufs sont en-

veloppés d'une coque, & dès-lors que les petites Araignées ont rompu cette coque, elles commencent à filer. Combien sont donc deliés chacun des fils qui sortent de leurs mamelons? Il seroit inutile de faire voir que la Nature sait encore pousser beaucoup plus loin la ductilité de cette matiere. Nous pourrions pourtant le montrer. Certaines Araignées sont si petites à leur naissance, qu'on ne sauroit les distinguer sans le secours du microscope; elles sont alors rouges, & comme elles sont jointes une infinité ensemble, elles ne paroissent à la vûë simple que comme diverses traînées de points rouges; cependant sous ces Araignées presque imperceptibles, il se forme des toiles; elles filent donc? Mais quelle est la tenuité des fils qui sortent de chacun des trous de leurs mamelons? un cheveu doit être plus gros comparé avec ces fils, que le lingot le plus gros par rapport au fil d'argent trait. Enfin ces fils qui se soûtiennent cependant, ont moins de diametre que n'a d'épaisseur la legere couche d'or qui couvre l'argent le plus étendu. Ils sont certainement des ouvrages étonnans; aussi sont-ils des ouvrages du grand Maître.

La matiere dont sont formés les fils de soye, est, comme nous l'avons dit, une matiere visqueuse. Les larmes sont les premiers reservoirs où on la trouve assemblée, & ceux où elle a le moins de consistance; elle en a beaucoup davantage dans les six grands reservoirs où les canaux des precedens la portent; elle en acquiert en chemin faisant; une partie de l'humidité ou de la liqueur

queur aqueuſe qui y étoit mêlée, s'en diſſipe pendant ſa route, ou en eſt ſeparée par des parties deſtinées à cet uſage. Enfin cette liqueur en allant aux mamelons par des tuyaux particuliers, ſe ſéche encore davantage, elle devient fil. Au ſortir de la filiere ces fils ſont cependant encore gluants; ceux qui ſont ſortis de differens trous ſe colent enſemble à quelque diſtance de là. Cette matiere n'eſt parfaitement ſéche que lorſque le reſte de l'humidité s'eſt évaporée à l'air.

Tout cela ſe prouve parfaitement ſi l'on fait ſécher près du feu, ou ſi l'on fait bouillir dans l'eau une groſſe Araignée. Lorſqu'on ne l'a pas fait cuire pendant longtemps, ou qu'on ne l'a pas beaucoup fait ſécher, on trouve que les larmes ont plus de conſiſtance, elles ſe tirent en fils, & la matiere des grands reſervoirs ne peut plus s'y tirer. Le même degré de chaleur qui a ſuffi pour ſécher la premiere matiere ne ſuffit pas pour ſécher la ſeconde. Enfin ſi on fait cuire l'Araignée juſques à un certain point, la matiere des larmes ne peut plus ſe retirer en fils; elle paroît une eſpece de colle dure; d'où il eſt clair que c'eſt preciſément en ſéchant, ou parce que l'humidité inutile s'évapore, que la matiere de la ſoye devient ſoye.

Une experience aſſez ſéduiſante m'avoit preſque fait croire que ce n'eſt point par l'évaporation d'une matiere aqueuſe que les fils de ſoye prennent leur conſiſtance. Ayant tiré des fils du derriere d'une Araignée, & les ayant entortillés ſur un petit morceau

de bois, comme fur une bobine, je plongeai l'Araignée & le morceau de bois dans l'eau, & faifant tourner le morceau de bois autour de lui-même, je devidai pendant auffi long-temps que je voulus des fils de foye.

Je n'étois pas inftruit alors de la méchanique par laquelle les Araignées filent. J'ignorois que les fils avant de fortir des filieres avoient déja affez de confiftance ; à la verité il leur manque quelque chofe, mais ce qui leur manque n'eft pas fuffifant pour empêcher qu'ils ne fe devident, au refte ils n'achevent point de fe fécher dans l'eau. Ce qui le prouve décifivement, c'eft que fi on met tremper dans l'eau froide les larmes ou les grands refervoirs, ils n'y prennent aucune confiftance, & auffi l'eau ne les diffout-elle point, ils reftent dans l'état où on les y a mis.

Si au contraire on laiffe pendant quelque temps une Araignée plongée dans l'efprit de vin, la matiere des larmes & des grands refervoirs prend la même confiftance qu'elle eût prife fi on eût fait fécher l'Araignée; mais l'efprit de vin ne la diffout pas non plus que l'eau.

Au refte la matiere de ces refervoirs étant féche reffemble à la foye par fa couleur, mais elle ne lui reffemble qu'en cela. Elle eft femblable à une gomme ou à une colle tranfparente ; elle fe caffe fi on la plie jufques à un certain point ou un certain nombre de fois. C'eft une matiere qui ne peut comme le verre être flexible que quand elle eft divifée en des filets fort deliés ; &

peut-

peut-être que si la Nature a si fort multiplié le nombre des trous des filieres dans les Araignées, que c'est parce que la matiere de la soye qui se forme dans leurs corps, est plus cassante que la matiere de la soye des Vers; elle a besoin d'être divisée en plus de parties: sans cela à quoi bon former un grand nombre de fils separés, qui ensuite se réünissent? un seul canal auroit pû faire un fil plus gros.

Il y a apparence que la matiere des reservoirs exposée à l'air, ne se séche jamais parfaitement; je veux dire, que les parties du milieu restent un peu humectées; la surface exterieure doit sécher la premiere; cette surface étant séche ne peut plus être dissoute par l'eau, elle n'en peut plus être penetrée; elle doit donc empêcher l'humidité qui est au milieu de la masse de sortir, comme elle empêche l'humidité exterieure d'entrer; & c'est peut-être encore là une des raisons pour lesquelles la Nature a rendu les fils d'Araignées si deliés. Pour être forts, il est necessaire qu'ils soient secs, & ils n'auroient pas pû sécher assez s'ils eussent été moins deliés.

Enfin il n'est pas surprenant que l'humidité s'étant une fois évaporée de la matiere de la soye, qu'elle n'y puisse plus rentrer pour la dissoudre; les intervalles qui sont entre les parties de cette matiere deviennent trop petites. La Physique nous fournit mille exemples semblables.

Il seroit temps d'expliquer d'où naît la prodigieuse ductilité de cette matiere, de tâcher d'en faire connoître la nature, mais il

 est

est plûtôt temps de cesser de lire, * ce seroit mal reconnoître l'attention qu'on a bien voulu me donner, que de faire acheter le recit de quelques faits, par le recit de raisonnemens toûjours incertains.

EXPLICATION DE LA PLANCHE.

F*Igure premiere*, est une des especes d'Araignées qui filent de la soye vûë pardessus.

Figure II. La même Araignée vûë en dessous, *AA* marquent l'endroit où le ventre se joint à la poitrine.

En *B* sont les mamelons & l'anus.

DD montrent l'endroit où sont placés les premiers reservoirs que nous avons appellés Larmes.

EE montrent de même l'endroit où sont les derniers reservoirs.

Figure III est une partie du ventre d'une Araignée representée plus grande que Nature.

F est l'anus.

GGGG sont les quatre grands mamelons seuls visibles quand l'Araignée les couche comme ils sont ici; ce qu'elle fait le plus souvent quand on la tient.

Figure IV. est encore une partie du ventre d'une Araignée representée plus grande que Nature, où l'on voit tous les mamelons disposés comme ils le sont, lorsqu'on presse le ventre de l'insecte.

HH sont les deux mamelons les plus éloignés

* Ce Discours fut lû dans une Assemblée publique.

gnés de l'anus. Un paquet de fils *a* sort d'une partie d'un de ces mamelons.

II sont deux grands mamelons à peu-près égaux aux précedens.

KK sont deux mamelons plus petits, *L* est une partie charnuë qui recouvre le derriere de l'Araignée, elle la releve pour laisser sortir les excremens.

OMP sont trois mamelons representés plus grands que Nature; differentes especes d'Araignées les ont faits differemment.

O est un des mamelons *H*.

M est un des mamelons *I*: on voit que d'une petite partie de celui-ci il sort un nombre prodigieux de fils separés *N*.

P est un des mamelons du milieu *K*; les uns & les autres ont quantité de poils, mais on les auroit rendus trop confus si on eût mis tous ceux que le microscope y fait voir.

Figure V. RQS est un des reservoirs que nous avons appellés larmes; la partie *Q* est la plus proche de *AA* dans la Figure 2me. *R* est partie de la larme qui se termine en pointe, *S* est celle qui fait un lacis avant d'arriver aux grands reservoirs.

Figure VI. sont trois des grands reservoirs placés les uns auprès des autres, un peu moins proche pourtant qu'ils ne le sont naturellement. On a eu en vûë de montrer qu'ils sont trois, dans l'animal ils ne semblent au premier coup d'œil faire qu'un même corps. *VVV* sont leurs bouts les plus proches de la tête de l'insecte.

TTT sont leurs bouts les plus deliés & les plus proches de l'anus.

Figure VII. eſt un de ces reſervoirs vû ſeparement.

PROPRIETE'S DES TRAPEZES,

Par M. DE LA HIRE.

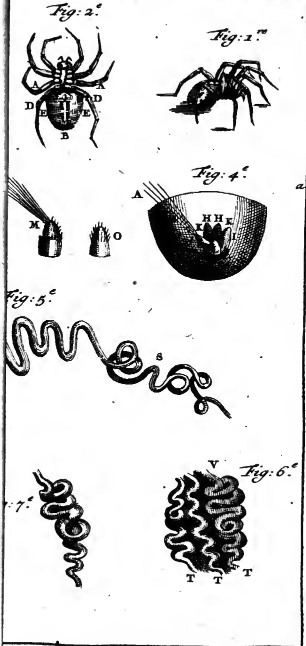
* ENTRE toutes les figures de quatre côtés, il n'y en a point de plus irreguliere que le Trapeze, car ſes côtés n'ont aucun rapport entr'eux, ni ſes angles non plus. Auſſi nous ne trouvons dans les Anciens aucun Theoreme ſur cette figure, & ils n'en ont donné ſeulement que le nom pour la diſtinguer des autres. Cependant on en a trouvé depuis quelque temps quelques proprietés fort ſingulieres ; en voici une qu'on dit avoir été découverte par M. de *Roberval.*

Si l'on diviſe chaque côté d'un Trapeze en deux également, & qu'on mene des lignes par les points de diviſion, elles formeront un parallelogramme, & cela eſt auſſi vrai de toute figure de quatre côtés quels qu'en ſoient les angles.

La démonſtration en eſt ſi ſimple & ſi facile, qu'elle ne meriteroit pas d'être rapportée ici, cependant comme il y a encore quelques remarques à y faire, je les donnerai à la fin de ce Memoire.

Voici

* 23 Août 1713.


Fig: 2.e
Fig: 1.re
A
A
D
D
E
E
B
Fig: 4.e
A
a
M
O
H
H
K
K
I
Fig: 5.e
S
V
Fig: 6.e
T
T
T
:7.e

Voici d'autres proprietés de cette figure, lesquelles j'ai trouvées depuis peu.

Soit dans la premiere figure le Trapeze *ABED* dont deux de ses côtés *AD*, *BE* se rencontrent en *F*. Ayant divisé *AB* en deux également en *O* soit tiré *FO*; & par les points *D* & *E* ayant mené les lignes *Db*, *Ea* chacune parallele à *AB* & terminées en *b* & *a* aux deux lignes *BE*, *AD*. Il est évident que *Db* & *Ea* seront chacune coupée en deux également par *FO* en *d* & en *h*.

Maintenant si par les points *h* & *d* on mene *hL* parallele à *AD*, & *dM* parallele à *EB*.

1°. Je dis qu'elles se rencontreront en *K* sur *DE*, & de plus que le point *K* coupera en deux également *DE*.

DEMONSTRATION.

Dans le triangle *EDa* le côté *Ea* est coupé en deux également en *h*, & *hK* est parallele à *Da*; donc *DE* sera coupée en deux également en *K* par *hK*.

De même dans le triangle *DEb* le côté *Db* est coupé en deux également en *d*, donc *dM*, qui est parallele à *EB*, coupera aussi *DE* en deux également en *K*; donc le point *K* est la rencontre commune de *hL* & de *dM* sur *DE*: ce qu'il falloit démontrer.

2°. Mais si par les points *A* & *h* on tire la ligne *Ah* qui rencontre *DE* en *T*, & ensuite la ligne *DL* qui rencontre *AT* en *H*, je dis que *AH* est égale à *HT*.

DEMONSTRATION.

Si par le point *L* on mene *LN* parallele à *DE*, & par le point *K* la ligne *KS* parallele à *AB*, on formera les deux triangles *LAN*, *KSD* qui feront femblables & égaux au triangle *EbK* à caufe de leurs côtés paralleles, & des côtés égaux *LN*, *KD*, *EK*: donc *NA* fera égale à *Kb* à qui elle eft parallele: donc ayant tiré la ligne *KN*, il fe formera le parallelogramme *KNAb* & *KN* fera égale & parallele à *Ab*. Mais il fe forme auffi un autre parallelogramme *KDNL* à caufe des paralleles *KD*, *NL* & *DN*, *KL*, & dans ce dernier les deux diagonales *DL*, *KN* s'entrecoupent en deux également au point *R*, & comme *KN* eft coupée en deux également en *R* par *DL*, auffi *AT* parallele à *KN* le fera par la même *DL* en *H*: ce qu'il falloit demontrer.

Je dis encore que la ligne *LE* eft parallele à *AT* ou à *KN*; car puifque *DE* eft coupée en deux également en *K* & *DL* en *R* par *KRN*, auffi *EL* fera parallele à *KN*.

Ce que je viens de démontrer du côté de *D* pour *KL* fe trouvera de même du côté de *E* pour *KM*; car puifque *dKM* eft parallele à *EB*, fi par les points *d* & *B* on tire la ligne *dB* qui rencontre *DE* en *t*, & la ligne *EM* qui rencontre *Bt* en *I*, je dis que *BI* eft égale à *Bt*.

DE-

DEMONSTRATION.

Car si par le point *M* on mene *MP* parallele à *DE* qui rencontre *EB* en *P*, il est évident qu'on formera le triangle *MBP* égal & semblable, & semblablement posé au triangle *DdK* puisque leurs côtés sont paralleles, & que l'un *MP* est égal à *KE* égal à *DK*. Il se formera donc le parallelogramme *KEPM*; mais *dK* & *BP* sont paralleles & égales; c'est pourquoi la diagonale *EM* coupera l'autre diagonale *KP* en deux également en *V*. Mais comme il se forme aussi l'autre parallelogramme *dKPB*, donc *dB* est parallele à *KP*, & par consequent *Bt* parallele à *PK* sera coupée en deux également en *I* par la même diagonale *EM*.

On démontrera aussi comme on a fait pour *LE* que la ligne *MD* sera parallele à *Bt* ou à *KP*.

3°. Je dis de plus que les deux lignes *Ah*, *Bd* se rencontrent en un même point *T* sur *DE*, ou, ce qui est la même chose, que les deux points *Tt* ne sont qu'un même point.

Ayant tiré *EQ* parallele à *DA*, laquelle rencontre *AB* en *X*, on aura *AL* égale à *LX*, car *DE* est coupée en deux également en *K*, mais *AT* étant prolongée jusqu'à *EQ* en *Q*, on a *EQ* égale à *EX*, puisque *AL* est égale à *LX*, & que *AQ* est parallele à *LE*. Donc *DA*..*EQ* ou *EX* ::*DT*..*TE*. Mais aussi *DA*..*EX*::*DG* ..*GE*. Donc *DT*..*TE*::*DG*::*GE*, & com-

composant *DT* plus *TE*, ce qui est égal à *DE..TE*::*DG* plus *GE..GE*; & prenant la moitié des antecedens on aura *KE*::*TE*::*KG..GE*, car *KG* est la moitié de *DG* plus *GE*, & divisant *KE* moins *TE*, ce qui est égal à *KT..KE*::*KG* moins *GE*, ce qui est égal à *KE..KG*. Donc enfin les trois lignes *KT*, *KE*, *KG* sont en proportion continuë.

On fera la même démonstration de l'autre côté en tirant par le point *D* la ligne *YDZ* parallele à *EB*, laquelle rencontre *AB* en *Z*, & l'on aura *MB* égale à *MZ*, car *DE* est coupée en deux également en *K*, & prolongeant *Bt* jusqu'à *DZ* en *Y*, on aura *DY* égale à *DZ*, car *DE* est coupée en deux également en *K*, & *MD* est parallele a *BtY*; donc à cause des triangles semblables formés par les paralleles on aura,

EB..DY ou *DZ*::*Et..tD*; mais aussi *EB..DZ*::*GE..GD*; Donc *Et..tD*::*GE..GD*, & composant, on aura,

Et plus *tD*, ce qui est égal à *DE..Et*::*GE* plus *GD..GE*, & prenant la moitié des antecedens on a,

KE..Et::*KG* qui est égale à la moitié de *GE* plus *GD..GE*, & divisant on a *KE* moins *Et*, ce qui est égal à *Kt..KE*::*KG* moins *GE*, ce qui est égal à *KE..KG*.

Donc enfin les trois lignes *Kt*, *KE*, *KG* sont en proportion continuë comme les trois lignes *KT*, *KE*, *KG*; mais comme les deux *KG*, *KE* sont les mêmes, il faut aussi necessairement que *KT* & *Kt* soient la même, ce qui est évident; & par consequent

quent les points Tt ne sont qu'un même point sur DE où se rencontrent Ab & Bd: ce qu'il falloit démontrer.

On démontrera la même chose pour les côtés AD, AB & BE que pour DE, car les ayant divisés en deux également, & y ayant trouvé des points comme le point T sur DE, on aura aussi trois lignes en proportion continuë sur chacun, comme KT, KE, KG sur DE en commençant aux points comme K, ou sur AB comme au point O, où les trois lignes Og, OB, OG sont en proportion continuë.

4°. Je dis maintenant que si l'on tire des lignes comme Tg par les divisions T & g des deux côtés opposés DE, AB, elles concourront au même point F de rencontre des deux autres côtés AD, BE.

Cette seconde Figure a été separée de la premiere pour éviter la confusion des lignes.

DEMONSTRATION.

* Ayant mené la ligne FT qui rencontre Db en n & AB en m, & comme nous avons vû que dB passe en T, il se formera deux triangles semblables Tdn, TBm & de même deux autres TDb, TGB & d'autres encore à cause des paralleles Db, AB, d'où l'on tire,

$dn..Bm::Dd..GB$ ou bien alternant $dn..Dd$, ou $db::Bm..GB$; mais aussi $dn..db::Om..OB$. Donc $Bm..GB::Om..OB$, & renversant en alternant $Om..Bm::OB..GB$, & composant,

* Fig. II.

Om

Om..*Om* plus *Bm* ce qui eſt égal à *OB* :: *OB*..*OB* plus *GB* ce qui eſt égal à *OG*; donc les trois lignes *Om*, *OB*, *OG* ſont en proportion continuë. Mais auſſi on avoit les trois lignes *Og*, *OB*, *OG* en proportion continuë; donc le point *m* eſt le même que le point *g*, & par conſequent la ligne *Tg* paſſe en *F*; ce qu'il falloit démontrer.

Ce ſera la même démonſtration pour les deux autres côtés *AD*, *BE*; car s'ils ſont diviſés chacun en deux également en *l* & en *i*, & ayant trouvé les points *o* & *p* enſorte que *lo*, *lD*, *lF* & *ip*, *iE*, *iF* ſoient auſſi en proportion continuë, la ligne *op* paſſera par le point *G*.

5°. Je dis encore que le point *f* étant la rencontre des lignes *Tg*, *po*, ſi l'on diviſe *Tg* en deux également en *y*, on aura *yf*, *yT*, *yF* en proportion continuë: & de même de la ligne *po*.

De plus je dis que ſi l'on mene dans le Trapeze les deux diagonales, *AE*, *DB*, elles ſe rencontreront au point *f* où les deux lignes *Tg*, *po* ſe rencontrent, & ſi l'on prolonge ces deux diagonales juſqu'à la ligne *FG* comme *AE* en *q*, & qu'on diviſe *AE* en deux également en *v*, on aura auſſi *vf*, *vE*, *vq* en proportion continuë. Mais ſi *DB* ſe trouvoit parallele à *FG*, dans ce cas le point *f* diviſeroit *DB* en deux également, & les trois lignes qui devroient être en proportion continuë ſe trouveroient être égales entr'elles & à *fD* ou à *FB*.

Enfin, je dis que ſi l'on mene les lignes *aT*, *gp*, elles ſe rencontreront ſur la ligne *AE* au point *q*, & ſi on les diviſe chacune en

en deux également, elles donneront encore trois lignes en proportion continuë, dont celles du milieu seront déterminées par les rencontres des lignes *FB*, *GD*.

Il seroit trop long de démontrer chacun de ces cas en particulier, & il ne sera pas difficile en se servant de la même methode que j'ai employé ci-devant pour les parties *Og*, *OB*, *OG* de la ligne *AG*: mais tous ces cas differens peuvent aussi se démontrer sans beaucoup de peine, en y appliquant les propositions élementaires qui sont dans le premier livre de mon Traité des Sections Coniques, *in folio*, imprimé en 1685. car si l'on a trois parties d'une ligne, lesquelles soient en proportion continuë, & qu'on ajoûte à cette ligne la partie du milieu pour n'en composer qu'une seule ligne, comme dans la premiere Figure de ce Memoire, où *KT*, *KE*, *KG* sont en proportion continuë, à laquelle ajoûtant *KD* égale à *KE*, ou aura alors une ligne *DG* divisée en trois parties aux points *TE*, ensorte que le rectangle fait de la route *DG* sur la partie du milieu *TE* sera égal au rectangle fait des deux parties extrêmes *DT*, *GE*, & c'est cette division de ligne que j'ai appellée *en trois parties harmoniquement*, & au contraire ce qui est très-facile à démontrer.

6°. Il reste encore une proprieté du Trapeze, qui est que les trois lignes *FO*, *DL*, *EM* dans la premiere Figure concourreront en un même point *C* au-dessous de *DE* comme dans cette Figure ou au-dessus, ou qu'elles seront toutes trois paralleles entr'elles.

DE-

DEMONSTRATION.

La ligne KS parallele à ba ou à Dd coupera db en deux également en e, puisqu'elle coupe DE en deux également en K; & à cause des triangles semblables deK, dOM, beK, bOL, on aura $de..eK::dO..OM$, & de même de ou $be..eK::bO..OL$; donc $dO..OM::bO..OL$, ou bien $dO..bO::OM..OL$.

Mais ayant prolongé LK jusqu'à db en f, & Ea rencontrant DL en r, on aura à cause des triangles semblables $dO..bO::Lf$ Lb & $::Df$ ou ba ou bE qui sont égales entr'elles $..br$; donc $OM..LO::bE..br$: mais les lignes Er & LM sont paralleles entr'elles, & leurs parties étant en même raison, il s'ensuit que les lignes EM, FO, DL qui font ces parties, concourreront en un même point qui sera C: ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE.

Il s'ensuit de tout ceci que les deux lignes GD, GA demeurant dans la même position, si au lieu de DA & de EB on tire d'autres lignes comme on voudra par les mêmes points D, E, lesquelles rencontrent GA en quelques points que ce soit, il s'en formera un autre Trapeze, mais les parties KT, KE, KG de la ligne DG demeureront toûjours les mêmes, & dans la proportion continuë.

De plus si les côtés DA, EB menés com-

comme on voudra par les points $D\,E$ sont coupés par quelqu'autre ligne que ce soit menée par le point G, ce qui formera encore d'autres Trapezes tout differens du premier; cependant les points $K\,T\,E$ de la ligne $D\,G$ ne changeront pas, & leurs parties seront toûjours dans la même raison, puisque DE ne change pas non plus que $D\,G$, & que le point K doit aussi diviser $D\,E$ en deux également, & $K\,T$ étant la troisiéme proportionnelle après $K\,G$ & $K\,E$.

Voici enfin ce que j'avois promis au commencement de ce Memoire sur la proposition de M. de *Roberval*.

* En tout triangle $A\,B\,C$ on peut former très-facilement une infinité de parallelogrammes tous égaux entr'eux, & chacun égal à la moitié du triangle.

Soit divisé chacun des deux côtés $A\,B$, $A\,C$ en deux également en E & en F, & du sommet A ayant mené la ligne $A\,D$ comme on voudra à la base, des points E, F soit mené jusqu'à la base les lignes $E\,G$ & $F\,H$ paralleles à $A\,D$ & soit tiré $E\,F$; il est évident que la Figure $E\,F\,G\,H$ est un parallelogramme, & de plus qu'il est égal à la moitié du triangle; car par la construction le triangle $A\,E\,F$ est le quart du triangle $A\,B\,C$, & le parallelogramme $E\,F\,G\,H$ qui a sa base commune avec le triangle & sa hauteur égale, en sera double: ce qu'il falloit démontrer.

** Maintenant en tout Trapeze $A\,B\,C\,D$ si l'on divise chacun de ses côtés en deux également aux points $E\,F\,G\,H$, & que par ces

* FIG. III. ** FIG. IV.

ces points de division on mene les lignes *EF*, *EH*, *GF*, *GH*, je dis que la figure qui s'en formera sera un parallelogramme *EFGH*, & c'est la proposition de M. de *Roberval*.

La démonstration en est bien simple, car si l'on mene dans le Trapeze les deux diagonales *AC*, *BD*, il est évident que *GH* & *FE* seront chacune parallele à *AC* à cause de la division égale des côtés; donc *GH* & *FE* seront paralleles entr'elles; & de même *FG* & *EH* seront paralleles à *BD*, & par consequent paralleles entr'elles; donc la Figure *EFGH* est un parallelogramme.

J'ajoûte à cette proposition que le parallelogramme *EFGH* est égal à la moitié du Trapeze; car par la proprieté du triangle que je viens de démontrer, le parallelogramme *EFIK* est la moitié du triangle *ADC*; donc, &c.

J'ajoûte encore que si au lieu d'un * Trapeze on pose un quadrilatere tel qu'on voudra *ABCD*, mais qui ait un angle rentrant *ABC*, on y formera aussi un parallelogramme par la même methode que la précedente, mais ce parallelogramme *EFGH* sera égal à la moitié du quadrilatere *ABCD* plus la moitié du triangle *ABC* excedant & formé dans l'angle rentrant *ABC*: car si l'on prolonge les côtés *FG*, *EH* du parallelogramme jusqu'à *AC* en *I* & en *K*, on aura par ce qui a été démontré du triangle, le parallelogramme *EFIK* égal à la moitié du triangle *ADC*, & si de ce triangle on retranche le triangle *ABC*, il restera le quadrilatere proposé

* FIG. V.

Fig: 1.re

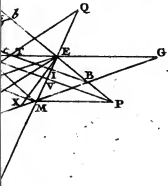


Fig: 4.

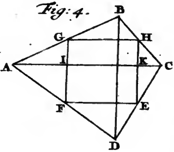


Fig: 3.

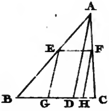


Fig: 5.

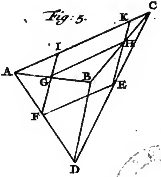
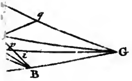


Fig: 2.



posé *ABCD*; & si de sa moitié qui est le parallelogramme *EFIK* on en retranche la moitié du triangle *ABC* qui est le parallelogramme *HGIK*, il restera le parallelogramme *EFGH* égal à la moitié du quadrilatere *ABCD* joint à la moitié du triangle *ABC*: ce qu'il falloit démontrer.

NOUVELLE DECOUVERTE DES FLEURS

Et des Graines d'une Plante rangée par les Botanistes sous le genre du Lichen.

Par M. MARCHANT.

* LA plûpart de ceux qui ont travaillé sur l'histoire des Plantes, ont fait mention de celle qui fait le sujet de ce Memoire; les uns l'ont décrite & en ont donné la figure, les autres ont publié ses vertus, & il y a peu de Pharmacopées où cette Plante ne soit employée dans des compositions galeniques, ou dans des remedes topiques; mais comme entre les Botanistes soit anciens soit modernes, qui ont donné des définitions des caracteres generiques des Plantes, on n'en voit point qui ait veritablement connu les Fleurs ni les Graines de cette Plante, on rapportera ici la découverte de ces parties ci-devant inconnuës.

Quel-

* 26 Avril. 1713.

Quelques-uns de ces Auteurs font consister le caractere generique du Lichen en des Plantes imparfaites, dont les feuilles s'étendent sur la surface de la terre ou sur le tronc des arbres, & ils divisent ces herbes en Plantes steriles & en Plantes portant des semences. D'autres établissent le genre du Lichen en Plantes qui ne portent point de tiges, & en Plantes qui portent des tiges.

Enfin le plus moderne de ces Auteurs, *Inst. R. herb.* definit le Lichen un genre de Plantes qui ne portent point de Fleurs, mais dont le fruit ressemble en quelque façon à un bassin rempli de fole farine ou très-menuë semence, qui étant vûë au microscope paroît à peu-près ronde.

Après avoir rapporté le sentiment de ces Historiens sur la nature du Lichen ; pour éviter toute équivoque, nous déclarons que nôtre observation est faite sur la Plante nommée dans le Pinax de *Gasp. Bauh. Lichen petræus stellatus*, & que nôtre dessein n'est pas de décider si les trois premieres especes de ce genre de Plantes, rapportées dans ce même Auteur, ne sont que des varietez de cette Plante, ainsi qu'il semble que *J. Bauhin* l'a crû, puisqu'il ne donne que la description & la figure du Lichen étoilé pour ces trois especes, & qu'il reproche à plusieurs Auteurs celebres de n'avoir décrit que le même Lichen, quoi-qu'ils exposent trois figures differentes. Nous ne parlerons point aussi de ce que cette Plante a de commun avec les autres especes de Lichen ; mais nous tâcherons de faire connoître ce qu'el-

le

le a de particulier, & qui fait l'objet de cette Dissertation.

Chaque tige de cette Plante (*Fig.* 1.) de grandeur naturelle: (*Fig.* 2.) la même vûë à la loupe ainsi que toutes les suivantes, porte à son extremité une étoile ou rozette d'un demi-pouce de diametre, posés horizontalement, pour l'ordinaire composée de neuf rayons, qui avec la tige forment en quelque maniere la charpente d'un parasol, & dont l'extremité de chaque rayon est terminée en pointe obtuse un peu recourbée en embas & sillonnée en dessous. Le dessous de chacun de ces rayons (*Fig.* 3.) depuis leur origine jusques vers le milieu de leur longueur est garni de plusieurs membranes *A* un peu confusement rangées entre des lignes paralleles; ces membranes sont fort minces, transparentes, de couleur verd blanchâtre & godronnées par les bords. D'entre ces membranes sortent huit à dix boutons *B* aussi verd blanchâtres membraneux, rayez & à plusieurs pans terminez en pointe, & qui alors par leur figure ont un peu de rapport aux vessies de l'Alkekenge des *Indes*, mais ils sont moins ronds.

Chaque bouton étant ouvert *C* forme un calice en gobelet renversé, étroit par sa base, plus large & dentelé par le bord; & de sa cavité il sort un pedicule qui porte une fleur *D* de la figure d'une coupe ou tasse antique en maniere de godet de couleur citron tirant sur l'orangé, legerement dentelée en ondes par le bord, qui se renverse en dehors, & cette coupe qui a tout au plus une de-

 mie

mie ligne de diametre est ordinairement inclinée en embas.

Au même temps que cette fleur s'épanouït, on y découvre au dedans une touffe de filets soyeux très fins *E* de couleur jaune doré fort serrez entr'eux, & qui ensemble representent assez bien une houpe de soye dont les brins seroient chifonez & repliez, lesquels s'alongeant peu à peu & s'épanouïssant visiblement, laissent échapper une infinité de très-petites particules jaunes à peu-près rondes *F*, qu'on apperçoit actuellement sortir par boufées d'entre les filets soyeux de cette houpe, & se répandre dans l'air, ainsi que feroient les étincelles d'un tison enflammé qu'on frapperoit coup sur coup, lesquelles particules par leur extrême finesse s'évanouïssent aux yeux & se perdent dans l'air. Ces fleurs ne s'épanouïssent que successivement, & ayant été visibles pendant deux ou trois jours, elles deviennent de couleur rousse & se dessechent entierement.

Il est assez vraisemblable que les petites particules jaunes, dont on vient de parler, sont les graines de cette Plante, puisqu'on voit naître des millions de jeunes Plantes de la même espece aux environs des anciennes; ce qui arrive non-seulement sur la surface de la terre, mais aussi contre des murs graveleux, dans des cours, entre les joints ou fentes du pavé, & même jusques sur des toits voisins exposez au Nord, & principalement pendant l'Automne ou autres temps frais, ce qui nous fait appeller ces semences graines errantes ou vagabondes, à cause qu'el-

qu'elles ſe diſperſent dans l'air où elles ſont inviſibles.

On a ſouvent remarqué que dans des cours nouvellement pavées à chaux & à ciment on voit tout à coup paroître quantité de cette Plante quoi-qu'on n'y en eut point obſervé ci-devant, ce qui pourroit faire conjecturer que la chaux par ſes principes ne contribuë pas peu à faire germer ces graines.

Par ce qui vient d'être rapporté, il eſt certain que la ſtructure de la fleur & de la graine du Lichen étoilé n'a point été connuë des Botaniſtes, puiſqu'on ne trouve rien de ſemblable dans tous les caracteres generiques qu'ils nous ont donnés des Plantes, joint à ce qu'ils diſent que le Lichen ne porte point de fleurs; or il étoit de quelque importance en Botanique de connoître parfaitement le caractere generique d'une Plante, ſur-tout lorſqu'elle eſt en uſage en Medecine, & c'eſt ce que nous croyons avoir découvert par cette obſervation, qui donne lieu de croire que toutes les petites Plantes qui naiſſent ſur les troncs des Arbres, ſur les toits & ſur des bâtimens, quoi que fort élevés, ainſi qu'on y remarque pluſieurs eſpeces de mouſſe, de Lichen, de moiſiſſures ou mucoſitez & autres végétations, ſont vraiſemblablement autant de Plantes qui ne s'y produiſent auſſi que par des graines vagabondes, entre leſquelles par la ſuite on decouvrira peut-être une infinité de differens genres de Plantes par rapport à la ſtructure de leurs fleurs ou de leurs graines, lorſquelles auront été bien examinées, ce qui

 prou-

prouve parfaitement l'immenſe fecondité de la Nature & l'étenduë de la Botanique.

Il reſulte de nôtre obſervation en faveur du Lichen étoilé, qu'on découvre dans une des plus petites fleurs un mouvement continuel de pluſieurs parties, ce que je ne ſai point qu'on ait remarqué, même dans les plus grandes fleurs.

Il eſt vrai qne les Plantes appellées *Senſitives*, reſſerrent leurs feuilles quand on les touche, comme font auſſi les Etamines de la fleur de l'Opuntia, qui étant frappées lorſque le Soleil donne deſſus, ſe contractent ; mais ces parties de Plantes n'ont un mouvement viſible que lorſqu'elles ſont touchées, au lieu qu'on découvre très-viſiblement dans la fleur de nôtre Plante, que ſes filets ſoyeux ſe développent & s'alongent ainſi que feroient un peloton de vermiſſeaux expoſés à la chaleur du Soleil, & que les ſemences de cette même Plante ſe répandent continuellement comme des atomes dans l'air, ce qui fait la merveilleuſe méchanique de cette fleur.

La caractere generique de cette Plante étant donc de porter une fleur en coupe ou taſſe antique remplie d'une houpe compoſée de filets ſoyeux d'où ſortent par bouſées quantité de très-menuës ſemences, & ainſi la ſtructure de cette fleur ne convenant point au caractere du Lichen ci-devant rapporté & extrait des plus celebres Botaniſtes modernes, nous établirons pour cette Plante un nouveau genre, que nous appellerons *Marchantia*, du nom de feu M. *Marchant* mon pere, qui le premier eut l'honneur d'occuper

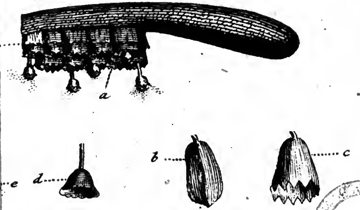
Marchantia Stellata.

Lichen petræus Stellatus Casp. Bauh. Pin. 362.



Fig: 2.e

Fig: 3.e



cuper une place de Botaniste dans cette Academie, lorsque le Roi en 1666. créa cette Compagnie.

Nous avertissons ceux qui voudront se donner le plaisir de voir la fleur de la *Marchantia stellata*, de la chercher après un temps d'orage ou de pluye chaude, car quoique cette Plante fleurisse presque pendant tout l'Eté, toutefois ses fleurs ne s'épanouïssent bien que dans un temps chaud & humide, & l'on a remarqué que le mois d'Août est souvent le plus convenable pour observer ce phénomene dont la découverte a si long-temps été cachée aux Botanistes, puisque M. *Tournefort* même, qui a défini le caractere generique du Lichen, ainsi qu'il a été dit, n'a fait nulle mention de cette Plante dans aucun de ses Ouvrages; ce qui a augmenté l'envie que j'avois toûjours eu de m'assurer parfaitement de la structure de cette fleur, que j'avouë n'avoir pû découvrir qu'après une suite d'observations faites pendant plusieurs années, à cause de la difficulté qu'il y a de trouver le moment où cette fleur s'épanouït, de son peu de durée, & de l'extrême délicatesse des parties qui la composent.

Quant à ce qui regarde les vertus de cette Plante, nous dirons qu'on l'employe dans le syrop de Chicorée, si excellent contre les maladies du foye & de la ratte, dont il dégage puissamment les obstructions, & qu'on le donne contre la jaunisse & pour ramollir les duretés du ventre. On se sert aussi avec succès de la décoction simple de

la *Marchantia stellata* ou de son eau distillée dans les maladies de la peau, ainsi que plusieurs le confirment.

SUR L'HYDROPISIE APPELLÉE TYMPANITE.

Par M. LITTRE.

* L'AIR, que nous respirons, si necessaire à nôtre conservation, nous cause souvent des maladies & quelquefois la mort. Nous avons déja vû dans mon dernier Memoire comment il produit une espece d'enflure nommée *Emphyseme*; nous allons voir dans celui-ci, qu'il est la veritable cause d'une autre espece d'enflure qui est beaucoup plus à craindre.

L'espece d'enflure, dont je veux parler, est nommée par les Auteurs *Hydropisie Tympanite*, & cela, parce que dans cette maladie le ventre extremement enflé & tendu, lorsqu'on le frappe, raisonne à peu-près comme un tambour.

Les Auteurs, qui ont traité de l'Hydropisie Tympanite, ne conviennent entre eux ni de la cause qui la produit, ni du lieu où cette cause a son veritable siege. Les uns prétendent que cette maladie est l'effet d'une convulsion; d'autres veulent que l'air seul la

* 19 Juillet 1713.

la produit ; & d'autres assûrent que de l'air & de l'eau en sont ensemble la cause.

Les premiers croyent que dans l'Hydropisie Tympanite les muscles du centre sont en convulsion, & que ces muscles étant en convulsion soulevent & tendent les tegumens du ventre. Opinion tout-à-fait insoûtenable, puisque les muscles du ventre suivant leurs attaches & leurs dispositions naturelles ne peuvent absolument en se contractant que resserrer & abbaisser le ventre.

Pour les Auteurs qui regardent l'air comme la cause totale, ou comme la cause partiale de l'Hydropisie Tympanite, ils different entr'eux lorsqu'il s'agit de déterminer l'endroit que cet air occupe. Les uns le placent uniquement dans la capacité du ventre ; & les autres le logent partie dans la poitrine, partie dans le mesentere & partie dans l'épiploon. Quant à ceux qui prennent l'eau pour cause partiale de cette maladie, ils veulent unanimement qu'elle soit contenuë dans la capacité du ventre.

J'ai eu occasion de faire un grand nombre d'observations sur des hommes morts d'Hydropisie Tympanite. Je m'en vais rapporter celles qui me paroissent les plus considerables ; les premieres feront voir qu'on a peu connu la cause de cette maladie, & les dernieres nous en donneront une parfaite connoissance.

PREMIERE OBSERVATION.

Le ventre de ces sortes d'Hydropiques est aussi dur, aussi tendu & aussi sonore, ou

rend les mêmes sons après la ponction que devant.

SECONDE OBSERVATION.

Pour découvrir, si dans l'Hydropisie Tympanite il y avoit de l'air renfermé dans la capacité du ventre, j'ai porté un Troiquarts jusques dans cette capacité en plusieurs corps qui étoient morts de cette maladie. Ayant retiré le poinçon du Troiquarts & laissé sa canule, j'ai presenté une bougie allumée à son embouchure pendant qu'on pressoit le ventre tout autour, & la flamme n'en a été nullement agitée. Cettte observation renverse entierement l'opinion de ceux qui prétendent que la cause de l'Hydropisie Tympanite est de l'air contenu dans la capacité du ventre.

TROISIEME OBSERVATION.

Lorsque les Hydropisies étoient recentes, je n'ai trouvé que quelque humidité dans la capacité du ventre de ces Hydropiques, & qu'environ trois chopines d'eau dans les inveterées, quantité peu considerable par rapport à la vaste cavité du ventre & à la grosseur excessive où il parvient dans ces maladies. On ne doit donc regarder cette quantité d'eau que comme une chose accidentelle à la maladie, & non comme une chose essentielle.

QUATRIEME OBSERVATION.

J'ai examiné avec soin le peritoine, l'épiploon & le mesentere dans ces sortes d'Hydropiques, & je n'ai point apperçû d'air dans aucune de ces parties : ce n'est donc point encore là qu'il faut chercher la cause de l'Hydropisie Tympanite.

CINQUIE'ME OBSERVATION.

J'ai toûjours trouvé dans les cadavres des Tympanites l'estomac & les intestins fort gros & fort tendus, & sur-tout les gros intestins. J'ai souvent vû le cæcum & le colon gros comme la cuisse d'un homme; je n'ai jamais remarqué de grosseur extraordinaire dans les autres parties qui sont contenuës dans la même capacité. C'est donc uniquement l'enflure de l'estomac, & principalement des gros intestins des Tympanites, qui produit l'enflure extraordinaire de leur ventre.

SIXIE'ME OBSERVATION.

Les membranes, qui composent l'estomac & les intestins des Tympanites, sont toûjours fort minces; leur tissu cependant est encore assez resserré pour ne pas laisser échapper à travers leurs pores l'air qu'elles renferment, & assez ferme pour résister aux efforts que ce même air fait pour s'échapper en déchirant ces membranes. L'estomac & les intestins, quoique fort gros, sont fort legers, aussi con-

tiennent-ils beaucoup d'air ; le reste, qu'on y trouve, est peu de chose, & pour l'ordinaire glaireux. De cette observation on peut conclure, que c'est de l'air, & de l'air contenu dans la cavité de l'estomac & dans celle des intestins qui produit l'Hydropisie Tympanite.

Essayons à present d'expliquer comment de l'air enfermé dans la cavité de l'estomac & des intestins peut produire une enflure aussi considerable que celle qu'on observe dans les Hydropisies appellées Tympanites.

Le même canal, qui conduit les alimens, la boisson & la salive dans l'estomac, je veux dire l'œsophage, y porte aussi de l'air avec eux. L'œsophage est toûjours plein d'air, parce qu'il est toûjours ouvert par enhaut & qu'il y communique avec le nés & la bouche, & par consequent avec l'air exterieur; & quoi-que ce canal ne soit vraisemblablement ouvert par embas que lorsque les alimens passent de sa cavité dans celle de l'estomac, il en passe alors assez dans ce viscere pour qu'il n'en manque point.

L'air reçû dans la cavité de l'estomac peut y avoir trois usages.

Le premier est de contribuer à la digestion des alimens soit par son ressort, soit par des sels & des soufres volatils qu'il contient entre ses parties.

Le deuxiéme est de donner prise aux membranes de l'estomac sur les alimens, lorsqu'ils sont en très-petite quantité, parce que ces membranes par leur contraction ordinaire ne s'approchent pas d'assez près entre elles pour presser, écraser, &c. immédiatement

ce

ce peu d'alimens, & pour les pousser dans la cavité des intestins après qu'ils sont digerés. *Actio enim non datur in distans.* Il faut donc qu'il y ait un autre corps entre les alimens & ces membranes qui en occupe l'intervalle; or ce corps est l'air contenu dans la cavité de l'estomac.

Le troisiéme usage est de soûtenir les parois de l'estomac, & d'empêcher par ce moyen, que par leur poids & par leur contraction elles ne s'approchent entre elles de sorte que la cavité en devienne si petite, qu'elle ne puisse contenir la quantité d'alimens qui est necessaire pour la nourriture du corps.

Il y a lieu de presumer que l'air, qu'on trouve aussi dans les intestins, vient de l'estomac, & qu'il a à peu-près les mêmes usages dans les intestins que dans l'estomac.

L'estomac & les intestins sont de vrais muscles creux, dont l'air, qui est enfermé dans leur cavité, est l'antagoniste. On peut regarder cet air & les parois de ces visceres comme deux ressorts qui agissent sans cesse l'un contre l'autre. L'action de l'air tend toûjours du dedans en dehors; & l'action principale des parois musculeuses tend toûjours au contraire du dehors en dedans.

Tant que ces deux ressorts se contrebalancent alternativement l'un l'autre, l'estomac & les intestins se contractent & se relâchent alternativement, & leur cavité ne devient ni trop grande ni trop petite. Dans cet état ces visceres peuvent accomplir les fonctions ausquelles ils sont destinés. Mais si le ressort des parois du canal l'emporte absolu-

ment ſur celui de l'air qui y eſt contenu, il reſſerrera ce canal, en chaſſera l'air par la bouche ou par le fondement & empêchera le cours des matieres qui y doivent couler. Si au contraire le reſſort de l'air l'emporte abſolument ſur celui des parois du même canal, il les dilatera & augmentera la cavité; cependant les matieres n'y couleront pas facilement, parce qu'elles ne ſeront preſque point pouſſées par les parois quoique muſculeuſes à cauſe de leur relâchement.

Or pendant le cours des grandes & longues maladies, auſquelles ſuccede ordinairement l'Hydropiſie Tympanite, le ſang ſe gâte & perd ce qu'il a de fin & de ſubtil, & il s'amaſſe dans la cavité de l'eſtomac & des inteſtins des ſucs, qui venant à s'y aigrir par leur ſéjour, y excitent des fermentations extraordinaires.

D'où il ſuit, que le reſſort des parois de ces viſceres, qui dépend d'une abondance d'eſprits & d'eſprits bien conditionnés, doit être foible & énervé; & que le reſſort de l'air au contraire, dont la force conſiſte dans ſa grande rarefaction, doit être fort & vigoureux; car d'un côté cet air doit être fort échauffé à l'occaſion des fermentations extraordinaires qui ſe font dans le canal; & de l'autre ſon antagoniſte eſt preſque ſans reſiſtance. L'air doit donc l'emporter de beaucoup ſur les parois de l'eſtomac & des inteſtins, ſe rarefier extraordinairement, dilater à proportion le canal, étendre à meſure les tegumens du ventre, qui pour lors ſont auſſi minces & lâches, & produire enfin

fin une enflure qu'on appelle Hydropisie Tympanite.

On pourra objecter, que le ressort de l'air exterieur devroit contrebalancer celui de l'air interieur, s'opposer à la dilatation extraordinaire de l'estomac & des intestins, aussi bien qu'à celle des tegumens du ventre, & par consequent empêcher la production de l'Hydropisie Tympanite. A quoi je réponds, que l'air exterieur est condensé, & que l'interieur est rarefié par la chaleur des visceres où il est contenu, & qu'un air rarefié a incomparablement plus de force qu'un air qui ne l'est point.

Les observations & les réflexions précedentes étant supposées, il n'est pas bien difficile de rendre raison des accidens qui accompagnent l'Hydropisie Tympanite, & dont voici les principaux.

Dans l'Hypropisie Tympanite les malades jettent peu & difficilement des vents par la bouche, & encore moins & plus difficilement par le fondement. Ils jettent peu & difficilement des vents par la bouche, parce que la dilatation excessive des membranes de l'estomac, aussi bien que des tegumens du ventre & même du diaphragme met ces parties hors d'état de se contracter assez pour chasser par la bouche l'air qui est enfermé dans la cavité de ce viscere, & qui étant d'ailleurs très-rarefié, resiste beaucoup à leur effort. Outre cela le diaphragme peut s'opposer à la sortie de cet air, principalement lorsqu'il se contracte, parce qu'alors il serre la partie inferieure de l'œsophage qui le traverse pour se rendre à l'estomac.

Les Tympanites rendent encore moins & plus difficilement des vents par le fondement, parce qu'outre que les organes qui les doivent chasser par cette voye sont très-foibles, il y a un muscle situé à l'extremité de l'intestin *rectum* qui la ferme constamment & qu'il faut forcer pour que cette issuë soit libre.

On ne sent point de fluctuation en frappant le ventre des Tympanites, de même qu'on en sent une en frappant celui des Ascitiques; la raison en est aisée. Le ventre des Ascitiques est une espece de vase qui contient de l'eau; mais qui n'en est pas entierement rempli; au lieu que l'estomac & les intestins des Tympanites sont comme un vase tout à fait plein d'air. En agitant un vase, que l'eau ne remplit qu'en partie, on oblige cette eau à aller choquer les parois du vase en plusieurs endroits & à y faire une impression sensible: mais l'air incomparablement plus rare, & qui outre cela remplit tout le vase où il est contenu, ne sauroit exciter une fluctuation dans l'estomac ni dans les intestins comme l'eau fait dans le ventre des Ascitiques.

Il est facile de comprendre pourquoi dans l'Hydropisie Tympanite le ventre frappé rend un son à peu-près semblable à celui d'un tambour; les parois de l'estomac & celles des intestins sont devenuës extremement minces, & elles sont fort tenduës par l'air qu'elles renferment. Ces visceres sont donc semblables alors à une espece de tambour, ou plûtôt à ces vessies de porc que les enfans remplissent d'air. Or ces vessies frappées rendent

dent un son, l'estomac & les intestins frappés doivent donc en rendre un aussi.

Dans l'Hydropisie Tympanite les malades ne ressentent point de douleur dans le ventre, comme ceux qui ont une colique venteuse; c'est que dans l'Hydropisie Tympanite les membranes de l'estomac & des intestins sont étenduës au point que le cours des esprits y doit être intercepté ; de sorte que les impressions des objets sur ces membanes ne peuvent être transmises jusqu'au cerveau pour que l'ame s'en apperçoive. Il n'en est pas de même dans la colique venteuse où les membranes de l'estomac & des intestins sont incomparablement moins étenduës; par consequent le cours des esprits y peut être encore assez libre pour que les impressions des objets soient portées jusqu'au cerveau & qu'elles y excitent le sentiment de douleur.

De ce que l'air enfermé dans la cavité de l'estomac & des intestins est la cause de l'Hydropisie Tympanite, il est clair que pour la guerir on ne doit point avoir recours à l'opération de la paracenthese ; car par la ponction on pourroit perc r les intestins; d'où il pourroit resulter un épanchement dans la capacité du ventre, de matieres soit nourricieres, soit excrementeuses ou bien de l'air, qui sont contenus dans leur cavité. Or les matieres épanchées dans cette capacité y sejournant se corromproient & ne manqueroient pas de causer la gangrene & par consequent la mort du malade ; & quand il n'y auroit que l'air, qui s'échappât dans la même capacité, ne pourroit-il pas s'y en accumuler

assez

assez pour comprimer les parties, principalement l'intestin percé, empêcher leurs fonctions & consequemment causer aussi la mort dans la suite.

Enfin l'Hydropisie Tympanite est pour l'ordinaire mortelle, parce que cette maladie consistant dans une dilatation demesurée des membranes de l'estomac & des intestins, ces visceres ont perdu la plus grande partie de leur ressort. Ils ne peuvent donc se contracter que fort foiblement, ni par consequent exercer leurs fonctions que fort imparfaitement, d'autant que c'est par leur contraction qu'ils les accomplissent. Or ces fonctions sont absolument necessaires à la vie.

REMARQUES SUR UN PARADOXE DES EFFECTIONS GEOMETRIQUES.

Par M. ROLLE.

* LA Regle que j'ai donnée dans les Memoires de 1711. pag. 113. & 114. n'est pas exempte de paradoxe. Il suit de cette regle qu'une portion de Courbe aussi petite qu'on voudra & par tout cave vers son axe generateur, se peut couper ou être touchée par autant de Courbes qu'on voudra & en autant de points qu'on voudra: de maniere que toutes ces Courbes soient caves vers.

* 12 Juillet 1713.

vers ce même axe dans l'étenduë qui renferme tous ces points; & que toutes leurs appliquées soient de celles qui vont toûjours en augmentant ou toûjours en diminuant dans une suite non interrompuë, le long de cette étenduë. En cela, il n'y a rien qui révolte la Raison, mais quand on compare les Lunules qui se forment des rencontres de toutes ces Courbes, aux portions de ces mêmes Courbes, qui sont comprises entre le premier & le dernier point de rencontre, on ne laisse pas de trouver une espece de paradoxe dans un changement de cavitez relatives qui arrive à ces Lunules.

Pour mieux marquer en quoi consiste ce paradoxe, & pour en donner les premiers éclaircissemens; j'ai fait deux sortes de Remarques. Les unes ne regardent que des Courbes du premier genre, & les autres sont prises des Courbes de tout genre. On les peut voir ces Remarques dans le Memoire de 1711. pag. 117. & *suivantes*. Mais l'on y peut voir aussi qu'elles demandent des explications, & c'est pour ce premier besoin que j'ai fait d'autres Remarques que l'on va voir ici. Ensuite viendront les preuves.

Sur les Courbes du premier Genre.

REMARQUE I. Lorsque les racines d'une égalité du 4e. degré sont toutes réelles & positives, elle est toûjours un cas de celle qui est ici en *A*.

$$A \ldots x^4 - ax^3 + bxx - cx + d = 0.$$

Et si dans le dessein de la construire, on prend

prend pour le premier lieu $xx = by$; on a d'abord pour le second lieu ou une Ellipse ou une hyperbole :

Quand on ne fait la substitution que dans les deux premiers termes de A, on a le lieu à l'Ellipse marqué B.

$$B \ldots bbyy - abyx + bxx - cx + d = 0.$$

Et quand on substitue dans les trois premiers termes, on a le lieu à l'hyperbole marqué C.

$$C \ldots bbyy - abyx + bby - cx + d = 0.$$

En construisant l'Ellipse de B, l'hyperbole de C & la parabole de $xx = by$, sur un même axe & une même origine les trois Courbes se rencontreront en autant de points qu'il y aura de differentes racines dans A. Mais si ces racines sont toutes réelles, toutes positives ou toutes negatives ; & si avec cela elles sont toutes inégales entr'elles ; alors, on verra que les trois Courbes seront caves vers l'axe des y dans l'intervale des quatre points d'intersection. C'est ce qu'il faut expliquer pour préparer & conduire à l'intelligence du paradoxe en question.

Eclaircissemens & Preuves.

Si l'on prend 1, 2, 3, 4, & si l'on en fait les racines d'une égalité du 4e. degré, cette égalité sera comme on le voit en D.

$$D \, . \, x^4 - 10x^3 + 35xx - 50x + 24 = 0.$$

Et comparant cette égalité D à l'égalité A, on aura

$a =$

$a=10.\ b=35.\ c=50$ & $d=24$.

Substituant ces valeurs dans B & dans C, on aura les lieux particuliers E, G.

$E..yy-10yx+35xx-50x+24=0.$

$G..yy-10yx+35y-50x+24=0.$

En cela je prens $b=1$ pour déterminer $xx=by$, alors on aura $xx=y$.

Construisant le lieu $xx=y$ avec le lieu E sur un même axe & une même origine, la parabole coupera l'Ellipse en quatre points dans le sens marqué par Fig. 1. où l'on peut voir que cette parabole entre dans cette Ellipse au point A: Qu'elle en sort au point B: Qu'elle y rentre au point D, & qu'elle en sort de nouveau au point E pour continuer son chemin vers L.

Construisant aussi le lieu $xx=y$ avec le lieu G sur un même axe & une même origine, on verra que l'hyperbole coupe la parabole en quatre points comme en Fig. 2. Que cette hyperbole entre dans l'espace parabolique au point A: Qu'elle en sort pour la premiere fois au point B: Que sa seconde immersion se fait au point D: Que sa seconde sortie se fait en E, & qu'elle continuë son chemin vers δ.

Comme ces Courbes ont été fort examinées & sont aussi fort connuës, on verra d'abord que les quatre intersections forment trois Lunules: Que la premiere est terminée par le point A & par le point B; la seconde par les points B & D, & la troisiéme par D & par E.

On verra aussi que dans la Fig. 2. par exemple, la parabole est plus cave que l'hyper-

perbole dans la premiere Lunule : Qu'elle est moins cave que l'hyperbole dans la seconde Lunule, & qu'elle se trouve plus cave que l'hyperbole dans la troisiéme Lunule. Et comparant la parabole à l'Ellipse dans Fig. 1. on verra une semblable suite alternative du plus & du moins cave. En cela il ne paroît point de difficulté. Car menant une droite par les deux points qui terminent une Lunule, il paroît évident que le segment de Courbe le plus cave est celui qui s'éloigne le plus de cette droite. Mais les portions entieres de la parabole, de l'Ellipse & de l'hyperbole comprises entre le point *A* & le point *E* sont par-tout caves vers l'axe des *y*. Et comme ces portions renferment les Lunules où le cave reçoit le plus & le moins, il est bon de s'assûrer de la cavité de ces mêmes portions vers cet axe.

Pour cela, il me paroît qu'il faut donner ici une partie du calcul qui sert à la generation des trois Courbes.

Axe	Parabole ...	Hyperbole ..	Ellipse.
$y=\theta$. donne	$x=\theta$.....	$x=-\frac{12}{25}$.....	x. imaginaire.
$y=1$......	$x=1$....	$x=1$.....	$x=1$.
$y=4$.....	$x=2$.....	$x=2$.....	$x=2$.
$y=9$.....	$x=3$.....	$x=3$.....	$x=3$.
$y=16$....	$x=4$.....	$x=4$ ...	$x=4$.
$y=100$...	$x=10$....	$x=12\frac{154}{275}$.	x. imaginaire.

Ainsi l'on voit que l'intervalle où les Courbes

bes se rencontrent est terminé d'un côté par $x=1$ & de l'autre par $x=4$. Et comme l'on a des regles fort précises pour s'assûrer que dans cet intervalle il n'y a aucun *Maximum*, on peut déja voir que les appliquées vont en augmentant & dans une suite non interrompuë le long de cet intervalle.

On sait aussi que dans les Courbes du premier genre, il n'y a jamais de points d'inflexion ni aucun de ceux qu'on appelle de rebroussement & recourbement, ainsi l'on pourra s'assûrer de la cavité des portions totales *AE*, vers l'axe des *y* par le moyen de la petite regle qui prescrit de prendre des abscisses en progression arithmetique & de les comparer à leurs appliquées. Nous avons ici $x=1$, $x=2$, $x=3$, $x=4$, qui sont quatre abscisses de l'axe des *x* & qui sont aussi en progression arithmetique. Si l'on prend les trois premieres $x=1$. $x=2$. $x=3$. on a vû que leurs appliquées sont $y=1$. $y=4$. & $y=9$. On voit aussi que la somme des extrêmes $1+9$ surpasse 8 double de la moyenne, ainsi l'on peut conclure suivant la regle que la portion *AE* de chaque Courbe est convexe vers l'axe des *x* & que par consequent elle est cave vers l'axe des *y*.

En prenant les trois dernieres $y=2$. $x=3$. $x=4$. leurs appliquées seront $y=4$. $y=9$. $y=16$ dont la somme des extrêmes surpasse le double de la moyenne. Donc selon la regle, la Courbe est convexe vers l'axe des *x* & cave vers l'axe des *y*.

D'où il suit par la même regle que les trois Courbes sont caves vers l'axe des *y*; depuis $x=1$. jusqu'à $x=4$, c'est-à-dire, dans toute

toute l'étenduë de l'intervalle dans lequel se font les quatre intersections de ces Courbes Fig. 1. & 2. On a vû aussi que les appliquées vont toûjours en augmentant le long de cet intervalle, & que leur suite n'est point rompuë.

Mais l'on a encore pû voir par les portiuncules qui forment les Lunules que chacune des trois courbes est tantôt plus cave & tantôt moins cave que les deux autres Courbes dans ce même intervalle, & rappellant ici la premiere idée que j'ai donnée du paradoxe dont il s'agit, on voit en quel sens deux Courbes qui se couperoient en mille en un point avec les trois conditions ci-dessus marquées, formeroient mille Lunules où chacune des Courbes seroit alternativement plus & moins cave que l'autre Courbe dans l'intervalle qui renferme tous ces points, quoique chacune de ces Courbes prise à part soit par tout cave vers l'axe generateur commun à l'une & à l'autre; quoique leurs appliquées soient de celles qui vont toûjours en augmentant; quoique ces appliquées soient d'une suite continuë. Ainsi cette espece d'uniformité du cave dans les portions entieres, & le changement du cave dans les Lunules contribuent de quelque chose à fixer l'idée du paradoxe & serviroient en quelque maniere à l'expliquer, mais avant que d'en venir-là, il est bon de marquer d'autres faits.

Que les trois Courbes se coupent ici sans se toucher, cela est si facile à voir par les tangentes, qu'il seroit inutile de s'y arrêter.

En

En poussant le calcul un peu davantage que je ne l'ai fait ici, on verroit comment le côté de l'Ellipse marqué *tVNI*, Fig. 1. se trouve entre l'axe des *y* & le côté de la parabole qui est coupé par cette Ellipse, & l'on verroit aussi la détermination de son grand diametre de *r* vers *S* par les formules de la transposition des axes. On peut trouver par les mêmes formules le sommet de l'hyperbole Fig. 2. & celui de son opposée, & il est d'ailleurs facile de voir comment cette hyperbole coupe l'axe des *y* au point *C*, pour s'approcher de son asymptote *λM*. &c. Je laisse de semblables recherches; parce qu'il m'a paru qu'elles seroient inutiles au dessein de ce Memoire, après le détail que l'on vient de voir ici.

En prenant les trois Courbes deux à deux, on peut faire trois constructions pour éviter la confusion des segmens curvilignes dans les Lunules, mais j'ai crû qu'il suffisoit d'en donner deux, pour marquer les cavités relatives de ces segmens, & que cela designe assez celles qui se forment en construisant l'hyperbole & l'Ellipse sur un même axe & une même origine.

REMARQUE III. De tout ce que je viens de dire, & de la theorie des Effections Geometriques, on peut voir que si l'on construit sur un même axe & une même origine le lieu $xx = y$ avec les lieux *E*, *G*, leurs trois Courbes se couperont en quatre points; qu'elles seront caves vers l'axe des *y* dans l'intervale de ces points, & que leurs appliquées augmenteront toûjours sans interruption le long de cet intervale.

En

En combinant les lieux $xx=y$, E, G, on aura autant d'autres Ellipses & d'autres hyperboles qu'on voudra qui étant construites sur l'origine O & sur l'axe des y couperont les precedentes & la parabole aussi, dans les quatre points A, B, D, E, & chacune y coupera aussi toutes les autres : de maniere que toutes ces Courbes se trouveront caves vers l'axe des y dans l'intervale de tous ces points. Quelques-unes des combinaisons ne donneront que des lignes droites ; mais il y en a peu de cette sorte, & il est facile de les reconnoître. Il est facile aussi d'éviter celles qui ne donnent que des lieux imaginaires.

Cette infinité de Courbes resulte de $b=1$. & des quatre racines 1, 2, 3, 4, ainsi, un changement si grand ou si petit qu'on voudra dans la valeur de b ou dans les racines, donnera une autre infinité de Courbes ; de maniere qu'en prenant successivement tous les nombres pour b sans changer les racines, on concevra une infinité d'infinités de Courbes du premier genre qui s'entrecouperont aux mêmes points A, B, D, E, & seront toutes caves vers l'axe des y.

Si l'on fait du changement aux racines, il est évident que les Courbes se rencontreront en d'autres points. De-là d'autres exemples, d'ailleurs semblables aux precedens, & dont la multiplicité me paroît inexprimable. Entre tous ces exemples les plus simples seroient ceux que donneroient les quatre racines 0. 1, 2, 3. Mais alors le somme de la parabole seroit un des points de rencontre.

Com-

Comme l'on peut prendre une portion de parabole auſſi petite qu'on voudra & prendre auſſi quatre appliquées de cette portion pour les introduire dans une égalité du 4e. degré, on peut par conſequent trouver autant de Courbes du premier genre que l'on voudra, qui couperont cette portion en quatre points; & ſi elle eſt par-tout cave vers ſon axe generateur, toutes ces Courbes ſe trouveront caves vers ce même axe dans l'intervale de tous ces points. Cela me paroît évident après ce qui a été dit ici, & d'ailleurs il faut menager l'étenduë qui m'eſt donnée pour les Remarques qui regardent les Courbes de tous les genres & qui doivent ſervir à l'éclairciſſement du paradoxe en queſtion.

Sur les Courbes de tout genre.

Entre les Courbes qui ſont au delà du premier genre, je n'en vois pas de plus ſimple que la parabole $x^3 = y$. Elle eſt commode pour quantité de conſtructions & convient à mon ſujet. Car ſi l'on prend cette parabole pour le premier lieu d'une égalité dont toutes les racines ſont poſitives, alors toutes ces racines ſe trouveront dans un de ſes rameaux, & les Courbes ſeront caves d'un même côté dans l'intervale des points de rencontre. Mais en cela il n'y a pas beaucoup d'exemples où l'on puiſſe faire que le ſecond lieu ſoit du premier genre. On aura un indice de la difficulté en rappellant ici l'égalité marquée *D*.

D. $x^4 - 10x^3 + 35xx - 50x + 24 = 0$.

Le premier lieu étant $x^3=y$, on aura le second lieu F,

F: $yx-10y+35xx-50x+24=0$.

Construisant l'hyperbole que donne ce lieu avec la parabole $x^3=y$ sur un même axe & une même origine, une des branches de cette parabole sera coupée en 4. points par un rameau de l'hyperbole, & ce rameau avec cette branche se trouveront par tout caves vers l'axe des y dans l'intervale de ces quatre points. On verra aussi que les appliquées vont en augmentant dans une suite non interrompuë le long de cet intervale.

En prenant $x^3=fy$ pour le premier lieu de D, l'hyperbole du second lieu changera à mesure qu'on changera la valeur de f. De-là une infinité d'hyperboles telles que chacune coupe toutes les autres & coupe aussi la parabole dans les quatre mêmes points aux mêmes conditions que dessus.

Multipliant D par $xx+10x-75$, & prenant $x^3=fy$ pour le premier lieu, la varieté de f fournira une autre suite infinie d'hyperboles qui couperont une des branches de la parabole en cinq points, qui seront par tout caves vers l'axe de y, & qui couperont encore cette parabole en un point au-dessus de l'inflexion, pour la racine -15.

Mais si l'on multiplie l'égalité D par $xx+10x+65$, Et si l'on prend $x^3=fy$ pour le premier lieu pour avoir un cercle dans le second lieu, alors, il faut faire $f=\sqrt{1799}$, & le cercle ne coupera qu'en quatre points une des branches de la parabole.

Ainsi,

Ainsi, dans le dessein qu'un des lieux soit toûjours du premier genre pour la construction d'une égalité quelconque, & pour avoir des points de rencontre autant qu'on en voudra, ce ne seroit que rarement un avantage de prendre les premiers lieux au-delà du second degré. Si l'on prend la voye des indeterminées & des problêmes auxiliaires dont j'ai parlé dans les Memoires de 1708. pag. 462. on trouvera des exemples du paradoxe dont les lieux seront plus simples dans le degré & plus composés dans les coëfficiens, (le nombre des points étant le même) que par la voye ordinaire que j'ai entrepris de perfectionner dans les Memoires de 1711. Mais je suis obligé de suivre ici cette voye ordinaire, & il me paroît qu'il vaut mieux pour ce dessein, de prendre les premiers lieux du premier genre, & c'est aussi ce que j'ai fait pour former deux suites infinies d'exemples qui serviront à l'explication du paradoxe dont il s'agit, comme on l'a pû voir par les deux Projets inserez dans les Memoires de 1711. pag. 120. Je les repeterai ici, puisqu'il faut les éclaircir, & prouver les veritez qu'ils renferment.

PREMIER PROJET. Si l'on forme une égalité d'autant de racines qu'on voudra, toutes réelles & toutes positives, aussi grandes & aussi petites qu'on voudra; & si l'on prend la parabole $xx = ay$ pour le premier lieu de cette égalité; alors la Courbe du second lieu rencontrera cette parabole en autant de points qu'il y a de differentes racines, & les deux Courbes se trouveront caves vers l'axe des y dans l'intervalle qui renferme

ferme tous ces points. Les appliquées de cet intervalle iront toûjours en augmentant, & leur ſuite ne ſera point rompuë.

SECOND PROJET. L'égalité propoſée étant formée comme dans le premier Projet; ſi l'on prend $xx = yy = ff$ pour le premier lieu, & ſi l'on donne au rayon f une valeur qui ſurpaſſe la plus grande racine de la propoſée; alors le cercle rencontrera la Courbe du ſecond lieu en deux fois autant de points qu'on aura mis de differentes racines dans la propoſée, toutes les rencontres ſe feront dans un demi-cercle, & la Courbe du ſecond lieu ſe trouvera cave le long de l'intervalle où ſe font ces rencontres, dans le ſens que ce demi-cercle eſt cave vers le diametre qui le termine.

Dans ces deux Projets les Courbes ne ſe rencontreront que de trois manieres; elles ſe couperont & auront diverſes tangentes dans chaque point que déterminent les racines inégales de la propoſée; elles ſe couperont & auront une même tangente dans chaque point qui eſt déterminé par des racines égales dont la multitude eſt exprimée par un nombre impair. Elles ſe toucheront & auront une même tangente dans chaque point que déterminent les racines égales dont la multiplicité eſt de nombre pair.

Si l'on fait dans le ſecond Projet que le rayon f ſoit plus petit qu'une des racines; alors cette racine ni toutes celles qui ſurpaſſent ne ſe trouveront pas dans la conſtruction.

Et ſi l'on fait que le rayon ſoit égal à une des racines laquelle on voudra; cette racine

racine ſe trouvera dans la conſtruction; mais les Courbes ſe toucheront & auront même tangente au point qu'elle détermine; ſoit que cette racine ait ſon égale ou non dans la propoſée.

Je ſuppoſe dans ces deux Projets, qu'en formant le ſecond lieu, on ait ſoin de pouſſer les ſubſtitutions juſqu'à ce que l'inconnuë de la propoſée ne ſe trouve qu'au premier degré dans le ſecond lieu.

On peut démontrer l'un & l'autre Projet en deux manieres. La premiere ſuppoſe que l'on ait l'image des Courbes, ainſi elle demande que les exemples ſoient pris un à un: la ſeconde maniere détermine tout ce qui eſt neceſſaire de cette image des Courbes pour la démonſtration generale des deux Projets, ſans obliger de tracer ces Courbes, ſi ce n'eſt en deux ou trois exemples pour ſoutenir l'eſprit dans ſes abſtractions. Je ne me propoſe dans ce premier Memoire que la premiere maniere de démontrer, & comme il ne peut pas avoir l'étenduë qui ſeroit neceſſaire en cela pour ces deux Projets, je me ſuis déterminé au ſecond; parce que les preuves qu'il demande portent avec elles preſque tout ce qui doit ſervir à la démonſtration du premier Projet.

On a encore un avantage dans le ſecond Projet. Car l'on ſait que la courbure d'un cercle eſt par-tout très-uniforme. D'où il ſuit que les changemens de courbure qui ſont neceſſaires pour former les Lunules ne peuvent être attribués qu'à la Courbe du ſecond lieu dans chaque Exemple. Ce qui facilite

cilite l'explication du paradoxe dans ce Projet.

Les proposées qui se presentent les premieres ici, sont des égalitez du second degré, mais elles sont trop simples pour s'y arrêter. Ce qui m'a déterminé à prendre pour mon premier Exemple, une égalité du troisiéme degré.

PREMIER EXEMPLE.

La proposée est celle qu'on voit ici en *A*

$$A \ldots x^3 - 6xx + 11x - 6 = 0,$$

dont les racines sont 1, 2, 3.

Le premier lieu soit $D.\ xx + yy = 10.$ alors on aura le second lieu *E*, dont la courbe est celle de Fig. 3.

$$E \ldots x = \frac{6yy - 66.}{yy - 21}$$

Construisant ce lieu *E* avec le lieu au cercle marqué *D* sur un même axe & une même origine, les Courbes se couperont en six points, & seront caves vers l'axe des *y* dans l'intervale de tous ces points. Mais des six appliquées à cet axe, il n'y en a que trois qui vont en augmentant, & les trois autres vont en diminuant.

Pour expliquer & pour démontrer les cavités dans cet Exemple, d'une maniere qui puisse servir à tous les Exemples du second Projet, il faut deux sortes de calcul : l'un regarde les deux Courbes, & l'autre le second lieu seulement.

Il suffira pour le premier calcul de donner ici les valeurs qui suivent.

Ab-

Abſciſſes	Appliq. de D	Appliq. de E.
$y=\theta$	$x=\pm\sqrt[2]{10}$	$x=3\frac{1}{7}$.
$y=\pm 1$	$x=\pm 3$	$x=3$.
$y=\pm\sqrt{6}$	$x=\pm 2$	$x=2$.
$y=\pm 3$	$x=\pm 1$	$x=1$.
$y=\pm\sqrt[2]{10}$	$x=\theta$	$x=\frac{6}{10}$.

Comme le ſecond calcul doit fournir les principales déterminations de la Courbe du ſecond lieu déſignée par Fig. 3. Et comme il ſuffit d'avoir celles qui contribuent à la démonſtration des cavités pour le paradoxe; on peut ſe contenter des valeurs que l'on va voir ici, ſachant que l'axe des y eſt BOL & que l'origine eſt au point O.

$y=\pm\sqrt{11}$ donne les points A & I, où la Courbe coupe cet axe.

$y=\mp\sqrt{21}$ donne les points K, & V, & pour chacun on a x infini, c'eſt-à-dire, l'aſymptote MKH & l'aſymptote GVP.

$y=\pm 4$ donne $x=-6$ qui marque l'uſage de ces deux aſymptotes & leur direction, l'un de K vers H & l'autre de V vers P.

$y=\pm\sqrt{22}$ donne $x=66$. ainſi l'un de ces aſymptotes paſſe encore de K vers M & l'autre de V vers G. On voit par ces dernieres déterminations que chacun eſt pour deux rameaux infinis.

$x=6$ donne $y=\pm\sqrt[2]{\infty}$ pour l'aſymp-

 tote

tote *MG* parallele à *BL* & commun aux rameaux *NR*, *δλ*.

La Courbe n'a aucun *Minimum* & n'a que le ſeul *Maximum* *OF* que donne $x = 3\frac{1}{7}$.

La tangente au point *F* eſt parallele à l'axe *BL*, & dans cet Exemple comme dans tous les autres du ſecond Projet, toutes les appliquées font un angle droit avec leur axe generateur.

Le premier Calcul avec le ſecond fourniſſent une image de la Courbe qui ſuffira avec des raiſons pour prouver que la portion *AFI* eſt coupée en ſix points par le demi-Cercle, & qu'elle eſt par-tout cave vers l'axe des *y* dans l'intervalle de ces ſix points. Pour les Interſections il ne faut pour s'en aſſûrer que le premier Calcul & quelque connoiſſance des Tangentes. Mais pour démontrer les Cavitez, je me ſers des Propoſitions ſuivantes.

PROPOSITION I. Si une portion de Courbe *AFI* terminée par une droite *AI* qui fait partie de ſon axe generateur *BL*, Fig. 3. ſi les appliquées à cet axe vont toûjours en diminuant depuis le point *O* juſqu'au point *A*, & depuis le même *O* juſqu'en *I*; & ſi une ligne droite placée en tout ſens ſur cette portion *AFI* ne peut la couper en plus de deux points: alors, je ſuppoſe que cette même portion *AFI* eſt par-tout cave vers la droite *AI*; Que le Circuit *AF* eſt partout cave vers la droite *AO* & vers *OF*, & que le Circuit *FI* eſt auſſi par-tout vers les droites *AI*, *OF*.

Ainſi, je ne donne pour premiere Propoſition qu'une hypotheſe, mais cette hypotheſe

eſt

eſt très-conforme à la notion ordinaire des Cavitez. A cela je pourrois ajoûter que les appliquées de l'axe des x, OF, vont toûjours en augmentant depuis le point F jusqu'au point A, & depuis F jusqu'en I; puiſqu'il n'y a ni *Maximum* ni *Minimum* ſur cet axe.

PROPOSITION II. Il eſt impoſſible qu'une ligne Courbe ſoit coupée ni touchée par une ligne droite, en plus de points qu'il n'y a de dimenſions dans le lieu qui renferme cette Courbe.

Cette Propoſition eſt reçûë par de ſavans Geometres, & même ils en ont parlé comme d'un Axiome. Ainſi, il n'eſt pas neceſſaire de donner ici le détail des preuves. Je dirai ſeulement que l'on peut la démontrer par les formules generales de la Tranſpoſition des Axes. On peut auſſi en donner la Démonſtration par le moyen du lieu indéterminé $rx = ay + mr$ qui exprime toutes les poſitions d'une ligne droite dans le plan d'une Courbe quelconque. Car en le comparant au lieu de cette Courbe pour faire évanouïr x ou y, il eſt évident que le nombre des dimenſions de la réduite ne ſurpaſſera jamais le nombre des dimenſions du lieu de cette même Courbe; & comme les racines de cette réduite déterminent tous les points où la droite rencontre la Courbe à chaque fois que l'on prend arbitrairement des valeurs connuës pour a, m, r, on voit que le nombre de ces points ne ſurpaſſera jamais le nombre des dimenſions du lieu qui exprime la Courbe, puiſque le nombre de

ces racines ne surpasse jamais le nombre de ces dimensions.

PROPOSITION III. Il n'est pas possible qu'une ligne droite coupe la portion *AFI* en plus de deux points. Car la droite seroit parallele à l'axe *OE*, ou à l'axe *BL*, Fig. 3. ou se confondroit avec l'un des deux, ou bien elle seroit oblique à l'un & à l'autre.

Il est évident par la generation de la Courbe que l'axe *OE* & toute droite qui lui est parallele ne peut couper la portion *AFI* qu'en un point. Il est encore clair par la même generation que chaque droite parallele à l'axe *BL* ne peut pas couper cette portion *AFI* en plus de deux points. Mais il faut démontrer qu'elle ne peut pas être coupée en plus de deux points par aucune droite oblique aux axes.

Pour cela, supposons qu'une droite coupant la portion *AFI*, Fig. 3. coupe aussi l'axe *BL*, & que ces deux lignes font des angles obliques au point de leur intersection. Alors cette droite coupera l'axe *EO* & l'asymptote *MG* qui lui est parallele: Elle coupera aussi les deux asymptotes *MH*, *GP* paralleles à *BL*. Tout cela suit d'*Euclide* & du dernier Calcul. Donc la même droite coupera un des quatre rameaux asymptotiques $\delta\varphi$, $\delta\lambda$; *NS*, *NR*. Donc une droite oblique à l'axe *BL*, coupant la portion *AFI*, coupera encore la Courbe en un point qui est hors de cette portion. Donc dans la supposition que cette droite coupe cette portion en plus de deux points, elle coupera

pera la Courbe entiere en plus de trois points. Mais le lieu *E* qui exprime cette Courbe n'a que trois dimensions; donc cette Courbe ne peut pas être coupée par une droite en plus de trois points, par Prop. 1.

Donc, il n'est pas possible qu'une droite coupe la portion *AFI* en plus de deux points.

COROLLAIRE. De-là il suit qu'une droite ne peut pas couper en plus de deux points, la demi-portion *AF* ni son égale & semblable *FI*.

PROPOSITION IV. La portion *AFI*, (de la Courbe du second lieu *E*, Fig. 3.) est par-tout cave vers *AI*, qui fait partie de l'axe *BL*.

Car cette portion ne pouvant pas être coupée en plus de deux points par une droite, elle est alors par-tout cave vers *AI*, suivant la Propos. 2.

Or cette portion ne peut pas être coupée en plus de deux points par une ligne droite selon la 3e. Proposition. Donc elle est partout Cave vers *AI*. Ce qu'il falloit, &c.

COROLLAIRE. Il suit de cette 4e. Proposition & du Corollaire de la 3e. que chaque demi-portion *AF*, *FI*, prise séparément, est par-tout cave vers *OF* & vers *AI*.

REMARQUES. Pour aider la raison par les sens, j'ai réduit la portion *AFI* de Fig. 3. à celle qui est marquée *MEDBKZRδN* dans la Fig. 4. avec le demi-cercle *GEDBZRδH* que fournit le premier lieu *D*. Où l'on peut voir que les six intersections de ces deux Courbes se font aux six points *E*, *D*, *B*, *Z*, *R*, *δ*, & que les racines

 de

de la Proposée sont FE, CD, AB, répetées en VZ, RS, $\lambda\delta$.

On y peut voir aussi que la Courbe entre dans le demi cercle au point E, qu'elle en sort au point D, qu'elle y rentre au point B. Ainsi de suite alternativement jusqu'au point δ, où elle en sort pour n'y plus entrer & pour continuer son chemin vers N.

De la Définition du Cercle, de ces entrées, de ces sorties, & de la cavité déja prouvée ; on peut conclure que la Courbe du second lieu est moins cave que le Cercle dans la Lunule que terminent les points E, D; qu'elle est plus cave que le Cercle dans la Lunule de D, B; ainsi de suite du moins cave au plus cave jusqu'à la Lunule $R\delta$.

Si l'on prend la voye des Développées pour avoir une idée plus précise des Curvitez de la Courbe dans chaque Lunule & dans chaque point d'intersection, il suffira de faire quelque Calcul pour les rayons de la développée de cette Courbe ; puisque le rayon de la développée d'un Cercle est toûjours égal au rayon qui est propre à ce même Cercle.

Comme la Démonstration précedente & ces Remarques s'appliquent aisément à tous les Exemples du second Projet, quand on a l'image de la Courbe du second lieu ; j'insisterai peu sur les deux Exemples suivans, & j'y suis encore obligé, parce que j'approche du terme où je dois finir ce Memoire.

SE-

SECOND EXEMPLE.

La Proposée est l'égalité G.

$$G \ldots x^4 - 10x^3 + 35xx - 50x + 24 = 0.$$

C'est la même que l'égalité D des premiers Exemples, mais le premier lieu est ici le lieu L. $xx + yy = 16$. Ainsi l'on aura le second lieu T. $xx = \frac{y^4 - 67yy + 840}{210 - 10yy}$ dont la Courbe est désignée par la Fig. 5.

Construisant le Cercle que fournit le premier lieu sur l'origine O & sur l'axe DC, il rencontrera en sept points la portion du second lieu marquées AFI. Ce Cercle touchera cette portion au point F sans la couper, & donnera en ce point OF pour la racine 4 de G qui est égale au rayon du même Cercle. Il coupera en trois points la demi-portion AF pour les trois racines 1, 2, 3 de G, & encore en trois points la demi-portion FI pour ces mêmes racines.

La Démonstration des Cavitez s'abrege lorsque la Proposée est de degré pair; & c'en est ici un exemple. Aussi peut-on voir par la generation même de la Courbe, que les quatre racines du Numerateur de T donnent les quatre points où l'axe DC coupe la Courbe; c'est-à-dire, que cet axe la coupe en autant de points qu'il y a de dimensions dans le lieu T. Ce qui fournit un abregement. On peut encore voir que les deux racines du dénominateur donnent les deux asymptotes KH, VP, &c.

REMARQUE. Si l'on resout analytique-

 ment

ment le Problême des lieux. Et si l'on se détermine à faire évanouïr y, alors, on ne trouvera point de racines égales dans la réduite. Mais en faisant la substitution retrograde, on verra que la résultante de L renferme deux racines égales de y par $x=4$. On trouvera aussi des racines égales de y dans la réduite des lieux & sans substitution retrograde si l'on fait évanouïr x, & que la multitude de ces égales est de nombre pair; ainsi, l'on pourra se servir de l'Analyse pour expliquer l'attouchement des Courbes au point F, quoi-que la Proposée n'ait que des racines inégales. Le semblable arrive dans tous les Exemples du second Projet, lorsque le rayon du Cercle est égal à une des racines de la Proposée.

TROISIEME EXEMPLE.

La Proposée est B.

$$B \ldots x^5 - 8x^4 + 24x^3 - 34xx + 23x - 6 = 0.$$

Le premier lieu est S. $xx + yy = 10$. Ainsi le second lieu est celui qu'on voit en D.

$$D \ldots x = \frac{8y^4 - 194yy + 1146}{y^4 - 44yy + 363}$$

Les quatre racines du Numerateur de D donnent les quatre points M, A, I, N, où la Courbe coupe l'axe TH, Fig. 6.

Le quatre racines du Dénominateur donnent les quatre points T, K, V, H, pour les quatre asymptotes perpendiculaires à cet axe TH.

$x=8$

$x=8$ donne l'aſymptote GP parallele au même axe.

Ainſi, l'on peut prouver comme dans l'Exemple du 3e. degré, que dans celui-ci la portion AFI eſt par-tout cave vers la droite AI; que chaque demi-portion AF, FI eſt par-tout cave auſſi, vers cette droite AI, & encore vers OF.

En conſtruiſant le lieu D avec le lieu S ſur un même axe & une même origine, la portion ne rencontrera le Cercle qu'en ſix points. Cette portion la coupe en deux points, un de chaque côté de OF, pour $x=3$ racine de B. Elle le coupe en deux autres points pour la racine $x=2$.

Mais elle coupe & touche ce Cercle en deux autres points pour $x=1$ qui eſt une des trois racines égales de la propoſée B. Ainſi le Cercle & la portion AFI ſont d'égale courbure dans ces deux points.

REMARQUE I. Il eſt clair par l'énoncé des deux Projets que l'on peut avoir aiſément autant d'Exemples qu'on voudra pour chacun de ces Projets, & faire auſſi que dans chaque Exemple il y ait des points autant qu'on voudra où les deux Courbes ſe touchent en ſe coupant. Mais ſi l'on vouloit les Exemples les plus ſimples de cette ſorte, pour l'un & pour l'autre Projet, on peut ſe ſervir d'une Remarque que j'ai donnée dans les Mémoires de 1709. page 435. C'eſt ſous l'indice de 1°. de cette Remarque que ſe trouve la maniere de former ces Exemples: Ce qui ſuit au même endroit ſous l'indice de 2°. ne regarde pas les deux Projets dont il eſt ici queſtion. Et même l'on y peut

peut voir qu'il y a des Exemples où deux rameaux se touchent sans se couper, quoique la Proposée n'ait point de racines égales, & que les racines égales d'une des réduites soient en nombre impair (page 437.) Pour s'assûrer de l'attouchement de ces rameaux il est bon de rappeller la regle qui est dans la page 431. de ces Memoires. Par exemple si la Proposée est $x^4 - 2a^3x + a^4 = \theta$ & le premier lieu $yxx + a^3 = aax$, alors le second lieu le plus simple est $axx - 2aax + a^3 = 2yyx - ayy$. Construisant ces lieux sur un même axe & une même origine, alors un des rameaux du second lieu touche un des rameaux du premier lieu au point que donnent $x = a$ & $y = \theta$, quoique la Proposée n'ait point de racines égales, & que $x = a$ soit une des trois racines égales de la réduite dont l'inconnuë est x.

REMARQUE II. Une portion de Courbe peut se couper ou être touchée par autant d'autres Courbes qu'on voudra; mais ce n'est pas en cela que consiste le Paradoxe, il ne consiste que dans les cavités sur lesquelles j'ai insisté, & comme il devient plus considerable à mesure que l'on augmente le nombre des points de rencontre, il faut des Exemples plus composés que ceux que l'on a vûs ici pour donner de plus forts indices de ce Paradoxe, & pour préparer à la seconde démonstration. C'est ce qui fera le sujet d'un autre Memoire.

SUR

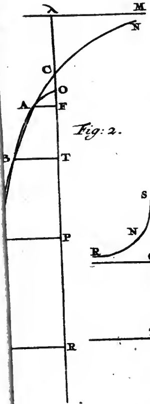


Fig: 2.

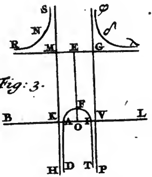


Fig: 3.

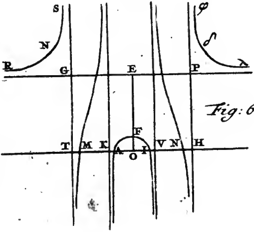
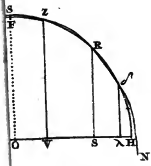


Fig: 6.



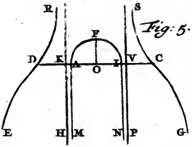


Fig: 5.

SUR UNE OBSERVATION DE M. ROLLE,

Par rapport aux Constructions Geometriques; proposée à l'Academie comme un Paradoxe.

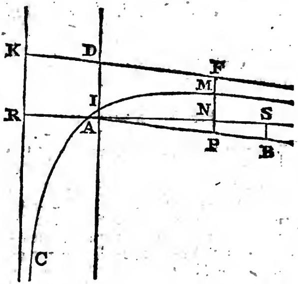
Par M. SAURIN.

* J'AI examiné le Paradoxe que M. *Rolle* proposa la semaine passée, & l'exemple qu'il rapporta pour l'établir. J'ai trouvé l'exemple bon, & le Paradoxe vrai. Quand on répand sur les choses un air de mystere, souvent ce qu'il y a de plus commun paroît surprenant; mais quoique le merveilleux que M. *Rolle* a jetté sur sa découverte s'évanouïsse en partie, lorsque le Paradoxe est bien entendu; ce qui reste ne laisse pas d'être encore digne de remarque.

On sait que deux Sections Coniques peuvent se rencontrer en 4. points, & que ces 4. points peuvent varier à l'Infini par la differente position des deux Courbes: mais je ne sai si l'on avoit encore observé que ces points peuvent se trouver tous quatre d'un même côté par rapport aux axes principaux: c'est ce qu'il y a de singulier dans l'observation de M. *Rolle*, & ce qu'il démontre par l'exemple proposé, dans lequel en effet une portion de la moitié d'une Hyperbole ren-con-

* 19 Juillet 1713.

contre en quatre points la moitié d'une Parabole. Le lieu à l'Hyperbole est $xx - 10xy - 50y + 35x + 24 = 0$; & en voici la construction.



Ayant mené les lignes AD, AS qui font un angle droit, & pris sur AS le point A pour l'origine des coordonnées; sur la même ligne du côté opposé au point S, je prends $AR = 5$, & par le point R je mene l'indéfinie KR parallele à DA. Je mene aussi du point A la droite AB faisant avec AS un angle tel que AS, $SB :: 10 . 1$: je fais $AD = 3$; je mene par le point D la droite indéfinie KF parallele à AB; & ayant pris sur DA, $DL = 3 - \frac{12}{25}$, je décris par le point L, entre les droites KF, KR, comme Asymptotes, l'Hyperbole CLM, & je dis que cette Hyperbole est le lieu requis. Car

Car nommant AP, x; PM, y; & KD, qui eſt connuë, e; l'analogie, AR (5). KD (e)::AP (x). DF, donnera $DF = \frac{ex}{5}$;

& l'on aura KF, ou $KD + DF = e + \frac{ex}{5}$. On a d'ailleurs $FM = FN + NP - PM$ $= 3 + \frac{1}{10}x - y$; Donc $KF \times FM = \overline{e + \frac{ex}{5}}$ $\times \overline{3 + \frac{1}{10}x - y} = 3e + \frac{3ex}{5} + \frac{1}{10}ex + \frac{1}{10} \times \frac{exx}{5}$ $- ey - \frac{exy}{5} = KD \times DL$ (par la proprieté de l'Hyperbole) $= ex \times \overline{3 - \frac{12}{25}}$; ou multipliant par 5, & diviſant par e; $15 + 3x + \frac{5}{10}x$ $+ \frac{1}{10}xx - 5y - xy = 15 - \frac{12}{5}$; & enfin multipliant par 10, & mettant tout d'un côté, $xx - 10xy - 50y + 35x + 24 = 0$: ce qu'il falloit démontrer.

Cette conſtruction poſée; il eſt évident, ainſi que M. *Rolle* l'a montré, que dans l'Equation conſtruite x étant pris $= 1, = 4, = 9, = 16$, donne $y = 1, = 2, = 3, = 4$; que ces quatre points ſont de même dans la moitié d'une Parabole qui auroit pour axe la droite AS, pour ſommet le point A, & pour parametre l'unité; & par conſequent qu'elle ſeroit rencontrée dans ces quatre points par la

la portion de cette moitié d'Hyperbole où se trouvent les mêmes points.

Si la Parabole étant donnée avec les quatre points déja marqués on vouloit trouver le lieu à l'Hyperbole qui passe par ces quatre points, il n'y auroit qu'à prendre l'Equation du lieu cherché en exprimant les quantités qui doivent être constantes par des indéterminées; elles se détermineroient par la substitution des valeurs données de x & de y dans les quatre points, & il viendroit le même lieu que nous avons construit.

Car la moindre attention fait d'abord connoître que l'Hyperbole que l'on cherche, ne peut avoir d'autre position que celle qu'on voit dans la Figure; c'est-à-dire, que le sommet de cette Hyperbole, ne sauroit être au point A qui est le sommet de la Parabole, qu'il en doit être éloigné du côté opposé à S, qu'il ne sauroit être sur la ligne AS prolongée, ni au-dessus; qu'il ne peut être qu'au dessous. La supposant donc dans la position qu'elle a dans la Figure; prenant les droites KF, KR pour ses Asymptotes; & menant la droite AB parallele à l'Asymptote KF; on nommera les constantes, mais indéterminées, AR, r; AD, d; DL, c; & le raport de AS à SB, $\frac{1}{n}$; AP, x: & PM, y; on aura $KD = \frac{1}{n} r \sqrt{n^2+1}$, & $DF = \frac{1}{n} x \sqrt{n^2+1}$; $FM = d + \frac{1}{n} x - y$; &

KD

$$\overline{KD}+\overline{DF}\times FM = \frac{1}{n}r\sqrt{n^2+1}+\frac{1}{n}x\sqrt{n^2+1}$$

$$\times \overline{d+\frac{1}{n}x-y} = \frac{1}{n}dr\sqrt{n^2+1}+\frac{1}{n}dx\sqrt{n^2+1}$$

$$+\frac{rx}{n2}\sqrt{n^2+1}+\frac{xx}{n2}\sqrt{n^2+1}-\frac{1}{n}ry\sqrt{n^2+1}$$

$$-\frac{1}{n}xy\sqrt{n^2+1} = KD\times DL = \frac{1}{n}r\sqrt{n^2+1}$$

$\times c$; ce qui étant divisé par $\sqrt{n^2+1}$, & multiplié par n^2 donne cette Equation, $ndr + ndx + rx + xx - nry - nxy = cnr$; ou $1xx - nxy - nry + ndx + 1rx + ndr - cnr = 0$.

Comme il n'y a dans cette Equation que quatre indéterminées, r, d, c, n; il est évident qu'elles seront déterminées par les quatre égalités que fournira la substitution des valeurs de x & de y données dans les quatre points; d'où naîtra le même lieu que l'on a déja construit.

L'observation de M. *Rolle* peut s'étendre, & il l'étend en effet à tous les lieux plus élevés. Le fondement de toute cette recherche est connu; mais il y a un détail où M. *Rolle* est entré & où nous pourrions entrer ici, s'il ne nous paroissoit injuste de le prévenir, & de ne lui pas laisser tout l'honneur de ce qu'il a trouvé.

OB-

OBSERVATION SUR UNE SUBLIMATION DE MERCURE.

Par M. HOMBERG.

* PARMI les matieres minerales, le Mercure est une des plus volatiles; qui se lie facilement avec toutes sortes de sels & se sublime avec eux. Tous ces sublimés paroissent en forme seche quand ils sont hors du feu; mais quelques-unes d'entre eux se tiennent long-temps fondus dans une mediocre chaleur, ce qui fait qu'en les sublimant on a de la peine de les separer entierement de leurs têtes mortes: parce que la voute du matras sublimatoire, n'étant pas par-tout assez froide pour que le sublimé s'y puisse figer, il recoule continuellement dans le fond du vaisseau, qui par là se casse fort aisément; & la sublimation ne s'y fait qu'à demi dans le sommet seulement du matras, ce qui demande une operation fort longue, & encore faut-il la réïterer dans d'autres vaisseaux, si l'on veut separer de la tête morte tout ce qu'elle peut contenir de sublimé corrosif. Cet inconvenient m'est arrivé depuis peu dans un mêlange de parties égales de sublimé corrosif & de sel décrepité, que j'ai voulu sublimer plusieurs fois ensemble; j'ai crû y remedier parfaitement en mettant

* 6 Septembre 1713.

ce

ce mêlange dans une cornuë, pour faire couler le ſublimé dans un recipient par le moyen de la diſtilation, comme je l'avois vû couler le long des parois du matras ſans ſe figer pendant les ſublimations, mais je me ſuis apperçû que la plûpart du ſublimé ſortoit en vapeurs par les jointures, parce que n'y ayant point d'autres ouvertures, le recipient ſeroit crevé ou la cornuë. J'ai donc éteint le feu & j'ai percé le ballon d'un petit trou près de ſon fond ; j'ai radapté ce ballon, en le plaçant de maniere, que le petit trou ſe trouvoit dans ſa partie ſuperieure. J'ai remis le feu ſous la cornuë ſans luter les jointures, & ma ſublimation a paſſé dans le ballon ſans qu'il ſe ſoit perdu la moindre fumée par la jointure ni par le petit trou. Tout le ſublimé s'eſt trouvé dans le fond du ballon, en partie congelé comme du beurre d'Antimoine ſec, & en partie comme de la Neige, & rien ne s'eſt ſublimé au haut du ballon.

Il y a beaucoup d'apparence que le ſublimé eſt ſorti plûtôt en fumée par les jointures dans la premiere operation qu'il n'eſt entré dans le ballon, parce que l'air froid dont le ballon étoit rempli, ſe rarefiant peu à peu par la chaleur de la cornuë, en eſt ſorti par cette jointure à meſure qu'il s'eſt échauffé; & a entraîné avec lui le ſublimé qui étoit encore en vapeurs ; mais ce même air froid contenu dans le ballon, ayant trouvé une iſſuë par le petit trou au haut du ballon dans la ſeconde operation, il en eſt ſorti ſeul, & la vapeur mercurielle eſt entrée dans le ballon ſans aucun obſtacle ; & com-

me elle y a trouvé un lieu assez froid pour se condenser promptement, elle ne s'est pas élevée jusques à la hauteur du trou dont j'avois percé le ballon ; & par consequent il ne s'y est point fait de sublimation, mais elle s'est déposée au fond du ballon en forme de flocons comme de la Neige, & a rempli plus de la moitié du ballon, ensorte que ces ouvertures n'en ont causé aucune perte.

La raison pourquoi dans cette operation le sublimé est plus fusible, & se tient plus long-temps en liqueur que dans les sublimations du sublimé corrosif ordinaire, & encore moins dans celle du Mercure doux, est apparemment, parce que le Mercure y est plus chargé de sels que ne le sont ces autres sublimés ; & comme ce surplus de sel, qui s'éleve dans cette operation, ne trouve pas assez de Mercure pour s'y loger, & pour en être absorbé dans la grande chaleur, il s'y joint un esprit acide, qui l'entretient liquide pendant qu'il est encore chaud : cet esprit acide n'est pas en trop grande quantité dans les premieres de ces operations, ce qui fait qu'il se condense aisément avec le Mercure dans un lieu froid, mais en réïterant sept ou huit fois cette même operation sur du nouveau sel décrepité, comme j'avois fait ici, il s'en sépare à la fin une si grande quantité d'esprit acide, que le Mercure n'est plus capable de l'absorber même dans le froid; & il paroît alors en huile épaisse, ou comme du beurre d'Antimoine fondu.

Toute cette operation s'est achevée en deux heures de temps sur six livres de sublimé, au

au lieu que par la maniere ordinaire je n'avois pas achevé la ſublimation en douze heures ſur trois livres de ſublimé. La raiſon en eſt que dans cette derniere operation le ſublimé a pû ſortir de la cornuë à meſure qu'il s'eſt élevé en vapeurs; au lieu que dans l'operation ordinaire, ne trouvant pas de lieu aſſez froid dans le vaiſſeau ſublimatoire pour ſe figer, il retombe dans le fond de ſon vaiſſeau à meſure qu'il s'éleve, & y circule pendant long-temps.

REFLEXIONS SUR LES OBSERVATIONS DES MARE'ES.

Par M. CASSINI.

* LES Philoſophes n'ont point été juſqu'à preſent d'accord enſemble touchant la Cauſe & les Effets du Flux & du Reflux de la Mer.

Poſſidonius, au rapport de *Strabon*, dit que le mouvement de l'Océan imite la révolution des Corps celeſtes, & qu'il y a dans le Flux de la Mer un mouvement journalier, un mouvement qui ſuit la révolution des mois Lunaires, & un mouvement annuel.

Que le mouvement diurne eſt celui que la Mer fait en montant & deſcendant deux fois le jour; Que celui des mois ſe remar-

* 2 Août 1713.

que par les differentes hauteurs des Marées qui sont grandes vers les Nouvelles Lunes, diminuent jusqu'au premier quartier, & augmentent ensuite jusqu'aux Pleines Lunes, après quoi elles redescendent. Qu'à l'égard du mouvement annuel, il a appris des Habitans de *Cadis* que vers les Solstices d'Eté les Flux & Reflux de la Mer étoient les plus grands, ce qui lui faisoit conjecturer qu'ils diminuoient jusqu'à l'Equinoxe d'Automne; qu'ils augmentoient ensuite jusqu'au Solstice d'Hyver, après quoi ils diminuoient, & ainsi successivement.

Pline prétend que le Soleil & la Lune sont la cause du Flux & du Reflux; il paroît être du même sentiment que *Possidonius* en ce qui regarde le mouvement journalier du Flux & du Reflux de la Mer, & en celui qu'on observe dans chaque révolution de la Lune; mais il assûre au contraire que les plus grandes Marées arrivent dans les Equinoxes & les plus petites dans les Solstices, & qu'elles sont encore plus grandes dans l'Equinoxe d'Automne que dans celui du Printemps. Il ajoûte que les Marées sont plus petites lorsque la Lune est Septentrionale & qu'elle s'éloigne de la Terre, que lorsqu'elle est Meridionale & que sa force agit de plus près, & que dans l'espace de huit années, après cent révolutions de la Lune, on observe les mêmes principes du mouvement des Marées & les mêmes augmentations. Il remarque enfin que tous ces changemens n'arrivent point précisément dans les temps marqués ci-dessus, mais quelques jours après, l'effet des choses qui se passent dans le

Ciel

Ciel ne se faisant pas sentir sur la Terre aussitôt qu'on les apperçoit à la vûë.

Divers Philosophes Modernes ont aussi reconnu dans le Flux & le Reflux de la Mer trois sortes de mouvemens, l'un qui se fait deux fois tous les jours, l'autre qui suit les Periodes de la Lune, & le troisiéme dont on s'apperçoit tous les ans au temps des Equinoxes & des Solstices.

Ils s'accordent avec *Pline* en ce qu'ils supposent tous que les Marées sont plus grandes dans les Equinoxes que dans les Solstices, mais ils sont differens entre eux en ce qui concerne la cause de ces Phénomenes.

Galilée prétend que la cause principale du Flux & du Reflux de la Mer vient du mouvement de la Terre autour de son axe qui se fait en 24. heures, pendant qu'elle est entraînée en même temps par son mouvement annuel qu'elle fait autour du Soleil dans l'espace d'une année. Quoique ces deux mouvemens se fassent de l'Occident vers l'Orient, chaque point de la surface de la Terre doit avoir des degrés differens de vitesse par rapport à un point fixe pris dans le Ciel. Car par la révolution journaliere de la Terre les parties exposées au Soleil emportées d'un sens different à celui dont la Terre est mûe par son mouvement propre, & tout au contraire les parties de la surface de la Terre qui sont dans l'Hemisphere opposé au Soleil sont emportées par la révolution journaliere du même sens dont elles sont entraînées par son mouvement propre, d'où il resulte un mouvement composé dont la vitesse est plus

grande que dans le cas précedent & qui varie suivant les differentes directions de ces deux mouvemens. Les parties de la surface de la Terre étant donc mûes tantôt plus lentement, tantôt plus vîte dans l'espace de 24. heures, il suit que les eaux contenuës dans la Mer qui ne peuvent pas suivre exactement le mouvement de la surface de la Terre, sont obligées de fluer & de refluer dans l'espace d'un jour, de même que feroit l'eau contenuë dans un vaisseau, qui étant emportée avec un certain degré de vitesse d'un certain côté, reflueroit du côté opposé & retourneroit ensuite vers l'autre bord lorsque cette vitesse viendroit à se rallentir considerablement. Il conclut de-là qu'il doit y avoir un Flux & un Reflux dans l'espace de 24. heures, mais qu'à cause de l'eau qui tend toûjours à se mettre en équilibre, & de divers accidens qui peuvent survenir, comme des differentes profondeurs de la Mer & de la direction des Côtes de la Mer qui interrompent son mouvement, le Flux peut accelerer de 2. 3. 4. 5. à 6. heures, ce qui fait qu'on observe ordinairement dans la Mediterranée le Flux de la Mer de 6. heures, quoi-qu'en d'autres endroits on puisse le trouver different.

A l'égard du mouvement des Marées qui suivent les Periodes des mois Lunaires, il pretend qu'elles sont produites par l'inégalité du mouvement de la Terre, qui acquiert un plus grand degré de vitesse lorsque la Lune est en conjonction que lorsqu'elle est en opposition. Il suppose pour cela que la force émanée du Soleil agit de même à égale

gale distance de cet Astre & meut avec plus de vitesse les corps qui sont plus proches du centre de leur mouvement que ceux qui en sont plus éloignés, d'où il suit que la Lune doit avoir un plus grand degré de vitesse dans sa Conjonction, où elle est plus près du Soleil que dans son Opposition où elle en est plus éloignée, ce qui contribuë aussi à accelerer ou retarder le mouvement de la Terre; semblable à un pendule qui fait des vibrations plus promptes ou plus lentes, suivant que l'on place un plomb plus proche ou plus loin du centre de son mouvement. Cette inégalité du mouvement de la Terre dans les Conjonctions & Oppositions, dont la periode est la même que celle de la révolution de la Lune est la cause, à ce qu'il prétend, des inégalités que l'on observe dans les Marées dans le cours d'un mois.

Pour ce qui regarde les inégalités que l'on observe dans les Marées dans le cours de l'année; *Galilée* juge qu'elles proviennent de la difference qui résulte de la composition du mouvement annuel & du mouvement journalier, suivant les differentes situations de la Terre sur l'Ecliptique. Car la révolution journaliere se faisant autour des Poles de l'Equateur & la révolution annuelle autour des Poles de l'Ecliptique, qui en est éloigné de $23^d \frac{1}{2}$. il suit que lorsque la Terre est dans les Tropiques, le cercle de déclinaison concourt avec le cercle de latitude qu'on appelle Colure, & ces deux révolutions se font suivant la même direction; au lieu que lorsque la Terre est dans les Equi-

 noxes,

noxes, les directions de ces deux mouvemens sont inclinées l'une à l'autre de $23^d \frac{1}{2}$. d'où il suit une composition de mouvemens differente de celle qui arrive lorsque la Terre est dans les Tropiques. Il résulte suivant cet Auteur de la difference de ces deux mouvemens composés des inégalités qui sont la cause de celles que l'on observe dans les Solstices & dans les Equinoxes.

Il conclut de-là que les Periodes des Marées qui sont réglées suivant les jours, les mois & les années ont toutes pour cause premiere & principale le mouvement de la Terre annuel & son mouvement journalier, & que le Soleil & la Lune n'y entrent que par accident.

Descartes, qui paroissoit mieux informé que *Galilée* des Phénomenes que l'on observe dans les Marées sur les Côtes de l'Océan, & qui savoit qu'on y observe régulierement le Flux & le Reflux de la Mer deux fois le jour dans l'espace de 24. heures 48. minutes ou environ; de sorte que la Mer employe assez exactement 6^h & 12' à monter, & autant à descendre, attribua les principales causes de ce Phénomene au mouvement de la Lune.

Il jugea que la matiere celeste qui environne la Terre étant mûe par le mouvement journalier avec plus de vitesse que la Terre, se trouvoit resserrée entre la Terre & la Lune, ce qui obligeoit la Terre à ceder un peu du côté opposé: Que ses eaux étoient par cet effet comprimées de côté & d'autre suivant la direction de la Lune à la Terre, ce qui les faisoit refluer de côté & d'au-

d'autre à la diſtance de 90. degrés où étoit la plus grande hauteur de la Mer. Que la Lune étant arrivée 6h & 12′ après à la diſtance de 90d degrés du lieu où elle étoit auparavant, les eaux qui y avoient été élevées s'y trouvoient comprimées par l'interpoſition de la Lune & la Mer y étoit par conſequent plus baſſe qu'en aucun autre endroit. Qu'ainſi il devoit y avoir dans un même lieu une viciſſitude de haute & de baſſe Mer dans l'eſpace de 12h 24′ ſemblable à celle que l'on y obſerve.

A l'égard des Marées qui dans chaque Lunaiſon ſont les plus hautes dans les Nouvelles & Pleines Lunes, & les plus Baſſes dans les Quadratures, il prétend que cela provient de la direction du Tourbillon de la Terre, qui ſuivant ſon Syſtême eſt Elliptique & a ſon petit axe toûjours dirigé vers le Soleil. Que dans les Conjonctions & Oppoſitions la Lune ſe trouve dans cette direction, & que par conſequent le Flux & le Reflux de la Mer doit être plus grand que dans les Quadratures où la Lune eſt ſituée dans la direction du plus grand Axe de l'Ellipſe.

Il ajoûte enfin que la Lune étant toûjours dans un plan qui eſt près de l'Ecliptique, & la Terre faiſant ſa revolution journaliere ſuivant le plan de l'Equateur, ces deux plans ſe coupent dans les Equinoxes, au lieu que dans les Solſtices ils ſont fort éloignez les uns des autres, d'où il ſuit que les plus grandes Marées doivent arriver vers le commencement du Printemps & de l'Automne.

Kepler dans son *Astronomie Lunaire* (pag. 70.) attribuë la cause du Flux & du Reflux de la Mer aux corps du Soleil & de la Lune, qui attirent les eaux de la Mer par une vertu à peu-près semblable à celle de *l'Aiman*. Il avoüe qu'il est difficile d'expliquer par ce moyen comment le Flux de la Mer est aussi grand à minuit lorsque le Soleil & la Lune sont absens qu'à midi lorsqu'ils sont presens. Il conjecture cependant que le Flux de la nuit peut être produit par la reflexion qui se fait contre la Côte de l'*Amerique* des eaux que la Lune a entraînée avec elle & réciproquement par la reflexion qui se fait contre les Côtes de l'*Europe* & de l'*Afrique* des eaux que la Lune amene à son retour.

M. *Newton* dans ses *Principes de Mathematiques* adopte le sentiment de *Kepler*, en attribuant la cause des Marées à l'attraction produite par le Soleil & par la Lune. Il trouve suivant ses principes que la Mer doit s'élever deux fois tous les jours tant Solaires que Lunaires, & que la plus grande hauteur de la Marée doit arriver moins de six heures après le passage du Soleil & de la Lune par le Meridien, comme on l'observe dans la partie Orientale de la Mer *Atlantique* & *Ethiopique*; entre la *France* & le Cap de *Bonne-Esperance*, & sur les Côtes du *Chili* & du *Perou* de la Mer *Pacifique* où le Flux de la Mer arrive environ sur la troisiéme heure.

Ces deux mouvemens que le Soleil & la Lune produisent ne s'apperçoivent point dis-tinc-

tinctement, mais font un mouvement mixte. Dans les Conjonctions & Oppositions ces deux effets sont joints ensemble & forment le plus grand Flux & Reflux. Dans les Quadratures le Soleil éleve l'eau dans l'endroit où la Lune l'abaisse, & les Flux & Reflux de la Mer qui résultent de cette difference sont les plus petits qui puissent arriver dans le cours d'un mois : & parce que suivant les experiences l'effet de la Lune est plus grand que celui du Soleil, la plus grande hauteur de la Mer doit arriver à la troisiéme heure Lunaire. Il appelle heure Lunaire la 24e. partie du temps que la Lune employe à retourner au Meridien du même lieu.

M. *Newton* juge aussi que les effets du Soleil & de la Lune sont plus grands dans leurs plus petites distances à la Terre que dans leur plus grande, & cela en raison triplée des diametres apparens. Que par consequent toutes choses égales, le Soleil étant l'Hyver dans son Perigée, les Marées doivent être un peu plus grandes que dans l'Eté; & que la Lune étant dans son Perigée, les Marées doivent être plus grandes que quinze jours avant ou aprés où elle est dans son Apogée.

Il ajoûte que l'effet du Soleil & de la Lune dépend de sa déclinaison ou distance à l'Equateur. Que si ces deux Planetes étoient dans la direction du Pole, elles attireroient toutes les eaux uniformément; de sorte qu'il n'y auroit aucun mouvement reciproque, & qu'ainsi le Soleil & la Lune en s'éloignant de l'Equateur vers les Poles perdent peu a

peu leur effort, & caufent des Marées plus petites dans les Syzygies des Solftices que dans celles des Equinoxes ; mais dans les Quadratures des Solftices , les Marées doivent être plus grandes que dans les Quadratures des Equinoxes , à caufe que l'effet de la Lune qui eft alors dans l'Equateur furpaffe celui du Soleil.

Les plus grandes Marées arrivent donc dans les Syzygies, & les petites dans les Quadratures qui font vers le temps des Equinoxes, & la plus grande Marée d'une Syzygie eft fuivie de la plus petite d'une Quadrature, ce qu'il dit s'accorder à l'experience. Il refulte auffi de la diftance du Soleil à la Terre, qui eft plus petite dans l'Hyver que dans l'Eté, que les plus grandes & les plus petites Marées précedent plus fouvent l'Equinoxe du Printemps qu'elles ne le fuivent, & fuivent plus fouvent l'Equinoxe d'Automne qu'elles ne le précedent.

M. *Newton* trouve enfuite que les effets du Soleil & de la Lune dépendent auffi de la latitude des lieux; qu'on peut confiderer la Mer comme partagée par le Flux de la Mer en deux Hemifpheroïdes dont l'un eft vers le Nord & l'autre vers le Midi ; que les Marées de ces deux Hemifpheroïdes oppofés paffent fucceffivement par le Meridien de chaque lieu dans l'efpace de douze heures ; que les Païs Septentrionaux participent davantage de la Marée Boreale & les Meridionaux de la Marée Auftrale, & qu'ainfi hors de l'Equateur les Marées de chaque jour font alternativement plus grandes & plus petites. La plus grande Marée arrive trois

trois heures après le passage de la Lune par le Meridien lorsque cette Planete décline de l'Equinoctial vers le Zenith, & la Lune changeant de déclinaison la Marée sera plus petite.

La plus grande difference entre les Marées d'un même jour doit arriver dans les temps des Solstices, principalement lorsque le Nœud ascendant de la Lune est au commencement d'Ariés. Aussi on a trouvé par experience que dans l'Hyver la Marée du matin est plus grande que celle du soir, & dans l'Eté celle du soir plus grande que celle du matin à *Plymouth* d'environ un pied, & à *Bristol* de quinze pouces.

Les autres sentimens des Philosophes touchant la cause & les effets du Flux & du Reflux de la Mer se réduisent presque tous à ceux que je viens de rapporter ; c'est pourquoi l'on a crû devoir examiner quels sont ceux qui s'accordent aux experiences, & quels sont ceux qui leur sont contraires.

A l'égard de ce qui nous est rapporté de *Possidonius*, il a fort bien distingué les trois mouvemens des Marées qui suivent les Periodes des jours, des mois & des années, mais il suppose que les Marées sont plus grandes vers les Solstices que vers les Equinoxes, ce qui n'est pas conforme aux experiences. Il se pourroit faire qu'on eût observé dans le Solstice d'Eté la Marée dans le temps que la Lune étoit fort près de la Terre, auquel cas la Mer auroit dû s'élever à une grande hauteur, ce qui auroit donné lieu de conjecturer que les plus grandes Marées arrivent toûjours dans les Solstices

& les plus petites dans les Equinoxes. En effet *Strabon*, qui rapporte le sentiment de *Possidonius*, dit que cet Auteur ayant été à *Cadis* dans le Temple d'*Hercule* vers le Solstice d'Eté, n'avoit point remarqué de Marées extraordinaires dans la Pleine Lune, mais que vers la Nouvelle Lune il étoit arrivé dans le Fleuve *Bætis* ou *Quadalquivir* un si grand débordement d'eaux, que le rés de chaussée du Fanal d'*Hercule* & le rempart du Port de *Cadis* avoient été couverts jusqu'à la hauteur de 10. coudées.

Le sentiment de *Pline* touchant les Marées des Equinoxes & des Solstices paroît plus conforme aux Observations, puisqu'il assure que les plus grandes Marées arrivent dans les Equinoxes, & les plus petites dans les Solstices; mais il avance que les Marées sont encore plus grandes dans l'Equinoxe d'Automne que dans celui du Printemps, ce que nous n'avons pas pû reconnoître par les Observations. Ce qu'il y a de singulier est qu'il a reconnu que les Marées sont plus petites lorsque la Lune s'éloigne de la Terre que lorsqu'elle s'en approche & que sa force agit de plus près: ce qui est conforme à nos Observations. Il remarque aussi que dans l'espace de huit années après cent revolutions de la Lune, on y observe les mêmes principes du mouvement des Marées & les mêmes augmentations; ce qui a beaucoup de rapport au mouvement de l'Apogée de la Lune, qui dans l'espace de huit à neuf années revient au même point du Zodiaque après 118. revolutions de la Lune, que l'on peut prendre

par

par consequent pour la periode des principales inégalités que l'on observe dans les Marées. Il ajoûte enfin que les effets produits par les mouvemens des corps celestes ne se font point sentir sur la Terre aussitôt qu'on les apperçoit à la vûë: ce que s'accorde parfaitement à nos Observations.

A l'égard de *Galilée*, qui prétend que la cause principale des Phénomenes que l'on observe dans le Flux & le Reflux de la Mer doit être attribuée au mouvement de la Terre, il seroit difficile de concilier son sentiment avec les Observations. Il convient lui-même que suivant ses principes il ne doit y avoir dans l'espace de 24. heures qu'un Flux & un Reflux, & que s'il arrive quelquefois plûtôt, cela provient de divers accidens, comme de la profondeur de l'eau, de la direction des Côtes de la Mer, &c. Mais si cela étoit ainsi, comment pourroit-on se persuader que ces causes accidentelles & qui varient en tant de manieres differentes suivant les differens lieux, causassent un effet assez regulier pour faire ensorte qu'au lieu d'un Flux & d'un Reflux dans l'espace de 24 heures il y eut deux Flux & deux Reflux dans ce même intervalle plus 48. minutes? Effet qui est connu de tout le monde, & que nous avons remarqué dans tous les Ports de la *France* qui sont sur l'Ocean, où nonobstant la diverse profondeur de l'eau & la differente direction des Côtes, la Marée employe assez regulierement 6. heures & environ un quart à monter & autant à descendre.

Outre les Periodes du Flux & du Reflux

de la Mer qu'on observe tous les jours, & dont *Galilée* attribuë la cause au mouvement de la Terre, il trouve que suivant son systême il doit y avoir dans les Marées une periode réglée suivant la révolution de la Lune à l'égard du Soleil, la Terre ayant, à ce qu'il conjecture, un plus grand degré de vitesse dans les Conjonctions que dans les Oppositions. On peut répondre à cela que ces divers degrés de vitesse qu'il attribuë à la Terre dans les Nouvelles & Pleines Lunes n'ont point été connus jusqu'à present aux Astronomes. Mais quand même cet effet qui n'est peut-être pas assez sensible pour être apperçû par les Observations Astronomiques, le seroit assez pour faire quelque impression sur la Mer comme le conjecture *Galilée*, il suivroit de-là que les Marées qui arrivent dans les Conjonctions seroient differentes de celles que l'on observe dans les Oppositions, & que celles des Quadratures seroient les plus uniformes: ce qui ne satisfait point aux experiences par lesquelles on a trouvé que les plus grandes Marées arrivent également dans les Conjonctions & Oppositions où elles sont assez uniformes, & que les plus petites s'observent dans les Quadratures où elles sont sujettes à plus d'irregularités. La raison que *Galilée* rapporte de la periode annuelle des Marées ne paroît pas non plus s'accorder aux experiences, car dans les Solstices le mouvement journalier de la Terre se faisant dans la même direction que le mouvement annuel, il semble qu'alors la composition de ces deux mouvemens devroit causer des Marées plus grandes que dans

dans les Equinoxes où les directions de ces mouvemens ſont inclinées l'une à l'autre, & cependant on obſerve tout au contraire que les Marées ſont plus grandes dans les Equinoxes que dans les Solſtices.

Les differens degrés de viteſſe du mouvement annuel de la Terre, lorſqu'elle eſt dans ſon Perihelie ou dans ſon Aphelie, devroient auſſi cauſer ſuivant ce ſentiment une très-grande alteration dans les Marées; on n'obſerve pas néanmoins de variations conſiderables dans les Marées du Solſtice d'Hyver, ou la Terre ſe meut avec plus de viteſſe au Solſtice d'Eté ou elle ſe meut plus lentement

Le ſentiment de *Deſcartes* touchant la cauſe du Flux & du Reflux de la Mer paroît plus conforme anx Obſervations; car il eſt aiſé de concevoir que tous les corps celeſtes faiſant par leur mouvement quelques impreſſions les uns ſur les autres, la Terre eſt obligée de ceder du côté oppoſé à la Lune; de ſorte que les eaux de la Mer ſe trouvent comprimées ſuivant la direction de la Lune à la Terre, & forcées de refluer de côté & d'autre à la diſtance de 90. degrés où ſe fait la Haute Mer.

La raiſon qu'il apporte de ce que les Marées ſont plus grandes dans les Syzygies que dans les Quadratures eſt une ſuite de ſon Syſtême, dans lequel il ſuppoſe que le petit Axe du Tourbillon de la Terre, lequel eſt Elliptique, eſt toûjours dirigé vers le Soleil; de ſorte que la Lune eſt plus près de la Terre dans les Syzygies que dans les Quadratures. Mais cela ne s'accorde pas toûjours

jours aux Observations Astronomiques; car il est vrai que la Lune étant dans les Syzygies & en même temps dans son Perigée, est plus près de la Terre que dans toute autre Phase; mais on ne peut pas conclure de-là que le petit Axe du Tourbillon de la Terre, lequel emporte la Lune, soit toûjours dirigé vers le Soleil : car il arrive souvent que la Lune est plus près de la Terre dans les Quadratures que dans les Syzygies, & cependant on observe toûjours que dans les Quadratures les Marées sont plus petites que dans les Syzygies.

On ne peut donc point attribuer la cause des grandes Marées dans les Nouvelles & Pleines Lunes à la proximité de la Lune à la Terre, & celle des petites Marées dans les Quadratures à son éloignement, & c'est ce qui nous donna lieu de conjecturer que le Soleil aussi-bien que la Lune concourroit à produire la hauteur des Marées, quoique son effet fut moins considerable que celui de la Lune; que dans les Syzygies ces deux causes agissant suivant la même direction, les Marées devoient être plus grandes que vers les Quadratures où le Soleil agissoit dans une direction perpendiculaire à celle de la Lune.

Nous avons trouvé que *Kepler* & ensuite M. *Newton* avoient jugé que le Soleil aussi-bien que la Lune contribuoient à la hauteur des Marées, avec la difference qu'au lieu que nous supposons que les Marées sont produites par la pression du Soleil & de la Lune sur la matiere celeste qui environne la Terre, ils ont attribué cet effet

aux

aux corps du Soleil & de la Lune qui attirent les eaux de la Mer par une vertu à peu-près semblable à celle de l'Aiman. Ces deux hypotheses, quoique fort differentes dans leurs principes, semblent pouvoir rendre également raison de tous les Phénomenes qu'on observe dans les Marées. Il est vrai que suivant le Systême de la pression, la Mer doit être basse dans les endroits où elle devroit être haute suivant le systême de l'attraction; mais comme dans les Nouvelles & Pleines Lunes la Haute Mer arrive en divers lieux à differentes heures du jour avant & après midi, il n'est pas aisé de discerner à quelle des deux causes on doit attribuer le Flux & le Reflux de la Mer. Il est donc plus à propos avant que d'embrasser aucun systême de s'assurer d'un grand nombre d'Observations; ce que nous avons fait jusqu'à present & que nous avons eu occasion de continuer par un nouveau Journal d'Observations sur les Marées faites à *Brest* pendant les années 1712. & 1713.

Ce Journal commence au 13. Juillet de l'année 1712. où le précedent avoit fini, & a été continué jusqu'au dernier Mars de l'année 1713.

Dans cet intervalle, qui est d'environ neuf mois, on a observé les Marées de 18. tant Nouvelles que Pleines Lunes, entre lesquelles il se rencontre celle de l'Equinoxe d'Automne, du Solstice d'Hyver & de l'Equinoxe du Printemps.

La Marée qui est arrivée le plûtôt a été observée le 24. Fevrier 1713. à 3^h 6' du matin, la Nouvelle Lune étant marquée ce

jour.

jour-là dans la *Connoissance des temps* à 10h 50′ du soir. Celle qui est arrivée le plus tard a été observée le 13. Decembre à 4h 27′ ½. la pleine Lune étant marquée ce jour-là à 1h 3′ du matin. La difference entre ces deux Observations, qui est de 1h 24′ ½. peut se corriger en partie, en supposant, de même que dans les Memoires précedens, le temps moyen de la Pleine Mer à *Brest* à 3h 45′, & y employant l'équation ordinaire de deux minutes par heure qu'il faut ajoûter au temps moyen, ou l'en retrancher, selon qu'il retarde ou anticipe à l'égard du temps de la Nouvelle ou Pleine Lune. Car on trouvera que le 24. Fevrier 1713. jour de la Nouvelle Lune & de la plus grande acceleration de la Marée, la Haute Mer a dû arriver à 3h 7′ à une minute près de celle qui a été observée, & que le 13. Decembre, jour de la Pleine Lune & du plus grand retardement, la Haute Mer a dû arriver à 4h 14′ ½ à 12′ ½ près de celle qui a été observée.

L'Observation du 24. Fevrier 1713. est celle où l'on a remarqué la plus grande acceleration dans l'espace de près de deux années, & est éloignée du temps moyen de la Haute Mer de 39. minutes, qui par l'équation prescrite se réduisent à une minute, & l'Observation du 13. Decembre est celle où l'on a trouvé le plus grand retardement dans le même espace de temps, & est éloignée du temps moyen de 42. minutes, qui par nôtre Equation se réduisent à 12′ ½, ce qui fait voir la necessité qu'il y a d'employer cette Equation. & l'utilité qu'on en peut retirer pour connoître plus

plus sûrement le temps de la Haute Mer, le jour des Nouvelles & Pleines Lunes.

A l'égard du temps de la Haute Mer dans les Quadratures, il est sujet à de grandes inegalités, qu'on corrigera cependant en partie, en supposant le temps moyen de la Haute Mer à *Brest* le jour des Quadratures à 8h 57' comme on l'a fait ci-devant, & employant l'Equation ordinaire de deux minutes & demi par heure, au lieu de celle de deux minutes que l'on suppose dans les Nouvelles & Pleines Lunes.

On a été obligé d'employer dans les Quadratures cette Equation horaire de deux minutes & demi, parce que l'on a observé que d'un jour à l'autre les Marées retardent beaucoup plus vers les Quadratures que vers les Nouvelles & Pleines Lunes dont voici la raison.

Dans les Nouvelles & Pleines Lunes la pression est plus grande que vers les Quadratures, & par consequent l'effort, produit sur les eaux de l'Ocean qui sont en Pleine Mer, employe moins de temps à se communiquer vers les Côtes que dans les Quadratures où la pression de la Lune étant beaucoup plus petite, son effort employe beaucoup plus de temps à se communiquer vers les Côtes, & cause un retardement dans les Marées, ce qui fait un effet semblable aux flots de la Mer qui sont plus grands, & acquierent une plus grande vitesse plus la force qui les agite est grande.

Nous avions déja remarqué que la Mer employe plus de temps à descendre qu'à monter. Cela se confirme par ces nouvel-

les

les Obſervations, & il paroît qu'on peut en attribuer la cauſe à ce que l'effort qui oblige les eaux à s'élever les pouſſe avec violence, & par conſequent avec beaucoup de viteſſe vers les Côtes, d'où elles ſe retirent enſuite par leur propre poids avec moins de viteſſe qu'elles n'étoient montées.

A l'égard des Marées qui arrivent deux fois dans le même jour de douze heures en douze heures, elles doivent changer continuellement de hauteur, puiſque dans chaque mois elles ſont les plus grandes un ou deux jours après les Nouvelles & Pleines Lunes; qu'elles diminuent enſuite continuellement juſqu'à un jour ou deux après les Quadratures; qu'elles remontent enſuite, & ainſi ſucceſſivement; mais outre cette inégalité de hauteur qu'on a remarqué de tout temps, il s'en rencontre encore d'autres. Car on obſerve ſouvent que depuis les Quadratures juſqu'aux Nouvelles & Pleines Lunes, la Marée du ſoir devant être plus grande que celle du matin, à cauſe que les Marées d'un jour à l'autre vont en augmentant, elle ne laiſſe pas de ſe trouver quelquefois plus petite le matin que le ſoir de la hauteur de pluſieurs pouces; & tout au contraire en d'autres circonſtances depuis les Nouvelles & Pleines Lunes juſqu'aux Quadratures on trouve la Marée du ſoir plus grande que celle du matin quoiqu'elle eut dû être plus petite, à cauſe que les Marées d'un jour à l'autre vont en diminuant.

Cette inegalité de hauteur dans les Marées a été, au rapport de M. *Newton*, obſervée à *Plymouth* & à *Briſtol* par Mrs. *Collepreſ-*

ſius

fius & *Sturmius* qui ont remarqué que, dans l'Hyver la Marée du matin étoit plus grande que celle du soir, & que dans l'Eté celle du matin étoit plus petite que celle du soir.

Ils avoient apparemment fait ces Observations vers les Nouvelles & Pleines Lunes qui arrivent près des Solstices où l'on observe en effet presque toûjours cette varieté de hauteur dans les Marées qui se succedent les unes aux autres de douze heures en douze heures.

Par exemple, le 19. Juin 1712. jour de la Pleine Lune, la Marée du matin fut observée à *Brest* de 17. pieds 1. pouce, plus petite d'un pied un pouce que celle du soir qui fut trouvée de 18. pieds 2. pouces.

Le 2. Juillet suivant jour de la Nouvelle Lune, la Marée du matin fut observée de 14. pieds 10. pouces 6l plus petite de 9. pouces 2l que celle du soir qui fut trouvée de 15. pieds 7. pouces 8l.

Tout au contraire le 13. Decembre 1712. jour de la Pleine Lune, la Marée du matin fut observée de 16. pieds 7. pouces, plus grande de 4. pouces 4. lignes que celle du soir, qui fut trouvée de 16. pieds 2. pouces 8l. Le 29. Decembre suivant, jour de la Nouvelle Lune, la Marée du matin fut observée de 18. pieds 10. pouces, plus grande de 7. pouces que celle du soir qui étoit de 18. pieds 3. pouces.

Il paroît doc par ces Observations de même que par plusieurs autres, qu'il seroit trop long de rapporter que vers les Nouvelles & Plei-

Pleines Lunes, les Marées de l'Eté font plus petites le matin que le foir, & les Marées de l'Hyver plus petites le foir que le matin, dont on peut rendre aifément raifon, pourvû que l'on fuppofe, conformément à nôtre hypothefe, que les Marées font à peuprès d'égale hauteur dans les lieux de la Terre directement oppofés les uns aux autres.

En Eté dans les Nouvelles Lunes, cette Planete paffe vers le Midi avec le Soleil par nôtre Meridien avec une déclinaifon Septentrionale, & par confequent fon plus grand effort doit fe faire fentir dans les Païs Septentrionaux de nôtre Hemifphere & dans les Païs Meridionaux de l'autre Hemifphere qui nous font directement oppofés. Douze heures ou environ après vers le minuit, la Lune paffe par le Meridien dans l'Hemifphere oppofé avec une déclinaifon femblable, & par confequent fon plus grand effort doit s'appercevoir dans les Païs Septentrionaux de l'autre Hemifphere, & dans les Païs Meridionaux de nôtre Hemifphere qui lui font directement oppofés. L'effort ou la preffion de la Lune dans les Nouvelles Lunes d'Eté eft donc plus grand à Midi dans les Païs Septentrionaux où nous habitons que dans les Païs Meridionaux; & tout au contraire cette preffion eft plus grande à minuit dans les Païs Meridionaux que dans les Païs Septentrionaux; d'où il fuit que les hauteurs des Marées étant proportionnées aux differens efforts ou preffions de la Lune, la Marée du foir immediatement après midi doit être plus grande dans les Nouvelles Lunes d'Eté,

té, que la Marée qui arrive le matin après minuit.

Dans les Pleines Lunes qui arrivent aussi dans la même saison, la Lune passe à minuit par nôtre Meridien avec une déclinaison Meridionale, & par consequent la Marée du matin qui suit immediatement doit être plus petite que celle d'après midi, la Lune passant à midi par le Meridien d'un lieu dont l'opposite est dans la partie Septentrionale de la Terre où doit arriver la plus grande Marée du soir.

Tout au contraire dans les Nouvelles Lunes d'Hyver cette Planete passe avec le Soleil par le Meridien avec une déclinaison Meridionale, & par consequent la pression qu'elle cause dans les Païs Septentrionaux, doit être alors moins grande que celle qu'elle produit dans les Païs Meridionaux, & la Marée du soir qui suit immediatement doit être plus petite que celle du matin, la Lune passant à minuit par le Meridien d'un lieu dont l'opposite est dans la partie Septentrionale de la Terre où doit arriver la plus grande Marée du matin. Dans les Pleines Lunes d'Hyver, la Lune passe à minuit par le Meridien avec une déclinaison Septentrionale, & par consequent la Marée du matin qui suit immediatement doit être plus grande que celle du soir, la Lune passant à Midi par le Meridien d'un lieu dont l'opposite est dans la partie Meridionale de la Terre où doit arriver la plus grande Marée du soir.

Il paroît donc par ce raisonnement que dans les Nouvelles & Pleines Lunes, les Ma-

Marées de l'Eté doivent être plus petites le matin que le soir, & que la plus grande Marée doit arriver le soir. Que tout au contraire dans l'Hyver les Marées sont plus petites le soir que le matin, & que la plus grande Marée doit arriver le matin.

On observe seulement que la difference de hauteur entre les Marées du matin & celles du soir est plus grande l'Eté que l'Hyver, ce qui doit arriver en effet, parce que la Marée du soir qui dans l'Eté est plus grande que celle du matin par les raisons que nous venons de rapporter, se trouve encore augmentée de hauteur par l'augmentation qui se fait dans les Marées de douze heures en douze heures depuis un ou deux jours après les Quadratures jusqu'à un ou deux jours après la Nouvelle ou Pleine Lune; au lieu que dans l'Hyver la Marée du soir, qui est plus petite que celle du matin, se trouve augmentée de hauteur, à cause que les Marées qui croissent dans les Nouvelles & Pleines Lunes sont plus grandes le soir que le matin, ce qui cause en Hyver une difference moins grande dans la hauteur des Marées du même jour que dans l'Eté.

Il y a donc deux causes qui concourent ensemble à la variation de hauteur que l'on observe dans les Marées qui arrivent dans un même jour de douze heures en douze heures; l'une qui est produite par l'augmentation ou diminution continuelle qui arrive entre les Nouvelles & Pleines Lunes & les Quadratures, & l'autre que l'on doit attribuer à la differente hauteur de la Lune sur l'hori-

l'horizon, ſuivant que ſa déclinaiſon eſt plus Septentrionale ou Meridionale. Cette derniere cauſe l'emporte ordinairement ſur l'autre, lorſque la Lune eſt dans les ſignes Septentrionaux ou Meridionaux, mais elle eſt peu ſenſible dans les Nouvelles ou Pleines Lunes de l'Equinoxe où la Lune paſſe par le Meridien avec fort peu de déclinaiſon.

Cette augmentation ou diminution dans les Marées de douze en douze heures, que nous venons de remarquer dans les Nouvelles & Pleines Lunes qui arrivent vers les Solſtices, doit s'obſerver auſſi dans les Quadratures qui arrivent vers les Equinoxes.

Dans l'Equinoxe du Printemps, la Lune eſt dans ſon premier Quartier dans les ſignes Septentrionaux, & paſſe par le Meridien ſur les 6. heures du ſoir, avec une déclinaiſon Septentrionale, & par conſequent la Marée du ſoir qui ſuit ſon paſſage par le Meridien doit être plus grande que celle du matin. Dans le 3e. Quartier la Lune paſſe par le Meridien ſur les 6 heures du matin avec une déclinaiſon Meridionale, & par conſequent la Marée du matin doit être plus petite que celle du ſoir. Ainſi dans les Quadratures qui arrivent vers l'Equinoxe du Printemps les Marées ſont plus petites le matin que le ſoir, & les plus petites Marées doivent arriver le matin.

Tout au contraire vers l'Equinoxe d'Automne la Lune dans ſon premier Quartier eſt dans les ſignes Meridionaux, & paſſe par le Meridien ſur les 6. heures du ſoir avec une déclinaiſon Meridionale, & par

consequent la Marée du soir qui suit son passage par le Meridien doit être plus petite que celle du matin. Dans le 3e. Quartier la Lune passe par le Meridien sur les 6. heures du matin avec une Déclinaison Septentrionale, & par consequent la Marée du matin qui suit son passage par le Meridien doit être plus grande que celle du soir.

Ainsi dans les Quadratures qui arrivent vers l'Equinoxe d'Automne, les Marées du matin sont plus grandes que celles du soir, & les plus petites Marées doivent arriver le soir.

Ce raisonnement s'accorde assez bien aux experiences, car le 6. Septembre 1711. jour de la plus petite Marée de l'Equinoxe d'Automne, la Marée du soir fut observée de 10. pieds 3. pouces, plus petite de 7. pouces que la Marée du matin qui fut trouvée de 10. pieds 10. pouces. Le 23. Septembre 1712. jour de la plus petite Marée de l'Equinoxe d'Automne, la Marée du soir fut aussi observée de 10. pieds 8. pouces 4l, plus petite de 9. pouces 8l que la Marée du matin qui fut trouvée de 11. pieds 6. pouces.

Tout au contraire le 16. Mars 1712. jour de la plus petite Marée de l'Equinoxe du Printemps, la Marée du matin fut observée de 10. pieds 10. pouces, plus petite de 3. pouces que celle du soir, & le 20. Mars 1713. jour de la plus petite Marée du dernier Quartier, la Marée du matin fut observée de 11. pieds 7. pouces, plus petite de 9 pouces que celle du soir.

Nous avons remarqué dans les Memoires pré-

précedens que les diverses distances de la Lune à la Terre causent une très-grande varieté dans la hauteur des Marées. Cela se confirme par ces dernieres Observations; car le 28. Decembre 1712. jour de la Pleine Lune, la distance de cette Planete à la Terre, étant de 936. parties dont le rayon est 1000, c'est-à-dire, la Lune étant fort près de son Perigée, on observa le 30. Decembre au matin, jour de la plus grande Marée, la hauteur de la Pleine Mer de 19. pieds 2. pouces au-dessus du point fixe, & celle de la Basse Mer de 1. pied 8. pouces au-dessous de ce point, de sorte que la Mer avoit monté ce jour-là de la hauteur de 20. pieds 10. pouces.

Le 11 Janvier suivant, jour de la Pleine Lune, la distance de cette Planete à la Terre étant de 1064. c'est-à-dire, la Lune étant fort près de son Apogée, on observa le 15. Janvier au matin, jour de la plus grande Marée, la hauteur de la Pleine Mer de 17. pieds 5. pouces, & celle de la Basse Mer suivante de 1. pied 0. pouce, de sorte que la Mer n'a monté ce jour-là que de la hauteur de 16. pieds 5. pouces, moins de 4. pieds 5. pouces que dans l'Observation précedente où la Lune étoit près de son Perigée.

Il faut remarquer que dans la Nouvelle Lune Perigée du 28. Decembre 1712. sa déclinaison étoit de 23ᵈ 0′ Meridionale, fort éloignée de l'Equinoctial, & par conséquent sa pression sur la Terre devoit être moins grande que lorsque la Lune étant à peu près

 à

à égale distance de la Terre, elle se trouve en même temps plus près de l'Equateur.

En effet nous trouvons que le 24. Fevrier 1713. jour de la Nouvelle Lune, sa distance à la Terre étant de 953. c'est-à-dire, près de son Perigée, & sa déclinaison de 5[d] Meridionale près de l'Equateur, la hauteur de la Pleine Mer fut observée le 26. Fevrier au matin de 21. pieds 2. pouces, qui est la plus Haute Marée que l'on ait observé à *Brest* dans l'espace de près de deux années. La Basse Mer suivante fut observée de 1. pied 3. pouces au dessous du point fixe, de sorte que la Mer monta ce jour-là de la hauteur de 22. pieds 5. pouces.

Le 12. Mars suivant, jour de la Pleine Lune, sa distance à la Terre étant de 1032. assez près de son Apogée & sa déclinaison Meridionale d'un degré, c'est-à-dire, près de l'Equateur, on observa le 13 Mars suivant, jour de la plus grande Marée, la hauteur de la Pleine Mer de 18. pieds 2. pouces, & celle de la Basse Mer de 0. pied 0. pouce, de sorte que l'élevation de la Mer n'a été ce jour-là que de 18 pieds 2. pouces, moindre de 4. pieds trois pouces que dans l'Observation précedente où la Lune étoit près de son Perigée, mais plus grande de 1. pied 9. pouces que dans l'Observation du 11. Janvier 1713. rapportée ci-devant, où la Lune étant près de son Apogée, sa déclinaison Septentrionale étoit de 20. degrés.

A l'égard des petites Marées qui suivent les Quadratures, nous trouvons aussi par ces dernieres Observations que leurs hauteurs sont

ſont proportionnées aux diverſes diſtances de la Lune à la Terre. Par exemple, le 23. Septembre 1712. jour de la plus petite Marée qui a ſuivi le 3e. Quartier, la diſtance de la Lune à la Terre étant de 1063. fort près de ſon Apogée, la hauteur de la Pleine Mer fut obſervée le ſoir de 10. pieds 8. pouces 8l, & celle de la Baſſe Mer de 5. pieds 10. pouces, de ſorte que la Mer n'a monté ce jour-là que de la hauteur de 4. pieds 10. pouces 8l. Le 7. Octobre ſuivant, jour de la plus petite Marée qui a ſuivi le premier Quartier, la diſtance de la Lune à la Terre étant de 976. près de ſon Perigée, la hauteur de la Pleine Mer fut obſervée le ſoir de 12 pieds 10. pouces, & celle du matin de 3. pieds 6 pouces, de ſorte que l'élevation de la Marée a été ce jour-là de 9. pieds 4. pouces, plus grande de 4 pieds 5. pouces 4l que dans l'Obſervation précedente où la Lune étoit près de ſon Apogée.

La déclinaiſon Septentrionale de la Lune étoit le 22. Septembre 1712. jour du dernier Quartier de 24d ½, & par conſequent la plus petite Marée ſuivante devoit être baſſe comme on l'obſerva en effet, ayant été trouvée le 23. au ſoir de 10. pieds 8. pouces 8l, plus baſſe de 2. pieds 0. pouce que le 26. Decembre où la diſtance de la Lune à la Terre étant de 1036. près de l'Apogée, & ſa déclinaiſon Meridionale de 5. degrés, la hauteur de la Marée fut trouvée de 12. pieds 8. pouces 8l.

Outre les variations dans la hauteur des

 Ma-

Marées qui resultent des diverses distances de la Lune à la Terre & de sa differente déclinaison à l'égard de l'Equinoctial, il doit y en avoir aussi suivant nos hypotheses quelques-unes causées par la differente distance du Soleil à la Terre, & par sa differente déclinaison. Nous avons déja remarqué que les Marées des Nouvelles & Pleines Lunes étoient plus grandes vers les Equinoxes, où le Soleil n'a point de déclinaison, que vers les Solstices où il en a une de 23d 29′ & il y a apparence que le Soleil qui se trouve alors en Conjonction & en Opposition avec la Lune, concourt avec elle aux differentes hauteurs qu'on y observe.

A l'égard de la distance du Soleil à la Terre, comme elle est plus petite vers le Solstice d'Hyver où le Soleil est presentement près de son Perigée, qu'au Solstice d'Eté où il est près de son Apogée, les Marées doivent être plus grandes en Hyver qu'en Eté, toutes choses égales, comme on l'observe en effet. Car le 30. Juillet 1711 jour de la Pleine Lune, la distance de la Lune à la Terre étant de 960. & sa déclinaison de 25d 29′; le Soleil étant aussi dans son Apogée, on observa le premier Juillet au soir la hauteur de la plus grande Marée de 17. pieds 10. pouces. Le 8. Janvier suivant, jour de la Nouvelle Lune, la distance de la Lune à la Terre étant de 951. & sa déclinaison de 23d 0′ à peu près de même que le 30. Juin; le Soleil étant alors près de son Perigée, on observa le 10. Janvier au matin, la hauteur de la plus grande Marée

rée de 19. pieds 10 pouces plus haute de 2. pieds que dans l'Observation précedente, où le Soleil étoit dans son Apogée. Le 19. Juin suivant la distance de la Lune à la Terre étant de 936. & sa déclinaison Meridionale 24.d 50′, le Soleil étant alors près de son Apogée, la hauteur de la plus grande Marée fut observé le 21 Juin au soir de 18. pieds 4. pouces plus petite d'un pied six pouces que dans l'Observation précedente. Enfin le 28. Decembre 1712, le Soleil étant dans son Perigée, la distance de la Lune à la Terre étant de 936. & sa déclinaison Meridionale de 23. degrés, la hauteur de la plus grande Marée fut observée le 30. Decembre de 19. pieds 2. pouces, plus grande de 10. pouces que le 19. Juin où le Soleil étoit près de son Apogée, & la Lune à peu près à égale distance de la Terre.

Il resulte donc de ces Observations qu'il y a quatre causes qui contribuent aux differentes hauteurs qu'on observe dans les Marées. La premiere dépend des diverses situations de la Lune à l'égard du Soleil, & produit les variations que l'on observe dans la hauteur des Marées, depuis les Nouvelles & Pleines Lunes jusques aux Quadratures. La seconde est produite par les diverses distances de la Lune à la Terre; les Marées étant plus grandes, lorsque la Lune est près de son Perigée que lorsqu'elle est près de son Apogée. La troisiéme est produite aussi par les diverses distances du Soleil à la Terre, les Marées étant plus grandes lorsque le Soleil est dans son Apogée

 que

que lorſqu'il eſt dans ſon Perigée. Enfin la quatriéme dépend de la diſtance de la Lune à l'Equinoctial, les Marées étant plus petites lorſque la Lune a une grande déclinaiſon que lorſqu'elle eſt près de l'Equateur. Cette derniere cauſe produit auſſi les variations que l'on obſerve dans les Marées qui arrivent dans un même jour. Ces variations ſe doivent appercevoir diverſement en differens lieux de la Terre. Elles doivent être nulles dans les païs qui ſont ſous la ligne Equinoctiale ; mais elles ſont très-ſenſibles dans les païs Septentrionaux & Meridionaux, ſuivant que la déclinaiſon de la Lune eſt plus ou moins Septentrionale ou Meridionale.

HISTOIRE DU CAFÉ.

Par M. DE JUSSIEU.

* J'*AI lû en* 1713. *une Relation ſur le Café qui m'avoit été envoyée par M.* Gaudron *Maître Apoticaire de* Saint-Malo, *qui la tenoit de* M. Deſnoyers *Chirurgien* François *nouvellement arrivé pour lors de* Zedia, *lieu où cette Plante ſe cultive, éloigné de quelques journées de la rade de* Moka; *mais comme depuis ce temps-là j'ai eu occaſion de mieux examiner l'Arbre du Café par le tranſport qui en a été fait en* 1714 d'Hollande *à* Paris *au Jardin du Roi, j'ai crû devoir ſupprimer cet-*

* 4 Mai 1715.

te Relation qui n'auroit été que fort imparfaite, & qu'il étoit à propos de substituer à sa place le Memoire suivant dont j'ai fait la lecture cette année 1715.

DEPUIS environ soixante ans que le Café est connu en *Europe*, tant de gens en ont écrit sans connoître son origine, que si j'entreprenois d'en donner une Histoire sur les Relations qu'ils nous en ont laissé, je ne ferois que confirmer un nombre d'erreurs si grand, qu'un seul Memoire ne seroit pas suffisant pour les rapporter toutes.

Incertain comme eux de la nature de la Plante qui le porte, ou j'adopterois les descriptions qu'ils nous en ont données, ou je laisserois encore le Public dans le doute de savoir si elle constituë un genre particulier de Plante, comme Mrs. *Rai* & *Dale* l'ont voulu, si c'est un Arbre qui ait beaucoup de rapport avec le *Fusain*, comme l'ont prétendu ceux qui en ont parlé après *Rauvolf*, *Prosper Alpin* & les *Bauhins*, si c'est une Plante rempante & semblable au Liséron, comme l'a soupçonné *Bernier*, ou une Plante legumineuse telle que la petite *Féve* suivant l'opinion la plus commune.

Mais comme l'autorité des Auteurs qui n'ont pas vû les choses, n'est pas décisive en fait d'Histoire naturelle, & que l'Academie est en possession de n'établir ses progrès que sur un examen scrupuleux de la nature même, sur des faits averés & sur des experiences exactes, nous pouvons regarder comme imparfaites les descriptions du *Café* qui ont paru jusqu'ici, depuis qu'il nous a

été permis d'en faire une d'après l'Arbre même que nous possedons aujourd'hui dans le Jardin Royal.

L'*Europe* a l'obligation de la culture de cet Arbre aux soins des *Hollandois*, qui de *Moka* l'ont porté à *Batavia*, & de *Batavia* au Jardin d'*Amsterdam* ; & la *France* en est redevable au zele de M. de *Resson* Lieutenant-General de l'Artillerie & amateur de la Botanique, qui se priva en faveur du Jardin Royal, d'un jeune pied de cet Arbre qu'il avoit fait venir d'*Hollande*. Mais M. *Pancras* Bourguemestre Regent de la Ville d'*Amsterdam*, nous a fourni plus de lieu d'éclaircir cette matière par le soin qu'il prit l'année dernière d'en faire transporter un autre à *Marly*, où il fut presenté au Roi, & de-là envoyé à *Paris* au Jardin de Sa Majesté, dans lequel nous lui avons vû donner successivement des fleurs & des fruits.

Cet Arbre auquel on peut donner le nom de *Jasminum Arabicum, Lauri folio, cujus semen apud nos* Café *dicitur. Jasmin d'Arabie à feuilles de Laurier, & dont la semence nous est connuë sous le nom de Café.* Cet Arbre, dis-je, dans l'état auquel il est actuellement au Jardin Royal, y est de la hauteur de cinq pieds & de la grosseur du pouce. Il donne des branches qui sortent d'espace en espace de toute la longueur de son tronc, toûjours opposées deux à deux, & rangées de manière qu'une paire croise l'autre. Elles sont souples, arrondies, noueuses par intervalle, couvertes aussi-bien que le tronc, d'une écorce blanchâtre, fort fine, qui se gerse en se desséchant. Leur bois est un

un peu dur, & eſt douçâtre au goût. Les branches inferieures ſont ordinairement ſimples & s'étendent plus horizontalement que les ſuperieures qui terminent le tronc, leſquelles ſont diviſées en d'autres plus menuës qui partent des aiſſelles des feuilles, & gardent le même ordre que celles du tronc. Les unes & les autres ſont chargées en tout temps de feuilles entieres, ſans dentelures ni crenelures dans leurs contours, aiguës par leurs deux bouts, oppoſées deux à deux, qui ſortent des nœuds des branches, & reſſemblent aux feuilles du Laurier ordinaire, avec cette difference qu'elles ſont moins ſeches & moins épaiſſes, ordinairement plus larges, plus pointuës par leur extrémité qui ſouvent s'incline de côté, qu'elles ſont d'un beau vert gai & luiſant en deſſus, vert pale en deſſous, & vert jaunâtre dans celles qui ſont naiſſantes, qu'elles ſont ondées par les bords, ce qui vient peut-être de la culture, & qu'enfin leur goût n'eſt point aromatique, & ne tient rien que de l'herbe. Les plus grandes de ſes feuilles ont deux pouces environ dans le fort de leur largeur ſur quatre ou cinq pouces de longueur. Leurs queuës ſont fort courtes. De l'aiſſelle de la plûpart des feuilles naiſſent des fleurs (1) juſqu'au nombre de cinq ſoutenues chacune par un pedicule court. Elles ſont toutes blanches, d'une ſeule piece à peu près du volume & de la figure de celles du Jaſmin d'*Eſpagne*, excepté que le tuyau en eſt plus court, & que les decoupures en ſont plus étroites & ſont accompagnées de cinq étamines (2) blanches à ſommets jaunâtres, au lieu qu'il n'y en a que

 deux

deux dans nos Jasmins. Ces étamines debordent le tuyau de leurs fleurs & entourent un stile (3) fourchu qui surmonte l'embryon (4) ou pistile placé dans le fond d'un calice (5) vert à quatre pointes deux grandes & deux petites disposées alternativement. Ces fleurs passent fort vîte & ont une odeur douce, & agreable. L'embryon (4) ou jeune fruit qui devient (6) à peu près de la grosseur & de la figure d'un Bigarreau, se termine en umbilic, & est vert clair d'abord, puis rougeâtre, ensuite d'un beau rouge, & enfin rouge obscur dans sa parfaite maturité. Sa chair (7) est glaireuse, d'un goût desagreable qui se change en celui de nos Prunaux noirs secs lorsqu'elle est dessechée, & la grosseur de ce fruit se réduit alors en celle d'une baie de Laurier. Cette chair sert d'enveloppe à deux coques (8) minces, ovales, étroitement unies, arrondies (9) sur leurs dos, applaties (10) par l'endroit où elles se joignent; de couleur d'un blanc jaunâtre & qui (11.) contiennent chacune une semence calleuse pour ainsi dire, ovale, voutée (12) sur son dos & plate (13) du côté opposé, creusée dans le milieu & dans toute la longueur de ce même côté d'un sillon assez profond. Son goût est tout à fait pareil à celui du *Café* qu'on nous apporte d'*Arabie*. Une de ces deux semences venant à avorter, celle qui reste, acquiert ordinairement plus de volume, a ses deux côtés plus convexes, & occupe seule le milieu du fruit.

On appelle *Café en coque*, ce fruit entier & desseché, & *Café mondé*, ses semences dé-

dépouillées de leurs enveloppes propres & communes.

Par cette deſcription faite d'après nature, il eſt aiſé de juger que l'Arbre du Café qu'on peut appeller le Cafier, ne peut être rangé ſous un genre qui lui convienne mieux que celui des Jaſmins, ſi l'on a égard à la figure de ſa fleur, à la ſtructure de ſon fruit & à la diſpoſition de ſes feuilles; ce qui eſt conforme au ſentiment de M. *Commelin* habile Profeſſeur en Botanique à *Amſterdam*.

Par la vûë du fruit ſur l'Arbre, l'idée que l'on s'étoit formée que ce fruit fut une Féve cruë dans une gouſſe ſe trouve fauſſe, & nous ſommes auſſi deſabuſés de l'opinion de *Rauvolf*, qui nous a voulu perſuader que ce qui eſt marqué dans *Avicenne* ſous le nom de *Bunk*, & dans *Rhaſes* ſous le nom de *Bunca*, & que la plûpart de leurs Interpretes diſent être une racine provenant de l'*Arabie Heureuſe*, ſoit le Café.

Et par la figure que j'en donne ici, on s'appercevra d'abord combien celles des Auteurs qui en ont parlé ſont deffectueuſes, ſoit parce que les Fleurs y manquent, ſoit parce que les feuilles & les fruits y ſont placés peu exactement.

Si après cette deſcription il reſtoit encore le moindre doute que cet Arbre fut veritablement celui qui porte le Café que nous tirons d'*Arabie*, on pourroit s'en éclaircir pleinement par la conformité qui ſe trouve à peu-près entre tout ce que je viens de rapporter, & les Relations de ceux qui ſont arrivés tout recemment de *Zedia*, lieu où il

ſe cultive, éloigné de quelques journées de la rade de *Moka*.

Ces Relations quoi qu'imparfaites, nous apprenoient que cet Arbre croît dans ſon Païs natal & même à *Batavia* juſqu'à la hauteur de quarante pieds, & que le diametre de ſon tronc n'excede pas quatre à cinq pouces, qu'on le cultive avec ſoin, qu'on y voit en toutes les ſaiſons des fruits & preſque toûjours des fleurs, qu'il fournit deux à trois fois l'année une recolte très-abondante, & que les vieux pieds portent moins de fruits que les jeunes, leſquels commencent à en produire dès la troiſiéme & quatriéme année après leur germination. Circonſtances qui avoient déja été en partie obſervées dans le même Païs par M. *Clyve* Anglois, & citées par M. *Sloane* dans les *Tranſactions Philoſophiques* d'*Angleterre* de l'année 1694.

Si la varieté des noms que les Voyageurs donnent à l'Arbre du Café, à ſon fruit, à ſa ſemence, pouvoit ajoûter quelque choſe à la connoiſſance parfaite que nous voulons en avoir, j'en ferois ici une mention exacte, mais outre que la difference de ces noms & de la maniere de les écrire en rendroit l'énumeration ennuïeuſe, c'eſt que les Auteurs qui les ont rapportés, ni les Interpretes des *Arabes* ne conviennent point entre eux de leur propre ſignification, ni de leur veritable étymologie comme feu M. *Galand* l'a fait remarquer dans l'Extrait d'un Manuſcrit *Arabe* de la Bibliotheque du Roi, traitant de l'origine & du progrès du Café.

Qu'il

Qu'il ſuffiſe donc de ſavoir que le mot de Café en *François* ou *Coffé* en *Anglois* & en *Hollandois*, tirent l'un & l'autre leur origine de celui de *Caouhe*, nom que les Turcs donnent à la boiſſon qu'on prépare avec cette ſemence.

Des obſervations ſur la culture d'une Plante qui par ſon uſage eſt devenue auſſi neceſſaire, ſeroient plus intereſſantes pour nous la rendre commune en ce Païs, ſi le peu de temps qu'il y a que nous la poſſedons pouvoit nous en avoir fourni un aſſez grand nombre. Je puis néanmoins établir celles-ci pour certaines; que ſi la ſemence du Café n'eſt pas miſe en terre toute recente, comme pluſieurs autres ſemences de Plantes, on ne doit pas eſperer de la voir germer. Les ſemences qu'en a recueillies M. *Commelin* ſur les pieds cultivés dans le Jardin d'*Amſterdam*, & jettées preſque auſſi tôt en terre, ont produit d'autres Arbres: celles tirées des fruits mêmes que ce ſavant Profeſſeur m'a envoyé, ont eu peu de ſuccès au Jardin Royal, quoique plantées auſſi-tôt qu'elles ont été reçûes, au lieu que celles de l'Arbre cultivé depuis une année au Jardin Royal pour avoir été miſes en terre auſſitôt après avoir été cueillies, ont preſque toutes levé ſix ſemaines après.

Ce fait juſtifie les Habitans du Païs où ſe cultive le Café, de la malice qu'on leur a imputée de tremper dans l'eau bouillante ou de faire ſécher au feu tout celui qu'ils débitent aux Etrangers, dans la crainte que venant à élever comme eux cette Plan-

te,

te, ils ne perdiſſent un revenu des plus conſiderables.

La Germination de ces ſemences n'a rien que de commun.

A l'égard du lieu où nous avons reconnu que cette Plante pouvoit ſe conſerver, comme il doit avoir du rapport avec le Païs dans lequel elle naît naturellement, & où l'on ne reſſent point d'Hyver, nous avons été juſqu'ici obligés de ſuppléer au défaut de la temperature du climat par une ſerre à la maniere de celles d'*Hollande*, ſous laquelle on fait un feu moderé pour y entretenir une chaleur douce, & nous avons obſervé que pour prevenir la ſéchereſſe de cette Plante, il lui falloit de temps en temps un arroſement proportionné.

Soit que ces précautions en rendent la culture difficile, ſoit que les *Turcs* naturellement pareſſeux ayent negligé le ſoin de la multiplier dans les autres Païs ſujets à leur domination, nous n'avons pas encore appris qu'aucune contrée que celle du Royaume d'*Yemen* en *Arabie*, ait la ſatisfaction de la voir croître chez elle abondamment; ce qui paroît être la cauſe qu'avant le ſeiziéme ſiecle ſon uſage nous étoit preſqu'inconnu.

Je laiſſe aux Hiſtoriens le ſoin de rapporter au vrai ce qui y a donné occaſion, & d'examiner ſi l'on en doit la premiere experience à la curioſité du Superieur d'un Monaſtere d'*Arabie*, qui voulant tirer ſes Moines du ſommeil qui les tenoit aſſoupis dans la nuit aux Offices du Chœur, leur en fit boire

boire l'infuſion ſur la relation des effets que ce fruit cauſoit aux Chevres qui en avoient mangé ; ou s'il faut en attribuer la découverte à la pieté d'un Mufti qui pour faire de plus longues prieres & pouſſer les veilles plus loin que les Dervis les plus devots, a paſſé pour s'en être ſervi des premiers.

L'uſage depuis ce temps en eſt devenu ſi familier chez les *Turcs*, chez les *Perſans*, chez les *Armeniens* & même chez les differentes Nations de l'*Europe*, que je croirois inutile de m'étendre ſur la préparation & ſur la qualité des vaiſſeaux & inſtrumens qu'on y employe.

Je me contenterai de faire obſerver que des trois manieres d'en prendre l'infuſion, ſavoir, ou du *Café mondé*, & dans ſon état naturel, ou du *Café rôti*, ou ſeulement des enveloppes propres & communes de cette ſemence auſquelles nos *François* de retour de *Moka*, ont improprement donné le nom de *Fleurs de Café*; la ſeconde de ces manieres eſt préferable à la premiere & à la troiſiéme auſſi appellée *Café à la Sultane*.

Qu'entre le gros & blanchâtre qui nous vient par *Moka*, & le petit verdâtre qui nous eſt apporté du *Caire* par les Caravannes de la *Mecque*, celui-ci doit être choiſi comme le plus mûr, le meilleur au goût & le moins ſujet à ſe gâter.

Que de tous les vaiſſeaux pour le rôtir, les plus propres ſont ceux de terre verniſſée, afin d'éviter l'impreſſion que ceux de Fer ou d'Airain peuvent lui communiquer.

Que la marque du juſte degré de ſa torrefaction eſt la couleur tirant ſur le violet, qu'on ne

ne peut appercevoir qu'en se servant pour le rôtir d'un vaisseau découvert.

Que l'on ne doit en pulveriser qu'autant & qu'au moment que l'on veut l'infuser.

Et qu'étant jetté dans l'eau bouillante, l'infusion en est plus agréable, & souffre moins de dissipation de ses parties volatiles que lorsqu'il est mis d'abord dans l'eau froide.

Il me reste parmi ce grand nombre d'opinions si differentes touchant ses qualités, de donner quelque chose de certain sur sa maniere d'agir & sur ses vertus.

La matiere huileuse qui se sépare du Café & paroît sur sa superficie lorsqu'on le grille, & son odeur particuliere qui le fait distinguer du Segle, de l'Orge, des Pois, des Fêves & autres semences que l'épargne fait substituer au Café, doivent être les vraies indications de ses effets, si l'on en juge par leur rapport avec les huiles tirées par la cornuë, puisqu'elle contient aussi-bien que celles-là des principes volatils tant salins que sulphureux.

C'est à la dissolution de ses sels & au mélange de ses soulfres dans le sang que l'on doit attribuer la vertu principale de tenir éveillé, que l'on a toûjours remarquée comme l'effet le plus considerable de son infusion.

C'est de-là que viennent ses proprietés de faciliter la digestion, de précipiter les alimens, d'empêcher les rapports des viandes, & d'éteindre les aigreurs, lorsqu'il est pris après le repas.

C'est par-là que la fermentation qu'il cause dans le sang, utile aux personnes grasses, reple-

repletes, pituiteuſes, & à celles qui ſont ſujetes aux migraines, devient nuiſible aux gens maigres, billeux, & à ceux qui en uſent trop frequemment.

Et c'eſt auſſi ce qui chez certains ſujets rend cette boiſſon diuretique.

L'experience a introduit quelques précautions que je ne ſaurois blâmer touchant la maniere de prendre cette infuſion; telles ſont celles de boire un verre d'eau auparavant la priſe du Café, afin de la rendre laxative; de corriger par le ſucre l'amertume qui pourroit la rendre deſagreable, & de la mêler ou de la faire quelquefois au lait ou à la crême pour en étendre les ſoulfres, en embaraſſer les principes ſalins & la rendre nourriſſante.

Enfin l'on peut dire en faveur du Café, que quand il n'auroit pas des vertus auſſi certaines que celles que nous lui connoiſſons, il a toûjours l'avantage par-deſſus le Vin de ne laiſſer dans la bouche aucune odeur deſagreable, ni d'exciter aucun trouble dans l'eſprit, & que cette boiſſon au contraire ſemble l'égaier, le rendre plus propre au travail, le recréer & en diſſiper les ennuis avec autant de facilité que ce fameux Nepenthes ſi vanté dans *Homere*.

DES-

DESCRIPTION

D'UNE MACHINE PORTATIVE,

Propre à soutenir des Verres de très-grands Foyers.

Presentée à l'Academie par M. BIANCHINI.

Par M. DE REAUMUR.

* QUANTITÉ d'Observations, dont M. *Bianchini* a enrichi nos Memoires, ont assez appris au Public son habileté & son attention à observer le Ciel. Le zele de M. *Bianchini* pour l'Astronomie ne s'est pas borné là ; instruit mieux que personne du point où cette Science a été portée depuis que l'on fait travailler les grands Verres, il a songé à en rendre l'usage facile. Mrs. *Huygens* & *Cassini* avoient beaucoup fait, en nous montrant qu'on pouvoit se servir des Verres des plus grands Foyers sans tuïaux ; c'étoit avoir levé une difficulté considerable que d'avoir appris qu'on pouvoit se passer d'instrumens qu'il étoit presque impossible de construire, & dont il n'étoit guere plus aisé de se servir. Malgré pourtant cette belle découverte, il restoit encore bien des difficultés ; pour placer ces Verres il falloit cons-truire

* 29 Juillet 1713.


2
1
6
8 8
7

truire ou des tours de bois, telles qu'on en a vû une à l'Obſervatoire ; ou élever ſolidement ſur terre diverſes poutres : il falloit avoir des terrains ſpacieux ; & outre tous ces embarras, il étoit encore neceſſaire d'emploïer pluſieurs perſonnes & diverſes machines pour changer la direction de l'objectif, ſelon que l'Aſtre changeoit de place. Les dépenſes où cela engageoit étoient au deſſus de la fortune, & de l'ardeur de bien des particuliers.

C'eſt ce qui fit croire à M. *Bianchini* que rien ne feroit plus propre à multiplier le nombre des Obſervations, ou, ce qui eſt la même choſe, à perfectionner l'Aſtronomie, qu'une Machine qui eût les qualités ſuivantes. 1°. Qu'elle ſoutînt très-haut le Verre objectif, quoi-que legere. 2°. Qu'on pût facilement changer ſa hauteur, ſelon la differente élevation des Planetes au deſſus de l'Horizon. 3°. Qu'elle fût ſolide & ferme, ſans qu'il fût neceſſaire d'emploïer des clous pour la fixer, ou d'enfoncer des poutres dans la terre. Des qualités précedentes il étoit auſſi eſſentiel qu'il en réſultât deux autres; Savoir, que la Machine entiere pût être tranſportée aiſément, & coutât peu.

Il chercha cette Machine, qui ne paroiſſoit pas aiſée à trouver, & pria M. *Chiarelli*, Prêtre de *Vizence*, celebre en *Italie* pour les ouvrages d'Optique, de la chercher de concert avec lui. *Galilée*, qui a tant fait pour les Sciences, leur fut encore utile dans cette occaſion. M. *Bianchini*, inſtruit de ce que ce celebre Auteur a démontré ſur la force d'un Cylindre creux, ne douta point qu'il

qu'il ne pût donner au Verre objectif un support élevé, solide & leger en même temps, en emploïant des Cylindres creux, c'est-à-dire, en faisant faire des Tuïaux de differens diametres qui s'emboëtassent les uns dans les autres comme ceux des Lunetes. L'usage des Lunetes si familier à M. *Bianchini*, l'avoit encore conduit là. C'étoit déja avoir un support haut, leger, & dont on pouvoit aisément varier la hauteur; deux des qualités essentielles à la Machine cherchée. Il ne restoit plus qu'à trouver une maniere solide & commode d'élever perpendiculairement à la surface de la terre ce haut support. C'est ce que M. *Chiarelli* a executé très-ingenieusement, & qui donne à la Machine tous les avantages souhaités, comme on le verra par la Description que nous en allons donner.

Un Tuïau exagone * d'environ quatre pieds & demi de haut, y sert tantôt d'étui & tantôt de base ou de support à six autres tuïaux. La largeur de chacune des faces de ce gros Tuïau est d'à peu-près deux pouces & demi; il est composé de six petites planches collées ensemble, ou assemblées avec des pointes de clous. Il est de la perfection de la Machine que ces planches soient minces & d'un bois leger.

Le second Tuïau n'est different du premier que par sa grosseur **; il doit entrer commodément dans l'autre, mais il n'y doit pas floter; s'il a moins de diametre que celui qui le reçoit, il a un peu plus de longueur, afin qu'on l'en puisse retirer aisément; ou pour

* AB. * BC.

pour le mieux encore, le bout ſuperieur de chaque tuïau a un petit rebord, une eſpece de petit collet qui ne ſauroit entrer dans le tuïau qui lui ſert d'étui; dans le ſecond Tuïau eſt renfermé un troiſiéme tuïau * comme le ſecond eſt renfermé dans le premier, & ainſi de ſuite.

Pour ſoutenir perpendiculairement à l'horizon le Tuïau qui ſert tantôt de baſe & tantôt d'étui à tous les autres, on lui donne trois pieds **, qui comme trois arc-boutants, font un angle aigu avec l'horizon; & s'appuient contre trois des faces du Tuïau. La maniere dont les pieds le ſoutiennent eſt ingenieuſe. Un petit Tuïau exagone *, qui n'a que queſques pouces de hauteur, comme une eſpece d'anneau, entoure quelque part le gros Tuïau entre ſon ouverture & ſon milieu. Il peut deſcendre & monter librement, mais il eſt toûjours à peu-près entre les limites que nous venons de lui donner. Pour nous exprimer commodément nous le nommerons un anneau.

A cet anneau ſont attachées avec des couplets trois tringles de bois **. Ces tringles ſont égales entre elles; & la longueur de chacune eſt la même que celle du gros Tuïau où elle la ſurpaſſe peu. Leur largeur eſt auſſi à peu-près égale à celle d'une des faces du même Tuïau. Elles ſont attachées chacune vis-à-vis une face differente. Ces trois tringles ſont les trois pieds de la Machine; comme elles ſont tenuës par des couplets, ou ce qui revient au même, comme elles ſont aſſemblées à charniere, on imagi-

ne

* *LD.* ** *HHH.* * *I.* ** *HHH.*

ne aſſez qu'en plaçant l'anneau auquel elles ſont jointes entre le milieu & le bout ſuperieur du gros Tuïau, & qu'en leur donnant de plus une inclinaiſon à peu-près égale, qu'elles arc-boutent le gros Tuïau de trois côtés, & qu'elles le retiennent dans une poſition verticale.

Mais comme il y auroit eu à craindre que quelqu'un des pieds ne gliſſât, on y a remedié en aſſemblant à charniere avec l'extrémité inferieure de chaque pied une petite tringle * de même largeur que le pied, & auſſi longue que les deux tiers ou environ du gros Tuïau. Cette tringle eſt aſſemblée de même par ſon autre extremité avec un anneau † ſemblable à celui auquel les pieds ſont attachés; il eſt inutile de dire que ce ſecond anneau entoure auſſi le gros Tuïau, qu'il peut monter & deſcendre librement, & qu'on le place proche de l'extremité inferieure du Tuïau, lorſqu'on veut élever la Machine perpendiculairement. Il eſt viſible que dans cette derniere diſpoſition les trois tringles inferieures empêchent les trois pieds de s'écarter.

La maniere dont ces pieds & les tringles qui les retiennent ſont aſſemblés, fait encore voir que ſi l'on fait monter l'anneau ſuperieur & l'anneau inferieur le long du gros Tuïau, qu'on oblige en même temps les pieds & les tringles à ſe coucher ſur le Tuïau. La Machine entiere occupe alors un petit volume, comme il paroît dans la Fig. *MILNN*, & elle eſt ſi legere, qu'un homme la peut commodément porter ſous un bras. Lorſ-

* K, K, K. † L.

Lorſqu'on veut s'en ſervir, on commence par la coucher par terre, ou par la mettre dans une poſition fort inclinée. On fait alors ſortir chaque tuïau dedans celui qui lui tient lieu de guaîne autant qu'on le juge neceſſaire, & on l'arrête dans l'endroit où on veut qu'il reſte d'une maniere également ſimple & commode. A cet uſage M. *Bianchini* a imaginé d'emploïer des coins de bois extrêmement minces. On ôte aiſément ces coins, & on les remet avec la même facilité: l'avantage qu'on retire de-là eſt de pouvoir donner plus ou moins de hauteur à la Machine lorſqu'elle eſt dreſſée, ſelon que l'élevation de l'Aſtre le demande. Legere comme elle eſt, il n'y a pas beaucoup de difficulté à la mettre dans une poſition verticale, & pour la retenir dans cette poſition, on voit qu'il n'y a qu'à déplier les pieds.

Peut-être craindra-t-on que ſa legereté ne diminuë ſa ſtabilité, & ce ſeroit une crainte fondée, ſi on ne pouvoit pas remedier commodément à cet inconvenient. Dans tous les endroits où l'on trouve des pierres, on donne aiſément à la Machine la ſtabilité neceſſaire; on en met quelqu'une ſur les tringles ou traverſes qui retiennent les pieds. Ainſi on la charge avec des poids que l'on n'eſt point obligé de tranſporter.

Afin que le gros Tuïau qui ſert de baſe à tous les autres, ne flote point dans les deux anneaux qui le ſoûtiennent, la perfection de cette Machine demande que l'on perce trois écroues dans l'épaiſſeur de l'anneau ſuperieur: mettant une vis dans chaque é-

croüe, il n'y aura qu'à ſerrer les vis pour aſſujettir le Tuïau.

Si l'on apprehende que la pointe des vis ne perce avec le temps le bois du Tuïau, on peut recouvrir ce Tuïau avec une bande de fer ou de cuivre très-mince dans l'endroit que l'anneau entoure lorſque la Machine eſt montée. En faiſant une entaille peu profonde tout autour, on y logera la bande dont nous parlons, & elle ne debordera pas au-deſſus du reſte du Tuïau.

Il eſt à propos auſſi de donner un rebord à l'extremité inferieure de ce gros Tuïau, ou d'y mettre quelques pointes de clous, pour empêcher l'anneau inferieur de ſortir du Tuïau lorſqu'on tranſporte la Machine toute montée d'une place à une autre.

Nous ne nous arrêterons point à expliquer au long comment on place le Verre objectif au haut de cette Machine, on le peut faire de differentes manieres. Celle de M. *Bianchini* eſt commode. Cet objectif eſt logé à l'ordinaire dans un Tuïau cylindrique * qui n'a que ſept à huit pouces de longueur; mais le même tuïau a une eſpece de queüe d'un pied & plus **. Cette queüe n'eſt qu'une goutiere de bois; une eſpece de petit tenon * de bois aſſez mince eſt collé contre la ſurface exterieure du tuïau, vers le milieu de la longueur de ce tuïau, ce tenon eſt percé d'un trou; un autre tenon de bois ſemblable au précedent en eſt éloigné de ſept à huit pouces, & eſt collé ſous la queüe du tuïau **.

Dans

* *O.* ** *P.* * *Q.* ** *P.*

Dans le dernier des tuïaux exagones de la Machine, on fait entrer une petite piece dans laquelle est creusée une entaille verticale; cette entaille reçoit le premier des deux tenons qui sont attachés au tuïau de l'objectif; on y retient ce tenon par le moïen d'une vis.

A la seconde des pieces qui est attachée au tuïau ou plûtôt à la queüe de l'objectif, on arrête le bout d'une petite ficelle. Cette ficelle a du moins autant de longueur que les Verres ont de foyer; elle sert à marquer la distance où l'oculaire doit être placé.

Cet oculaire est dans un Tuïau * semblable à celui de l'objectif, je veux dire, qui a de même une espece de goutiere qui lui fait une queüe ** ; sous cette queüe on attache le second bout de la ficelle *.

Pour soûtenir le Tuïau de l'oculaire M. *Bianchini* emploïe aussi un support ** composé de tuïaux qui s'emboëtent les uns dans le autres. Il a fait faire ceux-ci quarrés; il leur auroit pû donner une autre figure. Cela est fort arbitraire; il ne paroît pas même de raison essentielle de donner aux tuïaux qui servent de support à l'objectif une figure exagone plûtôt qu'une autre.

Il a composé de trois tuïaux le support de l'objectif; le dernier, c'est-à-dire l'inferieur †, est terminé par une entaille; dans cette entaille on fait entrer une petite planche ‡. & on arrête cette planche dans l'entaille par le moïen d'une vis: l'épaisseur de cette planche sert de pied au support de l'ob-

S 2 jec-

* *V*. ** *X*. * *Y*. ** *Za*. † *a*. ‡ *b*.

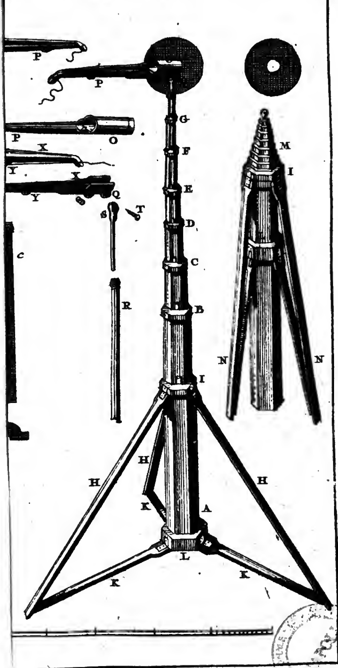
jectif ; ce n'est pas là un pied bien solide, il l'est pourtant de reste, parce qu'on met ce support dans une position inclinée, de façon qu'il fait un angle obtus avec la partie de l'horizon qui est entre lui & le support de l'objectif. La ficelle dont un des bouts est attaché au tuïau de l'objectif & l'autre bout au tuïau de l'oculaire, retient le support de l'oculaire dans cette situation.

Au reste, il est aisé de voir quelle hauteur doivent avoir ensemble les tuïaux de ce dernier support : elle doit être telle qu'un homme debout ou assis puisse appliquer l'œil près du verre.

Tous les verres avec leurs tuïaux & le support de l'objectif peuvent être renfermés dans une boëte assez petite & assez legere; de sorte que le même homme qui sous un bras porte le support de l'objectif, peut porter de l'autre bras la boëte qui contient le reste de l'atirail ; ainsi un Observateur qui n'a pas chez lui assez de terrain, ou un terrain propre pour observer, transporte quand il lui plaît à la campagne tout ce qui lui est necessaire ; il est en état de choisir pour observatoire les terrains les plus commodes; il peut seul tout faire ; il est pourtant bon qu'il ait une personne avec lui qui abaisse ou éleve quelques-uns des tuïaux du grand support, selon que l'Astre monte ou descend, quoi-qu'en cas de besoin il puisse tout faire lui seul.

Un grand vent ne seroit pas un temps favorable pour observer avec cette Machine; le vent y fait pourtant moins d'impression qu'on ne croiroit.

OB-


P
P
P
O
X
Y
X
Y
Q
S
T
C
R
G
F
E
D
C
B
I
M
I
N
N
H
H
H
K
A
L
K
K

OBSERVATIONS

Sur des Matieres qui pénetrent & qui traversent les Métaux sans les fondre.

Par M. HOMBERG.

* QUOI-QUE la substance des métaux soit plus compacte & plus serrée qu'aucune autre que nous connoissons, & qu'elle soit si bien liée quand elle est pure & sans mêlange de matieres étrangeres, qu'elle supporte mieux que toute autre les efforts les plus violens, il se trouve cependant des matieres qui les traversent aussi facilement que si leur tissu étoit très-lâche & de nulle résistance. Il y a de ces matieres qui traversent les métaux sans qu'il paroisse des ouvertures sensibles pour leur donner un passage libre, & sans laisser aucune trace ou marque après y avoir passé, comme sont par exemple la matiere Aimantine, de laquelle nous pouvons juger avec beaucoup de vraisemblance, qu'elle passe très-librement au travers de tous les corps qu'elle rencontre en son chemin, pour atteindre le Fer ou l'Acier qui se presente dans son tourbillon.

La vapeur de la fameuse Encre de sympathie paroit traverser aussi à une certaine distance, quelque corps que ce soit, & même des

* 15 Novembre 1713.

de plaques de métal qui couvrent l'Ecriture invisible qui convient, pour la rendre visible, & pour la teindre en Lettres noires.

L'exhalaison sulphureuse d'une Pierre de Boulogne nouvellement calcinée, traverse tout ce qui est dans son voisinage, & elle teint en même temps superficiellement l'Argent en couleur d'Or, & le Laton en couleur d'Argent, nonobstant qu'ils soient exactement enfermés dans des boëtes de Fer, ou de quelqu'autre métal que ce soit. Je mis un jour une Pierre de Boulogne nouvellement calcinée dans un tiroir où il y avoit une Montre à boëte d'Argent; je cherchai environ huit ou dix jours après quelque chose dans ce tiroir, je trouvai la boëte de ma Montre dorée, & toutes les rouës en dedans argentées, mais quinze jours après la boëte d'Argent étoit devenuë tout à fait noire, aussi-bien que les roües de la Montre, qui étoient si fort corrodées, qu'on n'a jamais pû les nétoïer, ni les faire reservir.

Il y a d'autres matieres qui se font elles-mêmes un passage forcé, ou un trou au travers d'un morceau de metal, quand elles le peuvent atteindre d'une certaine façon; comme par exemple un morceau de soulfre commun mis sur une plaque de fer fort rouge y fait un trou & passe au travers; un morceau de sublimé corrosif mis sur une plaque d'argent rouge, y fait un trou avec bruit & passe au travers; & si l'Argent étoit trop épais, pour ne le pas pouvoir percer tout-à-fait, il le creuse jusqu'à deux ou trois lignes de profondeur en repoussant les parties dé-

deplacées de l'Argent au bord du trou qu'il a fait.

Enfin il y a d'autres matieres qui traversent la ſubſtance des métaux plus ſenſiblement que celles de la premiere eſpece que nous venons de rapporter, & moins violemment que celles de la derniere, c'eſt-à-dire, des matieres que l'on voit paſſer très-clairement au travers des pores du métal ſans en déranger les parties, & qui ne font point de trou pour y paſſer. Nous examinerons avec un peu d'attention quelques-unes de cette derniere eſpece comme plus extraordinaires & moins connuës que les précedentes, ne ſachant perſonne qui en ait écrit ou qui les ait obſervées devant moi.

Le premier exemple ſera un ſel fondu qui paſſe au travers des pores du fer, comme l'eau paſſe au travers du Papier gris.

J'ai crû autrefois que le Borax étoit une compoſition artificielle, par le témoignage de quelques Auteurs qui le croyoient apparemment ainſi, ce qui m'a fait faire pluſieurs differentes opérations tentatives pour découvrir cette compoſition, mais le Borax n'étant pas artificiel, mais un ſel foſſile naturel comme eſt le Vitriol ou l'Alun, mon travail n'a pas pû être heureux ſelon mon intention, il a été cependant l'occaſion de quelques découvertes qui m'ont paru neuves, parmi leſquelles ſe trouve le ſel dont il s'agit, & qui eſt peut-être le plus pénétrant & en même temps le moins corroſif de tous les ſels lixiviels que nous connoiſſons: voici comment je l'ai fait.

Prenez une livre environ de Chaux vive,

verſez-deſſus deux pintes de Vinaigre, laiſſez-les enſemble en une douce digeſtion pendant deux fois vingt-quatre heures en les remüant de temps en temps, laiſſez raſſoir, & verſez-en la liqueur claire par inclination; puis prenez Soulfre commun une partie, Salpêtre raffiné deux parties & Sel décrepite trois parties, pilez le tout, & après les avoir mêlez exactement, vous mettrez au feu un creuſet qui puiſſe contenir toute la matiere; le creuſet étant rouge, vous la mettrez dedans cueillerée à cueillerée, juſqu'à ce que le tout y ſoit entré; la matiere s'enflammera foiblement & ſans détonation, elle ſe gonfle quand elle commence à ſe fondre, alors il la faut remüer avec une verge de fer, & continuer le feu juſqu'à ce que le tout ſoit fondu comme de l'eau; ce qui arrive bien-tôt après que la flamme du Soulfre a fini: vous verſerez pour lors vôtre matiere fonduë dans un baſſin de Cuivre où elle durcit ſur le champ; verſez enſuite ſix parties de vôtre premier Vinaigre preparé ſur une partie de cette matiere, chauffez-les un peu pour la fondre plus facilement, étant fonduë, filtrez & évaporez, puis laiſſez refroidir, & verſez encore autant de ce Vinaigre deſſus & évaporez juſqu'à la pellicule: mettez cette liqueur à la cave, il ſe formera des cryſtaux, leſquels étant fondus à grand feu dans un creuſet de Fer, paſſent en très-peu de temps au travers de ce Fer ſans le troüer, comme le plomb paſſe au travers d'une coupelle, & ils ne penetreront pas ſi vîte un creuſet de terre dans le grand feu que le Salpêtre ordinaire.

Les

Les matieres qui entrent dans cette composition sont la Chaux vive, le Vinaigre distilé, le Salpêtre, le Sel marin & le Soulfre commun, lesquelles considerées séparement ne sauroient faire un effet approchant, si ce n'êst le Soulfre commun qui pénetre à la verité le Fer promptement; mais en le fondant & en le détruisant, comme nous l'avons remarqué dans le commencement de ce Memoire, au lieu que nôtre composition ne le met pas en fonte ni ne le détruit; car le Fer après en avoir été penetré reste aussi malléable qu'il étoit auparavant, & il paroît couvert de moins de Machefer que si on l'avoit rougi au feu sans cette matiere.

Il y a toute apparence que l'action violente du Soulfre commun sur le Fer ne provient que de ce que tout l'acide du Soulfre y est joint à toute sa partie huileuse, car l'acide ayant été separé du composé du Soulfre commun, sa partie huileuse seule n'est plus ni inflammable ni le dissolvant d'aucun métal, comme je l'ai montré dans un Memoire imprimé en 1703. & l'acide du Soulfre seul & separé de son huile ne fait pas plus d'effet sur le Fer que l'esprit de Vitriol ou l'esprit d'Alun, c'est-à-dire, le dissout lentement & foiblement; mais tant qu'ils sont joints ensemble, ils composent cette matiere inflammable qui pénetre aisément la substance du Fer, le dissout & le détruit dans le feu, en produisant dans toute la masse du Fer qu'elle peut atteindre, à peu-près le même effet que la flamme de la forge produit sur sa superficie seulement;

ſavoir, le brûle en Machefer, auſſi voyons-nous que le Fer calciné par le Soulfre commun eſt très-ſemblable au Machefer.

Mais comme la plûpart de cette matiere graſſe & inflammable du Soulfre a été évaporée dans l'opération qui a produit nôtre Sel ou nos criſtaux, il n'y en eſt reſté qu'une très-petite partie dont l'activité a été affoiblie conſiderablement ; & l'acide du Soulfre qui ſans cette graiſſe eſt un foible diſſolvant du Fer, ayant été diſſipé en partie dans le feu & en partie abſorbé par les parties alkalines du Salpêtre, du Sel commun & de la Chaux, n'eſt plus capable de le corroder ou de le diſſoudre, au contraire la jonction de ces matieres alkalines avec ce reſte du Soulfre commun a produit le composé de nos cryſtaux qui pénetre à la verité aiſément le Fer, mais ce n'eſt qu'à paſſer au travers de ſes pores ſans les déranger ou en détruire la ſubſtance ; & comme les parties du Fer dans le grand feu ſe dilatent & s'écartent les unes des autres, elles prêtent un paſſage fort libre à nôtre compoſition dans le grand feu, mais les parties du Fer ſe rejoignant étroitement & ſe raprochant lorſque le Fer ſe reffroidit, elles preſſent & expriment cette matiere & la chaſſent ſur la ſurface du Fer, ſans en garder dans ſon interieur, ce qui fait que ce Fer eſt auſſi malléable en ſortant du feu après cette pénétration qu'il l'étoit devant, & même il ne périt pas ſitôt par la rouille que s'il n'avoit pas touché à nôtre compoſition, ce qui pourra être de quelque uſage quand on le ſaura bien emploïer.

Le

Le second exemple que nous allons examiner, sera une matiere bitumineuse métallique, laquelle ayant été fonduë sur une lame d'Argent de l'épaisseur environ d'une demi-ligne, passe au travers de cet Argent sans y faire de trou, & elle teint l'Argent de part en part en couleur de plomb, c'est-à-dire, qu'elle y sera aussi noire dans son interieur que sur ces surfaces, & les autres endroits de la lame d'Argent qui n'auront pas touché à nôtre composition ne changeront point de couleur ni en dedans ni en dehors; les parties noires de cet Argent seront aussi malléables que les parties qui sont restées blanches; de sorte qu'en les battant ensemble sur une enclume, elles s'étendront également sous le marteau sans se crever & sans se rompre; voici comment j'ai fait cette matiere bitumineuse métallique.

Dissolvez de l'Argent fin autant que vous voudrez dans de l'Eau forte à l'ordinaire, precipitez-le ensuite en Chaux d'Argent par le Sel commun, lavez & édulcorez cette Chaux dans plusieurs eaux chaudes, jusqu'à ce que l'eau en sorte insipide, seichez-la pour lors au Soleil ou sur une très-petite chaleur & elle sera bien édulcorée, puis prenez de cette Chaux d'Argent une partie, du sublimé corrosif deux parties, & de l'Antimoine crû trois parties, mettez le tout bien en poudre, mêlez exactement, & distillez dans une cornuë de verre par degrés au feu ce sable, il en sortira d'abord du beurre d'Antimoine & ensuite du Mercure coulant: quand il ne sortira plus de Mercure vous pousserez le feu violemment pendant une heure, puis lais-

sez refroidir vôtre cornuë, cassez-la, vous trouverez à l'entrée de son col un bourlet épais d'une matiere noirâtre que vous détacherez avec un coûteau; c'est nôtre matiere bitumineuse métallique qui fond comme de la Cire à une chaleur moderée, qui est proprement un cinabre d'Argent & d'Antimoine.

Mais comme cette matiere ressemble en quelque façon au vrai cinabre d'Antimoine, il sera bon de voir ici en quoi ils different, afin de ne se pas méprendre quand on voudra faire nôtre experience. La premiere difference & la plus considerable que j'y trouve est que nôtre composition contient du métal, c'est-à-dire de l'Argent, & dans l'autre il n'y en a point, puisque la nôtre est une matiere compacte & dure qui a retenu fort peu de Soulfre brûlant de l'Antimoine, & l'autre est une matiere très tendre qui contient beaucoup de Soulfre brûlant de l'Antimoine, qui se fond aisément au feu, qui brûle & qui corrompt les métaux & même l'Argent, comme fait le Soulfre commun; aussi fait-il ordinairement un trou dans la piece d'Argent quand on en veut faire nôtre experience, & il rend l'Argent qu'il a touché dur & cassant, au lieu que nôtre composition en se fondant sur l'Argent s'imbibe dans ce métal, le pénetre de part en part sans y faire de trou & le teint en vraie couleur de Plomb, l'argent restant doux sous le marteau comme il étoit auparavant, & même la goute de cette matiere qui a passé au travers de la lame d'Argent, est aussi douce sous le marteau que du vrai Plomb & se

cou-

coupe de même; de sorte que l'on connoît aisément que nôtre matiere bitumineuse métallique & le cinabre d'Antimoine sont deux composés fort differens, dont l'un ne consiste qu'en Mercure & en beaucoup de Soulfre brûlant d'Antimoine, & l'autre en Mercure, en Argent & en fort peu de Soulfre brûlant d'Antimoine.

Il se trouve dans cette composition deux des plus puissans dissolvans que nous ayons; savoir; le Soulfre brûlant & le Mercure commun qui dissolvent chacun séparement tous les métaux depuis l'Or jusqu'au Plomb, mais ils le font en des matieres fort differentes, le Soulfre les dissout avec une violence extrême & toûjours dans le grand feu qui détruit même tous les moindres métaux; le Mercure pénetre & dissout avec douceur, mais très-lentement tous les métaux & n'en détruit aucun, mais la violence de l'un & la lenteur de l'autre ont été si bien corrigées dans l'opération qui a produit nôtre composition, qu'ils agissent paisiblement & de concert sur la lame d'Argent qu'on leur expose, sans la déchirer ni la troüer, parce que dans cette opération ils ont été enlevés en vapeurs en même temps avec une partie de la Chaux d'Argent, & en se sublimant ensemble; le Soulfre & le Mercure ont pénetré cette Chaux, ont emploïé sur elle leurs plus grands efforts de dissolvans, & ils ont composé tous trois une matiere paisible qui n'agit plus comme un dissolvant violent, mais qui a simplement conservé une disposition de s'insinüer dans les pores de l'Ar-

gent & de les traverser sans les corrompre. Mais ce qu'il y a ici de fort extraordinaire, c'est que cette matiere qui est friable & très-cassante avant que d'avoir traversé la lame d'Argent est souple, ductile & malléable après y avoir passé, comme est l'Argent même.

Pour rendre raison de ce changement subit, je dirois qu'il y a toute apparence que dans la sublimation de nôtre matiere, une trop grande quantité de la terre du Soulfre brûlant de l'Antimoine a été poussée en même temps avec les autres parties de nôtre composé vers la voute de la cornuë & s'y est sublimée avec elles; cette matiere terreuse s'est insinuée de toute part parmi le Mercure & l'Argent & les a empêché de se toucher immédiatement, pendant que la partie pure bitumineuse du Soulfre les a liées ensemble: tant que cette terre y est restée mêlée, le composé a été cassant & friable, mais en passant par les pores de la lame d'Argent, cette terre trop grossiere n'y a pas pû passer avec les autres parties, & elle est restée, pour ainsi dire, sur l'Argent qui lui sert de filtre; les autres parties qui ont passé au travers de la lame d'Argent étant débarassées de cette terre inutile, se sont arrangées autrement & sont devenuës un corps souple, ressemblant parfaitement à du métal, tant pour la couleur que pour la ductilité.

HIS-

HISTOIRE

D'UN ASSOUPISSEMENT EXTRAORDINAIRE.

Par M. IMBERT.

LE Sommeil eſt l'état de l'homme le plus triſte & le plus humiliant; en ſanté il a des bornes que la Nature a l'art de prolonger ſouvent par habitude ou par temperament. Parmi les Animaux le Loire & la Marmotte dorment ſix mois de l'année ſans s'éveiller. Un dormeur de cette eſpeçe eſt un exemple rare & dont l'Hiſtoire m'a parû digne de la recherche d'un Philoſophe curieux obſervateur.

Un homme âgé de quarante-cinq ans environ, d'un temperament ſec & robuſte, nommé *Tally*, Domeſtique des Coches de de *Roüen*, Garçon Charpentier de ſon métier, tomba dans la maladie dont il s'agit par l'accident que je vais décrire. Il eut querelle avec un Charpentier pour qui il avoit travaillé; on les ſépara comme ils étoient prêts de ſe battre; chacun s'en alla de ſon côté. Peu de temps après nôtre malade apprit que ſon ennemi étoit tombé d'un bâtiment & s'étoit tué; cette funeſte nouvelle le ſaiſit, il ſe proſterna le viſage contre terre; ſon eſprit & ſes ſens s'aſſoupirent in-

insensiblement. Le 26. Avril de l'année 1715. il fut transporté à la Charité où il est demeuré jusqu'au 27. Août de la même année, c'est-à-dire l'espace de quatre mois entiers. Les deux premiers mois il ne donna aucune marque de mouvement ni de sentiment volontaire; ses yeux jour & nuit furent fermés; souvent il remuoit ses paupieres; sa respiration toûjours libre, aisée, son poux petit, lent, mais égal; mettoit-on ses bras dans une situation ils y demeuroient: (accident d'une maladie que l'on nomme Catalepsie) il n'en étoit pas de même du reste de son corps; pour le soûtenir on lui faisoit avaler quelques cueillerées de vin pur; ce fut pendant ce temps sa seule nourriture, aussi devint-il maigre, sec & decharné; état bien different de celui dans lequel il étoit auparavant. M. *Burette* entre les mains de qui il tomba d'abord mit en usage les secours les plus puissans de l'art; saignées du bras, du pied, de la gorge, emetique, purgatifs, vesicatoires, sangsuës, volatiles, cela sans lui pouvoir procurer d'autre soulagement que celui de parler un jour entier d'assez bon sens à sa famille & aux Religieux, ensuite de quoi il retomba dans son assoupissement. Les deux derniers mois de son séjour à la Charité, il donna par intervalles quelques marques de sentiment, tantôt serrant les mains de sa femme, tantôt se plaignant douloureusement (cela arrivoit quand on avoit été plusieurs jours sans le purger) Dès ce temps il commença à ne plus gâter sous lui, ayant attention de s'avancer sur le bod du lit où étoit une toile cirée mise exprès,

près, & de ne rien rendre qu'il ne se sentît dans cet endroit, pour lors il se soulageoit de ses besoins & se remettoit à sa place; il commença aussi à se nourrir de bouillons, de potage, de viande, conservant toûjours ses premieres inclinations, c'est-à-dire, un grand goût pour le vin. Jamais il ne découvroit par aucuns signes ses besoins. Aux heures marquées de ses repas on lui passoit le doigt sur les levres; à ce signal il ouvroit la bouche sans ouvrir les yeux & avaloit ce qu'on lui faisoit prendre; il se remettoit ensuite, attendant patiemment un second avertissement. Regulierement on le rasoit, il étoit pendant ce temps comme un mort appuyé sans remuer. Le levoit-on l'après-diner, on le trouvoit dans sa chaise les yeux fermés situé de la même maniere qu'on l'avoit mis. Huit jours avant de sortir de la Charité on s'avisa de le jetter tout nud dans un bassin d'eau froide pour le surprendre; ce remede le surprit effectivement, il ouvrit les yeux, regarda fixement, ne parla point: dans cet état sa femme le fit transporter chez elle, où il est presentement: on ne lui a fait aucun remede, il parle d'assez bon sens, il se remet tous les jours.

C'est ici l'écueil d'un Philosophe raisonneur; toûjours impatient de se rendre maître de la Nature dans ses desseins les plus cachés, il voit, il admire, il cherche & ne découvre point. J'ose cependant proposer à la Compagnie comme conjectures, quelques reflexions que j'ai fait sur une histoire aussi singuliere. Pour le representer avec ordre, j'examine premierement comment un chagrin

peut

peut produire un sommeil de cette espece. J'explique en second lieu les differens changemens qui lui sont arrivés. Je recherche enfin les exemples qui peuvent y avoir rapport. Dans la premiere proposition deux choses à considerer; d'où dépend le sommeil; la maniere dont agit le chagrin. Plusieurs causes produisent le sommeil en general; du côté du cerveau, obstruction dans les glandes, compression ou relâchement; de-là pour l'ordinaire les apoplexies, les sommeils lethargiques; du côté du sang apauvrissemens d'esprits; de-là la necessité indispensable à l'homme de dormir pour les reparer; esprits trop embarrassez par les parties grossieres: de-là la disposition toûjours prochaine aux maladies d'assoupissement. Tel étoit l'état de nôtre malade avant d'y tomber; Charpentier de profession, ivrogne d'inclination, qualités qui fournissent communément un sang épais, dont les principes actifs se développent difficilement; la Raison le prouve, l'Experience le confirme tous les jours. Cela posé, reste à examiner la maniere dont agit le chagrin. Le chagrin est une maladie de l'ame des plus affreuses & des plus funestes; la fureur, le desespoir, la vengeance, la crainte, la mélancholie sont ses effets ordinaires. Quels desordres ne produisent pas sur la machine des passions de cette nature? Les unes précipitent sans ordre les mouvemens des esprits; d'où prennent origine les égaremens furieux, un nombre infini de maladies aiguës, les autres en ralentissent le cours; d'où naissent les affections hypochondriaques, la plûpart des maladies chroniques.

Le

Le chagrin du Dormeur en question est de la derniere espece ; à la nouvelle de son ennemi tué saisi de frayeur il ne s'occupe que d'idées tristes ; la crainte & la tristesse retiennent ses esprits dans le cerveau, son sang naturellement grossier, dépourvû, pour ainsi dire, du premier mobile, s'épaissit de plus en plus, ses parties se raprochent, se lient les unes aux autres, enchaînent les esprits ; il ne faut plus des heures de repos, il faut des mois entiers pour en separer la quantité necessaire à la veille. Je ne crains point de le comparer ici à la Marmotte ; endormi de la sorte il est sa veritable image, cet animal pesant par sa constitution naturelle, engourdi, regorge de graisse dans le temps qu'il s'endort ; les six mois de sou sommeil il ne prend point de nourriture, les esprits par les seuls mouvemens de la circulation du sang, & de la respiration qu'il conserve se dégagent insensiblement : au bout de ce temps il se reveille sans aucun secours ; les six mois qu'il veille il mange raisonnablement, dissipe peu, son sang devient de la même espece, il se rendort. Peut-être par les mêmes principes & le même raisonnement, peut-être pourroit-on expliquer d'une maniere vraisemblable les changemens qui sont arrivés à nôtre malade pendant son assoupissement ; les deux premiers mois son sommeil a été profond ; son sang avoit acquis en apparence la qualité du sang de la Marmotte ; les deux autres mois sans ouvrir les yeux ni parler, il ne laissoit pas de donner par intervalles quelques marques de sentiment. Par la diete exacte qu'il observa, les esprits se dégagerent, il s'en

s'en ſépara une plus grande quantité ; à la Marmotte il faut ſix mois, la Nature en a ainſi ordonné en la formant ; ici c'eſt un accident il peut ſe réparer en moins de temps ; nous en avons la preuve : nôtre malade ſe rétablit tous les jours ; il reſte à rechercher les exemples qui peuvent y avoir rapport. Les Auteurs tant anciens que modernes n'en fourniſſent aucun. M. *Homberg* lût en l'année 1707. à la Compagnie, l'Extrait d'une Lettre *Hollandoiſe* imprimée à *Gouda*, contenant l'Hiſtoire d'une Lethargie extraordinaire ; elle merite d'entrer ici en parallele ; le chagrin y donna lieu, l'aſſoupiſſement fut precedé d'une affection mélancholique de trois mois. Pour la longueur du ſommeil le Dormeur de *Hollande* l'emporte ſur celui de *Paris*, il dormit ſix mois de ſuite ſans interruption, ne donna pendant ce temps aucunes marques de mouvement volontaire ni de ſentiment : au bout de ſix mois il ſe reveilla, s'entretint avec tout le monde, vingt-quatre heures après il ſe rendormit, peut-être dort-il encore ; nous n'avons pas la ſuite de cette Hiſtoire. Le Charpentier en queſtion de quatre mois de maladie n'en a que deux de vrai ſommeil, mais l'accident cataleptique, les marques de l'homme endormi qu'il a conſervé, celles qu'il a donné de l'homme éveillé, l'effet qui a ſuivi le bain d'eau froide ſont autant de particularités rares qui rendent le fait digne de l'attention des Phyſiciens & des Medecins les plus éclairés ; mon deſſein étoit d'entrer dans l'explication de tous ces accidens particuliers, la crainte d'ennuïer me l'a fait remettre à une autre Diſſertation.

OBSERVATIONS

De l'Eclipse de Lune qui est arrivée le 2. Decembre au matin de cette année 1713. à l'Observatoire.

Par M^rs. DE LA HIRE.

* CETTE Eclipse a pû être très-bien observée, car le Ciel étoit serein, & comme il y avoit déja quelques jours que le vent de Nord-Est souffloit, l'air pouvoit être fort pur pour faire l'ombre de la Terre aussi bien terminée qu'elle le puisse être comme elle paroissoit en effet; & cette ombre étoit si forte, que le limbe de la Lune n'y paroissoit point; ce qui confirme la pureté de l'air sur la surface de la Terre à l'endroit qui envoïoit son ombre sur la Lune. Nous y avons apporté tous nos soins, & outre les Phases observées nous avons encore l'Immersion & l'Emersion de plusieurs taches sur lesquelles l'ombre a passé.

Toutes les Observations des Phases de cette Eclipse ont été faites avec le Micrometre appliqué à une Lunette de 7. pieds de foyer, & l'on a observé le diametre de la partie qui restoit éclairée du disque de la Lune, & par conséquent ce diametre étant ôté du diametre entier de la Lune, il reste le diametre de la partie éclipsée que l'on a trouvée d'abord en minutes

* 6 Decembre 1713.

nutes & secondes de degré comme elles sont marquées par le Micrometre. Nous avons trouvé le diametre de la Lune vers la fin de l'Eclipse de 31′ 14″, & nous l'avons posé de 31′ 20″ vers le milieu de l'Eclipse où la Lune étoit plus haute que vers la fin, & par consequent plus proche du lieu de la surface de la Terre où nous observions.

On doit ici remarquer que cette observation du diametre de la Lune vers la fin de l'Eclipse étoit plus juste que celle que nous avions faites vers le commencement, car vers la fin le Ciel étoit un peu brouillé & couvert de nuages legers qui ôtoient le grand éclat de la lumiere de la Lune comme elle paroissoit au commencement ; ce qui fait qu'on juge les corps fort éclairés sur un fond noir, un peu plus grands qu'ils ne sont en effet, quoiqu'on se serve d'une Lunette.

Enfin nous avons converti les minutes & secondes de degré qui ont été observées en doigts & minutes de doigt éclipsés comme on les rapporte ici.

On doit encore remarquer que lorsque l'ombre de la Terre se rencontre sur un endroit du disque de la Lune où il y a beaucoup de taches obscures, on ne voit pas si distinctement le terme de l'ombre que lorsqu'elle passe sur les parties éclairées du disque.

Temps,

Temps.			Phases.			
			Minutes & Secondes de degré.		Doigts & Min.	
H.	M.	S.	M.	S.	D	M.
à 2	25	15	Commencement de l'Eclipse.			
2	29	10	0	44	0	17
2	34	25	3	17	1	16
2	42	55	5	50	2	15
2	47	15	7	6	2	44
2	50	35	8	23	3	14
3	4	15	10	56	4	12
3	13	10	12	2	4	38
au milieu de l'Eclipse.			12	50	4	56
3	47	20	12	2	4	38
4	2	50	10	56	4	12
4	10	35	9	39	3	43
4	16	45	8	23	3	14
4	23	5	7	6	2	44
4	28	30	5	50	2	15

Temps			Phases.			
H.	M.	S.	M.	S.	D.	M.
4	33	15	4	34	1	49
4	39	5	3	17	1	16
4	43	25	2	1	0	49
4	46	35	0	44	0	17
4	49	20	Fin de l'Eclipse.			

Par la comparaison des Observations du comencement & de la fin de l'Eclipse & des cor-

correſpondantes qui n'en ſont pas beaucoup éloignées, on détermine le milieu à

3h	37′	17″
3	37	52
3	35	43

Et prenant un moïen, on peut eſtimer ce milieu à

3h 36′ 40″

Paſſage de l'Ombre par les Taches de la Lune.

A 2h	37′	5″	Commencement de *Mare Humorum.*
2	37	35	Commencement de *Tycho.*
2	53	35	Fin de *Mare Humorum.*
3	24	25	*Cyrillus.*
3	34	5	Commencement de *Langrenus.*
3	41	21	Fin de *Langrenus.*
3	52	5	Emerſion de *Mare Humorum.*
3	54	35	Fin de *Schichardus.*
4	0	5	Milieu de *Capuanus.*
4	10	51	Commencement de *Mare Nectaris.*
4	15	25	Milieu de *Tycho.*
4	16	55	*Theophilus.*
4	24	5	Milieu de *Langrenus.*
4	27	5	Fin de *Mare Nectaris.*
4	40	15	*Snellius.*
4	49	21	Fin de l'Eclipſe.

OB-

OBSERVATION

De l'Eclipse de Lune du 2. Decembre 1713. faite à l'Observatoire Royal.

Par Mrs. MARALDI & CASSINI.

* IL y a eu cette année 1713. deux Eclipses de Lune partiales dont la premiere est arrivée le 8. Juin, la Lune étant près de son nœud ascendant, & la seconde a été observée le 2. Decembre, la Lune étant près de son nœud descendant. Dans la premiere la latitude de la Lune étoit Meridionale & son disque a été éclipsé dans sa partie Septentrionale; & dans la seconde la latitude de la Lune étoit Septentrionale & son disque a été éclipsé dans sa partie Meridionale.

Nous n'avons pas pû observer ici à *Paris* l'Eclipse du 8. Juin, qui suivant nos Tables devoit être de quatre doigts & cinq minutes, & dont la fin devoit arriver de jour à $7^h\ 40'\ 36''$ du soir, un peu auparavant le coucher du Soleil; mais elle a été observée à *Bologne* par M. *Manfredi*, qui en a déterminé la fin à $8^h\ 16'$, & c'est la seule Observation que nous en aïons reçûë.

Le temps a été assez favorable pour l'Observation de l'Eclipse derniere. Nous prîmes dès le soir précedent le passage de la Lu-

* 6 Decembre 1713.

ne & de ses Taches par les fils de la Machine parallactique pour déterminer leur situation dans le disque apparent qui est sujet à quelque variation à cause de la libration de la Lune.

L'Observation de l'Eclipse a été faite en deux endroits differens de l'Observatoire avec deux Lunetes de 8. pieds, dont l'une avoit un Micrometre à son foyer, & l'autre des Reticules placés à égale distance l'un de l'autre, & on déterminoit en même temps l'entrée des Taches dans l'Ombre & leur sortie de la maniere qu'on va le rapporter.

Observation faite avec les Reticules.

A 1h	57'		On commençoit déja à voir la Penombre.
2h	25'	53"	Commencement de l'Eclipse.
	30	19	La Lune étoit éclipsée d'un doigt.
	34	48	Un doigt & demi.
	36	58	L'Ombre au bord de Tycho.
	38	38	L'Ombre au milieu de Tycho & au bord de *Mare Humorum*.
	40	8	Tycho est entierement dans l'Ombre.
	40	50	Deux doigts.
	49	38	L'Ombre au bord de Gassendus.
	51	8	L'Ombre au bord de Bulialdus.
	51	43	Trois Doigts.
3	1	58	L'Ombre éloignée de Grimaldus

		dus de deux de ses diametres où elle reste pendant plusieurs minutes.
3	0	Quatre Doigts.
5	45	L'Ombre au bord de Snellius & Furnerius.
8	28	Snellius & Furnerius entierement dans l'Ombre.
9	0	Quatre Doigts & demi.
10	28	L'Ombre au bord de Fracastorius.
12	38	Fracastorius entierement dans l'Ombre.
17	8	L'Ombre au bord de Petavius.
19	18	L'Ombre au milieu de Petavius.
22	42	Cinq Doigts.
33	28	Gassendus est sorti entierement de l'Ombre.
34	8	L'Ombre au bord de Langrenus.
39	8	La Lune est éclipsée de 5. doigts & 9. minutes, qui est la plus grande Eclipse.
41	8	Langrenus entierement dans l'Ombre.
49	8	Bulialdus est entierement sorti de l'Ombre.
50	48	*Mare Humorum* est entierement hors de l'Ombre.
51	19	Cinq Doigts.
58	10	Capuanus est sorti de l'Ombre.
59	4	Quatre Doigts & demi.

4	5	40	Pitatus est entierement sorti de l'Ombre.
	7	15	Quatre Doigts.
	13	30	Trois Doigts & demi.
	14	40	Tycho commence à sortir de l'Ombre.
	17	10	Tycho est entierement sorti.
	20	25	Trois Doigts.
	24	30	Langrenus est entierement sorti de l'Ombre.
	30	40	Deux Doigts.
	39	16	Petavius est entierement sorti de l'Ombre.
	40	50	Un Doigt.
4	48	16	Fin de l'Eclipse.

Suivant ces Observations, le milieu de l'Eclipse est arrivé à $3^h\ 36'\ 35''$.

Sa durée a été de $2^h\ 21'\ 24''$, & sa grandeur de 5. doigts 9. minutes.

On a remarqué pendant la durée de l'Eclipse que le Ciel étant également serein, l'Ombre paroissoit quelquefois mieux terminée dans des temps que dans d'autres.

RAP-

RAPPORT DES SONS DES CORDES

d'Instrumens de Musique, aux Fleches des cordes; Et nouvelle détermination des Sons fixes.

Par M. SAUVEUR.

I. *Remarques generales sur les cordes sonores.*

APRE'S avoir établi les premiers fondemens de l'Acoustique dans l'Histoire de l'Academie de 1700. & dans les Memoires de 1701. 1702. 1707. & 1711. j'ai pris le parti d'examiner en particulier chaque corps sonore, en commençant par les cordes d'Instrumens comme les plus simples. J'ai découvert des proprietés singulieres, utiles non-seulement aux Méchaniques, mais encore à la Physique.

1. Pour entrer dans les proprietés des cordes sonores, il faut supposer la corde * *AB* tenduë horizontalement par un poids *P* après avoir passé par-dessus une poulie *G*. Cette ** corde formera par sa pesanteur une courbe *ADB* convexe du côté du centre de la Terre. Si on imagine une ligne droite *ACB* coupée également en *C* & la verticale *CD* entre ces deux lignes, nous l'appellerons la Fleche de cette corde *ADB*. On peut re-

T 3 gar-

* FIG. I. * FIG. XIII.

garder *CD* comme l'axe de la courbe *DB*, & *CB* comme ſon appliquée, ou bien ſi cet arc étoit celui d'un cercle, *CB* ſera le ſinus de *BD* & *CD* ſon ſinus verſe.

2. L'experience montre que cette corde *ADB* rend ſenſiblement le même ſon étant tenduë par un même poids *P* entre deux chevalets *A*, *B* qui gardent la même diſtance, ſoit que l'Inſtrument ſur lequel eſt tenduë cette corde * ſoit poſé horizontalement ou incliné à l'horizon, ou enfin qu'il ſoit poſé verticalement.

3. ** La ſeule difference des ſons que cette corde rend lorſqu'elle eſt horizontale, avec ceux qu'elle rend étant verticale, vient du frotement de la poulie qu'on eſt obligé de mettre dans la premiere ſituation. Cette difference eſt petite, comme nous expliquerons ci-après. (art. 12.)

4. Pour meſurer la longueur de cette corde, nous nous ſervirons des pouces aſtronomiques dont les 36. ſont la longueur du pendule ſimple à ſecondes, & cette longueur eſt de 36. pouces $8\frac{1}{2}$ lignes du pied de *Paris* reformé, enſorte que leur rapport eſt de 52. à 51. & 40. pouces aſtronomiques ſont 40. pouces $9\frac{1}{2}$ lignes de *Paris*; à l'égard de l'ancien pied de *Paris* la longueur du pendule eſt de 36. pouces $6\frac{1}{2}$ lignes, enſorte que leur rapport eſt de 68. à 67.

5. Nous diviſerons le pouce aſtronomique en 100. parties; ce n'eſt pas que la Fleche *CD* ſe trouvera dans la ſuite être 1. partie du pouce aſtronomique diviſé en plus de 1000000. parties; le calcul donnera cette préci-

* FIGURE XII. ** FIGURE XIII.

précision, l'oreille la sent, elle est 10000. fois hors de la portée de la vûë, & l'imagination s'y perd.

6. Il est indifferent de quel poids l'on se serve pour peser une longueur déterminée de corde que nous supposerons toûjours de 40. pouces, pourvû qu'on sache le rapport de son poids avec celui qui tend cette corde: Nous nous servirons de la livre du poids de Marc qui contient 9216. ou $2^{10}. \times 3^2$. grains, nous marquerons en grains le poids de 40. pouces de corde, & nous réduirons le poids qui tend cette corde aussi en grains. *Voyez* l'art. 61.

7. Je prefere la connoissance du poids d'une longueur déterminée d'une corde à celle de son diametre; Parce que 1°. Le diametre de la plus grosse corde de métail d'un Instrument de Musique n'est tout au plus que de $\frac{1}{3}$ de ligne; ainsi il est très-difficile, pour ne pas dire impossible, de connoître les rapports des cordes par leurs diametres. 2°. Il est au contraire plus juste & plus commode de connoître le poids de 40. pouces d'une corde, ou si l'on veut de huit fois cette longueur; puisque les plus grosses cordes de cette derniere longueur pesent plus de 1000. grains, & les plus petites environ 40. grains. 3°. L'on peut connoître les rapports des diametres des cordes de même matiere par leur poids, puisque les diametres sont comme les racines des poids; & les poids comme les quarrés des diametres. 4°. Il est necessaire de connoître le rapport du poids qui tend une corde à celui de la corde, & non pas à son diametre.

8. En

8. En tendant une corde, que je suppose toûjours de métail, il ne faut pas appliquer un poids trop grand qui la casseroit, l'experience montre qu'une corde d'acier casse étant tenduë par un poids qui est environ 12000. fois plus grand que le poids de 40. pouces de cette corde, celle de cuivre janne par un poids 9000. fois plus grand, & celle de cuivre rouge par un qui l'est 5000. fois, c'est pourquoi appellant le nombre des grains que pese une corde de 40. pouces, le poids ne doit pas passer $\frac{4c}{3}$ livres de poids de marc pour bander la corde d'acier, ni (c) livres pour le cuivre jaune, ni $\frac{6c}{11}$ pour le cuivre rouge.

9. Dans les experiences il est inutile d'aller à des précisions plus grandes que celles qui nous sont marquées par les sens; ainsi on peut se contenter dans ces experiences de marquer les sons par des eptamerides, parce que l'erreur d'une demie eptameride est insensible; cette erreur fait une difference de 1. sur 870. pour les longueurs des cordes, ou de 1. sur 435. pour les poids. (art. 26.)

10. Dans les Calculs on peut regler un intervalle d'un son par décamerides, puisque une décameride qui est $\frac{1}{54}$ d'un Comma est absolument insensible, l'erreur d'une demie décameride est de 1. sur 8700. pour la longueur des cordes, & de 1. sur 4350. pour les poids.

11. Il

11. Il eſt vrai que ſi l'on multiplie une erreur, elle peut devenir ſenſible; mais comme l'étenduë des ſons ſenſibles ne paſſe pas environ douze octaves, & que les experiences ſe font ſur les ſons qui ſont vers la quatriéme octave, à commencer par la plus grave, il s'enſuit que la plus aigue n'eſt éloignée au plus que d'environ huit octaves dont les vibrations ſont multipliées par $2^8 = 256$. de ſorte que l'erreur de 1. ſur $4350 \times 256 = 1113600$. ne peut point devenir ſenſible par aucune multiplication dans l'Acouſtique ; & pour nous ſervir de nombres ronds, nous dirons qu'une erreur de 1. ſur 2000000. ne peut point devenir ſenſible dans la longueur des cordes, ni de 1. ſur 1000000. dans les poids.

12. Pour trouver l'erreur que peut cauſer dans le ſon le frotement de la poulie marqué dans * l'art. 3. j'ai remarqué qu'il falloit une puiſſance qui fut moins du quart d'un poids pour le faire gliſſer ſur un plan horizontal, les ſurfaces étant d'acier & de cuivre poli; ſuppoſant donc que le diametre de l'eſſieu d'une poulie ſoit 1. & le diametre de la poulie ſoit d, la puiſſance doit être $\frac{1}{4d}$ du poids qui la preſſe, comme la poulie eſt tirée horizontalement ſelon la direction GR, & verticalement ſelon GT. Tirant par le centre C de l'Eſſieu la ligne GS & les autres ST, SR, paralleles aux deux directions GR, GT, le poids P (p) ſera au preſſement de la corde contre la

T 5 poulie

* FIG. II.

poulie comme TG à GS, ou comme 5. à 7. ainsi la resistance par le frotement sera $\frac{7p}{5} \times \frac{1}{4d} = \frac{7p}{20d}$ qui est à p comme 7. est à 20. d, ce qui fait dans le son une erreur de 7. sur 40. d. Comme le diametre de la poulie dont je me sers est 57. fois celui de son essieu, supposant $d = 57$. l'erreur causée par le frotement sera de 7. sur 2280. ou de 1. sur 326. & l'erreur dans le son sera de 1. sur 652. comme nous montrerons dans l'article 26. cette erreur est moindre que les $\frac{2}{3}$ d'une eptameride.

II. *Que les sons des cordes d'Instrumens sont en raison reciproque de leurs Flêches.*

14. * Supposons les mêmes choses que dans l'article 1. & qu'ensuite l'on tire les tangentes AE, EB (t) à l'arc ADB (n) & les paralleles AF, BF aux deux tangentes, que l'on continuë la Fleche CD (f) jusqu'aux tangentes & à ses paralleles, nous aurons la soutangente CE (x) & la petite diagonale EF, ($2x$) l'appliquée CB (y) soit pris une longueur (a) de cette corde, dont le poids soit appellé c; par consequent le poids de la corde ADB (n) sera $\frac{cn}{a}$.

13. Par les Regles de méchanique, le poids $\frac{cn}{a}$ de la corde ADB (n) est au poids P (p) qui tend cette corde comme la petite dia-

* FIG. III.

diagonale EF ($2x$) eſt à la tangente EB (t) donc $cnt = 2apx$.

15. * Si l'on veut connoître la nature de la Courbe ADB par l'extremité D de la Fleche, tirez l'horizontale HDF qui coupe la tangente BE en F, tirez la verticale FG, & DG parallele à EB. Les méchaniques nous apprennent que le centre de gravité de la corde DB eſt dans la verticale FG. Suppoſons enſuite la verticale DK égale à l'arc DB, ($\frac{1}{2}n$) tirez KH parallele à EB ou à DG, ſoit $DH = q$.

Suppoſons une puiſſance qui tire horizontalement la corde ſelon la ligne DH; par l'article précedent la puiſſance qui tire par DH eſt au poids de la corde DB ou DK $:: DF.FG :: BC$ (y), CE (x) $:: HD$ (q). DK ($\frac{1}{2}n$) donc $qx = \frac{1}{2}ny$, c'eſt-à-dire, que le produit de l'appliquée CB & de l'arc DB eſt égal au produit du demi-parametre q & de la ſoutangente x. Il ſuit 2°. que ſi l'arc $\frac{1}{2}n$ eſt infiniment petit, il devient égal à l'appliquée y, alors $qx = \frac{1}{2}yy$ & cet arc dégenere en celui d'une parabole $2qx = yy$ ou d'un cercle $2qx - xx = yy$, car $-xx$ eſt un infiniment petit du quatriéme degré.

16. D'où il ſuit que ſi DB ou DK ($\frac{1}{2}n$) marque la longueur & le poids de la corde, DH (q) marquera la longueur & le poids de la puiſſance qui ſera conſtante, & HK marquera la longueur & le poids p d'une corde dont le poids ſera égal au poids P qui tend la corde DB.

17. ** Remarquez 1°. que dans toutes les

T 6 Ex-

* Fig. IV. ** Fig. III.

Experiences que j'ai faites lorſque la corde *ADB* ſonne le *ſub-bis PA*, c'eſt-à-dire le *C-Sol-Ut* du bas du Clavecin ou le ſon d'un tuïau d'Orgue de 8. pieds ouvert, le rapport de *CE* à *CB* eſt moindre que le rapport de $\frac{1}{160}$ pouce à 25. pouces ou de 1. à 4000. & ſi du centre *B* & de l'intervalle *BC* l'on décrit l'arc *CI*, la partie *EI* ſera moindre que $\frac{1}{8000}$ de *CB* qui eſt de 4000. parties; par conſequent le rapport de la difference *EI* $(t-y)$ de *BE* (t) à *CB* (y) eſt moindre que de 1. à 32000000. ce qui eſt abſolument inſenſible par l'art. 11. & à plus forte raiſon la difference de l'arc *DB* à *CB* ou $n-y$ eſt abſolument inſenſible.

18. D'où il ſuit que l'on peut prendre les trois lignes *CB* (y) *DB* $(\frac{1}{2}n)$ & *EB* (t) l'une pour l'autre, & réduire l'égalité de l'article 14 $cnt = 2apx$ à celle-ci $\frac{1}{2}cnn = 2apx$ ou $cnn = 4apx$.

19. * Remarquez 2°. que le centre de gravité de la demie corde *DB* eſt dans la verticale *FG*. (art. 15.)

20. ** Si l'on prend *CM* moitié de *CB*, la partie *MG* ſera plus petite que le quart de *EI*.

* Car partageant *CM* & *MB* en parties égales, mais infiniment petites, & tirant des verticales par ces diviſions qui couperont l'arc *DB* en parties inégales dans les points *O*, *Q*, *V*, *S* qui ſeront plus grandes à proportion qu'elles approchent de *B*; la premiere *DO* ſera égale à *CL*, & la derniere *BS* ſera partie de la tangente *BE*, ce qui eſt évident; diviſez également *EI* en *K*.

21 Si

* FIG. IV. V. ** FIG. V. VI. * FIG. VI.

21. Si l'on regarde CB comme un Levier dont M eſt le milieu, pour avoir le centre de gravité N des arcs DO, BS, il faut faire cette analogie $DO + BS . DO :: CB . BN$; mais $DO = CL = \frac{CB}{\infty}$, & $BS = \frac{BE}{\infty}$; il s'enſuit que $CB + BE . CB :: CB . BN$: prenant la moitié des antecedens $BK . BI :: BM . BN$ en diviſant $BK . IK :: BM . MN$. Mais BM eſt moindre que la moitié de BK; donc MN eſt moindre que $\frac{1}{2} IK$ ou que $\frac{1}{4} EI$; & par conſequent MN eſt moindre que $\frac{1}{64000000}$ de BK; & à plus forte raiſon de BC.

22. Puiſque l'arc OQ eſt plus grand que DO, & VS plus petit que SB, ils approchent davantage de l'égalité; donc leur centre de gravité approche davantage de M que N; en prenant de même deux à deux les arcs également éloignés de la verticale qui paſſe par M, on trouvera que leurs centres de gravités approchent de plus en plus de M.

23. D'où il ſuit que le centre commun de gravité G de toutes ces parties ou de tout l'arc DB eſt entre N & M, & par conſequent MG eſt beaucoup plus petit que MN ou que $\frac{1}{64000000}$ de MB; donc par l'art. 11. on peut à plus forte raiſon négliger cette difference.

24. A cauſe des paralleles, $BG . BC :: BF . BE :: CD . CE$. Mais BG eſt ſenſiblement moitié de BC; donc CD l'eſt auſſi de CE, & la difference eſt beaucoup moindre que $\frac{1}{64000000}$

$\frac{1}{64000000}$ de CE; d'où il ſuit que $2CD$ $(2f) = CE$ (x) & l'égalité de l'art. 18. $cnn = 4apx$ ſe change en celle-ci $cnn = 8apf$; donc $f = \frac{cnn}{8ap}$ & $\sqrt{\frac{1}{f}} = \frac{\sqrt{8ap}}{n\sqrt{c}}$ d'où nous tirerons ces trois conſequences.

25. 1°. L'experience nous montre que les ſons (S) d'une corde tenduë par un même poids ſont en raiſon reciproque de ſes longueurs, (n) c'eſt-à-dire, $S = \frac{1}{n}$. Suppoſant $\frac{\sqrt{8ap}}{\sqrt{c}} = 1$, il s'enſuit que $\sqrt{\frac{1}{f}} = \frac{1}{n} = S$.

26. 2°. Que les ſons (S) d'une corde d'une même longueur, mais tenduë par des poids differens (p) ſont en même raiſon que les racines quarrées de ces poids ou $S = 1\sqrt{p}$, ſuppoſant $\frac{\sqrt{8a}}{n\sqrt{c}} = 1$ il s'enſuit que $\sqrt{\frac{1}{f}} = 1\sqrt{p} = S$.

27. 3°. Que les ſons (S) des cordes de differens diametres mais de même matiere, de même longueur & tenduës par le même poids ſont en raiſon reciproque des diametres de ces cordes ou (par l'art. 7.) des racines quarrées des poids d'une même longueur de ces cordes, c'eſt-à-dire, $S = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{c}}$.

28. Par

28. Par les experiences que j'ai faites lorſque les cordes qui ſont de differentes matieres ne s'alongent point par les poids qui les tendent, les ſons (S) ſont auſſi en raiſon reciproque des racines des poids de ces cordes de même longueur. Suppoſant $\frac{\sqrt{8ap}}{n} = 1$ il s'enſuit que $\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{f}} = \sqrt{\frac{1}{c}} = S$.

29. 4°. Qu'enfin les ſons des cordes ſont en raiſon compoſée directe des racines des poids qui les tendent, & renverſée des longueurs des cordes & des poids d'une même longueur de ces cordes, c'eſt-à-dire, que $S = \frac{1\sqrt{p}}{n\sqrt{c}}$. Suppoſant $\sqrt{8a} = 1$ il s'enſuit que $\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{1\sqrt{p}}{n\sqrt{c}} = S$.

30. D'où il ſuit que dans tous les cas précedens les ſons de toutes les cordes d'Inſtrumens de muſique ſont en raiſon renverſée des racines quarrées de leurs fleches $S = \sqrt{\frac{1}{f}}$.

31. C'eſt pourquoi ſi les fleches de differentes cordes ſont égales, les ſons ſont les mêmes.

32. Et ſi les fleches ſont inégales les ſons ſont en raiſon renverſée des racines de ces fleches, ce que l'experience confirme dans toutes les cordes qui ne s'alongent point ou peu ſenſiblement.

III. *Que*

III. *Que les Pendules simples Isochrones avec les Vibrations d'une corde sonore sont les $\frac{4}{5}$ de la fleche de cette corde.*

33. Nous avons démontré (*art.* 24.) que la fleche * *CD* (*f*) étoit moindre que la moitié de la soûtangente *CE* (*x*) d'une quantité plus petite que de $\frac{1}{64000000}$ de *CE*: mais supposant $f = \frac{1}{2}x = \frac{1}{8000}$ de *CB*, si $x = 1$, alors *CB* sera de 8000. parties ; & supposant que l'arc *ADB* soit celui d'un cercle, le rayon sera $32000000. - \frac{1}{2}$ & la soutangente *CE* sera $2 + \frac{1}{32000000}$ dont la moitié est $1\frac{1}{64000000}$, ce qui donne la meme difference insensible que celle que nous avons trouvé ci-dessus. Donc (*art.* 15.) on peut prendre cet arc pour celui d'un cercle dont il contient environ $\frac{1}{2}$ minute de degré.

34. ** Il s'agit de trouver le centre d'oscillation *P* d'un petit arc de cercle *ADB* qui se meut autour de la soutendante *ACB*, ou la longueur *CP* (*p*) du pendule simple isochrone avec les vibrations de l'arc *ADB*. (2*a*)

35. Sur l'abscisse *CH* (*x*) soit appliqué perpendiculairement *HK* (*y*) & *IL* infiniment près ; soit la fleche *CD* (*f*) le pendule simple *CP* (*p*) la moitié de l'arc *DB* (*a*)

* FIG. VI. ** FIG. VII.

(a) la partie DK (u) les differentielles de u, x, y soient du, dx & $-dy$.

36. Selon M. *Huygens* dans sa cinquiéme proposition du centre d'oscillation, le centre de gravité du double de l'arc DK (u) est $\frac{\int y du}{u}$ & la distance CP (p) du centre d'oscillation du double de cet arc autour de la ligne CH, est $p = \frac{\int yy du}{\int y du}$, ce qui s'accorde avec M. *Bernoulli* dans les Memoires de l'Academie en 1703. page 327.

37. D'où il suit que si AD & DB sont deux lignes droites dont le rapport à CD soit $\frac{m}{n}$, alors $du = \frac{m dy}{n}$ & $\frac{\int yy du}{\int y du} = \frac{\int yy dy}{\int y du}$ dont l'integrale est $p = \frac{2y}{3} = \frac{2}{3} f = \frac{66667}{100000} f$.

38. * Supposant ADB ($2a$) un arc de cercle, dont N soit le centre, EF le diametre parallele à la soutendante ACB ($2c$) soit prolongé la fleche DC & les appliquées KH, LI. (y) Soit tiré l'appliquée BT. Soit le rayon KN (r) CN, HQ, IR, BT (b) KQ. (z) alors $y = z - b$, & $yy = zz - 2bz + bb$ .. KM ($dz = dy$.)

39. Nous avons dit (art. 36.) que $p = \frac{\int yy du}{\int y du}$: au lieu de y & de yy substituant leurs valeurs (art. 38.) l'on aura $p = \frac{\int zz du - 2b\int z du + bb\int du}{\int z du - b\int du}$.

40. Comparant ensemble les triangles semblables NQK. KML. l'on trouvera que

* FIG. VIII.

que $NK\ (r) \,.\, QK\ (z) :: KL\ (du)\ ML\ (dx)$ donc $zdu = rdx$, & alors $p = \frac{r\int z dx - 2br\int dx + bb\int du}{r\int dx - b\int du}$.

41. En integrant, $\int dx = x$, $\int du = u$, & $\int z dx = NDKQ = NDK + QNK = \frac{1}{2} ru + \frac{1}{2} zx$; donc $p = \frac{\frac{1}{2}rru + \frac{1}{2}rxz - 2brx + bbu}{rx - bu} = \frac{rru + rx - 4brx + 2bbu}{2rx - 2bu}$. Suppoſant $u = a$. $x = c \,.\, z = b \,.\, p = \frac{arr + 2abb - 3bcr}{2cr - 2ab}$ & le rapport de p à f ſera $\frac{p}{f} = \frac{arr + 2abb - 3bcr}{2cfr - 2abf}$.

42. Suppoſant que DB ſoit un quart de cercle, alors $f = r$, $b = o$, $a = 157080$, & $\frac{p}{f} = \frac{78540}{100000}$. Si DB eſt un arc de $81\frac{92}{100}$ degrés par les tables de l'Arithmetique *Britannique*, on trouvera que $\frac{p}{f} = \frac{79563}{100000}$. Si DB eſt de $40\frac{96}{100}$ degrés, $\frac{p}{f} = \frac{79921}{100000}$. Si DB eſt de $20\frac{48}{100}$ degrés, $\frac{p}{f} = \frac{79982}{100000}$, ce qui approche ſenſiblement de $\frac{p}{f} = \frac{80000}{100000} = \frac{4}{5}$, donc par aproximation le pendule ſimple (p) iſochrone avec les vibrations de l'arc ABD eſt les $\frac{4}{5}$ de la fleche f.

43. * Mais pour démontrer ce même rapport

* FIG. IX.

port par les Infiniment petits. Dans l'égalité $\frac{p}{f} = \frac{arr + 2abb - 3bcr}{2cfr + 2abf}$ ſuppoſant les quantités a, b, c, f. p. variables, & r conſtant, les differentielles ſeront da, $-db$, dc, db, & $db + dp$. & comme la differentielle de $\frac{p}{f}$ eſt infiniment petite, puiſqu'elle ſe termine à une quantité finie, il s'enſuit que la difference de l'égalité précedente ſera

$$\frac{p}{f} = \frac{rrdc + 2bbda - 4abdb - 3brdc + 3crdb}{2crdb + 2frdc - 2abdb + 2afdb - 2bfda}.$$

44. Puiſque les triangles NBC, BLM. ſont ſemblables alors BL (da). BN (r) :: BM (db). BC (c) :: LM (dc). NC (b) deſorte que ſi $da = \frac{r}{\infty}$, alors $db = \frac{c}{\infty}$. $dc = \frac{b}{\infty}$, ſubſtituant ces valeurs & multipliant par ∞, l'on aura $\frac{p}{f} = \frac{r3 + 2bbr - 4abc - 3bbr + 3ccr}{2cr + 2bfr - 2abc + 2acf - 2bfr}$ ou $\frac{p}{f} = \frac{r3 - bbr - 4abc + 3ccr}{2cr - 2abc + 2acf}$ $(rr = bb + cc)$ $= \frac{4ccr - 4abc}{2ccr - 2abc + 2acf} = \frac{2cr - 2ab}{cr - ac + af}$ $(b = r - f)$ donc enfin $\frac{p}{f} = \frac{2cr - 2ar + 2af}{cr - ac + 2af}f$.

45. Il s'agit maintenant de trouver la valeur de a lors qu'il eſt infiniment petit. Pour cela, je prends dans le ſegment ADB, la diſtance CG (g) du centre G de gravité des ML (dc)* (Fig. VIII.) qui ſera égal au ſegment

* FIG. VIII. IX.

ment ADB divisé par la soutendante AB, c'est-à-dire, $CG = \frac{N ADB N - N ACB N}{2 ACB}$ ou $g = \frac{ar - bc}{2c}$ & le rapport de CD à CG est $\frac{g}{f} = \frac{ar - bc}{2cf} = \frac{ar - cr + cf}{2cf}$, la difference est $\frac{1g}{f} = \frac{rda - bdc + bcd}{2cdb + 2fdc} = \frac{rr - bb + cc}{2cc + 2bf} = \frac{cc}{cc + bf}$ $(cc = 2fr - ff . bf = rf - ff)$ donc $\frac{g}{f} = \frac{2r - f}{3r - rf}$ $= \frac{ar - cr + cf}{2cf.}$ & $a = \frac{3cr - cf}{3r - 2f}$.

46. Dans l'égalité (art. 44.) $\frac{p}{f} = \frac{2cr - 2ar + 2af}{cr - ar + 2af}$ si l'on substituë la valeur de a, l'on aura enfin $\frac{p}{f} = \frac{4r - 2f}{5r - 2f}$, & comme f est infiniment petit alors $\frac{p}{f} = \frac{4}{5}$ & $p = \frac{4}{5} f$, c'est-à-dire que le pendule simple est les $\frac{4}{5}$ de la fleche.

IV. *Maniere de trouver le nombre de Vibrations qu'une corde sonore fait dans une seconde de temps.*

47. Nous avons trouvé (art. 24.) la fleche $f = \frac{cnn}{8ap}$, la longueur du pendule simple isochrone avec les vibrations de la corde sonore (art. 46.) $p = \frac{4f}{5} = \frac{cnn}{10ap}$, appellant

lant q la longueur d'un pendule ſimple à ſeconde, l'on aura le rapport de ces deux pendules $\frac{5q}{4f} = \frac{10apq}{cnn}$. Enfin appellant f le ſon de la corde, c'eſt-à-dire le nombre des Vibrations qu'elle fait dans une ſeconde de temps, l'on aura $f = \frac{\sqrt{5q}}{\sqrt{4f}} = \frac{\sqrt{10apq}}{\sqrt{cnn}}$, comme nous ſuppoſons toûjours $a = 40$ (art. 6) alors $f = \frac{\sqrt{5q}}{\sqrt{4f}} = \frac{20\sqrt{pq}}{n\sqrt{c}}$.

48. Si l'on ſe ſert des pouces du pied de *Paris*, alors $q = 36\frac{17}{24}$ (art. 4.) & $f = \frac{6774}{1000\sqrt{f}} = \frac{12117\sqrt{p}}{100n\sqrt{c}}$.

49. *Exemple.* J'ai pris une corde blanche de Clavecin, c'eſt-à-dire d'acier, dont 40. pouces (a) du pied de *Paris* peſoient 20. $\frac{1}{3}$ grains (c) du poids de marc, la longueur (n) entre les deux chevalets étoit de 67. pouces, & le poids (p) qui tendoit la corde étoit de 10. livres ou de 92160. grains. Cette corde ſonnoit le *ſub-bis P A* ou le *C-Sol-Ut* du bas du Clavecin qui répond au tuïau d'Orgue de 8. pieds ouvert. On demande la valeur de f ou le nombre des vibrations que cette corde fait dans une ſeconde de temps.

Par l'article 48. l'on trouvera $f = \frac{12117\sqrt{p}}{100n\sqrt{c}} = 121\frac{3}{4}$ vibrations.

50. Par

50. Par les experiences que j'ai fait j'ai trouvé par calcul (art. 24.) que les fleches ($f=\frac{cnn}{8ap}$) des cordes qui ſonnoient le *ſub-bis PA* étoient toûjours de $\frac{1}{323}$ pouces du Pied de *Paris*, ſuppoſant donc $f=\frac{1}{323}$, alors (art 48.) $f=\frac{6774}{1000\sqrt{f}}=121.76$. vibrations.

51. D'où il ſuit que le *PA* (clef de *C-Sol-Ut*) fait 487. vibrations par ſeconde.

52. Dans l'Hiſtoire de l'Academie de 1700. j'avois trouvé que le *ſub-bis LO* (*LA* du bas du Clavecin) faiſoit environ 101. vibrations, enſorte que le *PA* en fait environ 242 $\frac{2}{5}$, ce qui ſe trouve confirmé par pluſieurs experiences en quatre jours differens dans les années 1699. 1700. & enſuite 1704. chez le Sr. *Deſlandes* très-habile Facteur d'Orgue en preſence du P. *Sebaſtien Truchet* & de pluſieurs autres, en nous ſervant des Tuïaux d'Orgues entre 4. & 2. pieds où nous trouvions que le *ſub GA* (*MI* au deſſous de la clef *FUT-FA*) faiſoit 152. vibrations & par conſequent *PA* (clef de *C-Sol-Ut*) faiſoit 243$\frac{1}{5}$.

Ces experiences faites avec beaucoup d'attention & de patience, donnent lieu aux Remarques ſuivantes.

53. 1°. Qu'ayant trouvé qu'un même ſon faiſoit avec les cordes deux fois autant de vibrations qu'avec les tuïaux, il s'enſuit qu'il faut prendre dans les cordes une allée

&

& un retour pour une vibration du ſon, parce que ce n'eſt que l'allée qui fait impreſſion contre l'organe de l'ouïe & le retour n'en fait point, & dans les tuïaux d'Orgue les ondulations de l'air ne font d'impreſſion que dans leurs allées & n'en font point dans leur retour.

54. 2°. Comme le ſon fait environ 180. toiſes, ou 1080. pieds par ſeconde, il s'enſuit que les 243. vibrations du ſon PA ſe ſuccedent l'une après l'autre de la diſtance de $4\frac{1}{2}$. pieds, c'eſt-à-dire, à peu-près de deux fois la longueur du tuïau PA qui eſt environ de 2. pieds, ce qui ſervira à connoître la nature des ondulations du ſon dans l'air.

55. 3°. Cette convenance du nombre des vibrations du ſon déterminé par des principes très-differens nous ôte lieu d'en douter, & en conſequence nous corrigerons les formules des art. 47. 48. en prenant les moitiés & les exprimant auſſi par logarithme.

56. Si l'on ſe ſert de pouces Aſtronomiques $q=36$ (art. 47.) $S=\frac{3\sqrt{s}}{2\sqrt{f}}=\frac{33541}{10000f}$ ou $S=\frac{60\sqrt{p}}{n\sqrt{c}}$, & en logarithmes $S=0,52558$ $-F.S=1.778015-N\frac{+P-G}{2}$.

57. Si l'on ſe ſert de pouces du pied de *Paris* (art. 48.) $S=\frac{338695}{100000f}$ ou $S=\frac{60588\sqrt{p}}{1000n\sqrt{c}}$,

&

& en logarithmes $S = 0.52981 - F$, ou $S = 1.78238 - N \frac{+ p - c}{2}$.

58. Enfin si l'on se sert de pouces de la toise ancienne de *Paris* pour les experiences qui ont été faites avant l'année 1666. (art. 4.) $f = \frac{33807}{10000 \sqrt{f}}$, ou $f = \frac{60475 \sqrt{p}}{1000 n \sqrt{c}}$, & en logarithmes $S = 0.52900 - F$ ou $S = 1.78158 - N + \frac{p - c}{2}$.

Les valeurs précedentes de f doivent être prises avec les précautions suivantes.

59. Il ne faut pas se servir de cordes d'intestins de soye ou de fil, parce que leur matiere est inégale & qu'elles s'alongent differemment étant tenduës par differens poids, ainsi il faut prendre des cordes de metail tirées à la filiere, à la verité elles s'alongent un peu, mais celles qui m'ont paru les plus sûres sont les cordes blanches, c'est-à-dire, celles de fer ou d'acier.

60. Le poids avec lequel on doit tendre les cordes doit être limité (art. 8).

61. L'erreur dans le calcul vient principalement du poids des 40. pouces de corde, mais pour diminuer cette erreur il en faut peser 2, 4, 8, 16. 32. ou même 64. fois cette longueur de 40. pouces de corde dont la longueur fait $\frac{5}{9}$ toises multiplié par ces nombres, par lesquels il faut aussi multiplier c.

62. En mesurant la longueur de cette corde il faut la tendre par un poids qui soit à peu près la moitié de celui qui la peut casser (art, 8).

63. En-

63. Enfin si l'on craint que la corde soit plus grosse par un bout que par l'autre, il faut se servir du milieu de celle qu'on a pesé pour en tirer le son sur l'Instrument.

V. *Nouvelle détermination des sons fixes. Table des sons fixes, construction d'un Echometre.*

64. Dans l'Histoire de l'Academie de 1700. & dans les Memoires de 1701. j'avois déterminé le son fixe par celui qui faisoit 100. vibrations par seconde, parce qu'alors étant occupé à mon Systême general des intervalles des sons je ne pris ce nombre que par provision.

65. Mais faisant attention que l'étenduë des sons selon l'aigu & le grave est partagée par octaves selon la progression double & que par les art. 49. & 52. j'ai trouvé que la Clef de *C-SOL-UT* faisoit environ 243 $\frac{1}{7}$ vibrations, j'ai fait d'abord la progression double suivante, que j'ai accompagné des puissances de 2.

1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.	256.	512.	1024.	2048.
2^0.	2^1.	2^2.	2^3.	2^4.	2^5.	2^6.	2^7.	2^8.	2^9.	2^{10}.	2^{11}.
4096.	8192.	16384.	32768.	65536.							
2^{12}.	2^{13}.	2^{14}.	2^{15}.	2^{16}.							

66. J'ai reglé le son fondamental de chaque octave fixe & l'ordre des octaves par les nombres & les exposans de la progression double, ainsi le son qui fait 256. (2^8.)

par

par ſecondes eſt le ſon fondamental de la 8e. octave fixe.

67. En diviſant les nombres compris entre ceux de la progreſſion, (comme les nombres qui ſont entre 256. & 512.) en 43. moyennes proportionnelles, l'on aura les ſons fixes de chaque octave diviſés par merides, en diviſant les ſons compris entre chaque meride en 7. ou 70. parties, l'on aura les ſons fixes diviſés par eptamerides ou décamerides.

68. Pour avoir les intervalles des ſons fondamentaux de chaque octave, prenez les logarithmes de nombres de la progreſſion double, ou bien multipliés. 3010300. par les expoſans de la progreſſion double. Ainſi l'intervalle de ſon fondamental 256. de la 8e. octave fixe eſt 24082400.

69. Otant les 3. ou 4. derniers chiffres de cet intervalle, l'on aura 24082. décamerides, ou 2408. eptamerides: ces eptamerides étant diviſées par 7. donneront 344. merides pour l'intervalle de la 8e. octave fixe.

70. Aux merides de chaque octave ajoûtant 1, 2, 3, 4, &c. on aura toutes les merides de cette octave. Aux eptamerides ou décamerides, ajoûtant le produit de ces nombres par 7. ou 70. l'on aura les eptamerides ou décamerides de chaque octave.

71. Ayant enſuite trouvé que le nombre 256. de cette progreſſion double approchoit le plus de 243 $\frac{1}{5}$ de l'art. 52. j'ai pris le ſon qui faiſoit 256. vibrations pour le ſon fixe fondamental de l'octave moyenne; enſorte que les nombres ſuivans 512. 1024. 2048. &c. forment les

les sons fondamentaux de la 1ere. 2e. 3e. octaves fixes & les precedens 128. 64. 32. &c. de la 1ere. 2e. 3e. sous octaves.

72. J'appelle *PA* les sons fondamentaux de chaque octave fixe, & je designe les autres sons de chaque octave par les noms marqués dans les Memoires de 1701. en distinguant ceux de chaque octave par les clefs des noms.

73. Je designe de même ces sons fixes par les notes, que j'ai marquées au même endroit.

74. A l'imitation des Facteurs d'Orgues nous designerons aussi le son fondamental *PA* par celui d'un Tuïau d'Orgue de 2. pieds ouvert, qui rend à peu-prés ce son, les *PA* des octaves en montant par ceux de 1. pied, 6. pouces, & ainsi de moitié en moitié & les *PA* des sous-octaves par 4. 8. 16. 32. pieds.

Pour rendre plus sensible tout ce que je viens de dire, & pour ôter la peine du Calcul, je propose la Table generale des sons fixes suivante.

75. Cette Table contient 13. Colonnes dont les premiers nombres inferieurs sont ceux de la progression double (art. 65.) qui marquent les sons fondamentaux de chaque octave (art. 66.) ces octaves vont depuis la 3e. jusqu'à la 15e. inclusivement, parce que tous les sons possibles ne passent pas cette étenduë.

76. Dans chaque colonne, il y a 43. nombres en proportion continuë qui marquent le nombre des vibrations de tous les sons de chaque octave de meride en meride (art.

67.) les 13. 14. 15. octaves ont ces nombres en entiers, & les autres en decimales, c'est-à-dire, en 10es. 100es. & 1000es. ce qui est d'usage pour le calcul, une plus grande précision est inutile.

77. Au-dessous de ces nombres il y a 6. rangs, le 1er. marque l'ordre des octaves fixes (art. 66.)

Le 2e. Les décamerides qui marquent les intervalles des sons fondamentaux *P A* de chaque octave (art. 68. 69.)

Le 3e. Les mêmes intervalles en merides. (art. 69.)

Le 4e. Les sous-octaves & les octaves à l'égard du son fondamental de l'octave moyenne (art. 71.)

Le 5e. Les Clefs des noms qui distinguent les noms des sons de chaque octave qui sont d'ailleurs les mêmes. (art. 72.)

Le 6e. la longueur des Tuïaux d'Orgues qui rendent à peu près les sons *P A* de chaque octave. (art. 74.).

78. A gauche de la Table il y a 5. colomnes.

La 1ere. du côté de la Table contient les merides des sons de chaque octave.

La 2e. les Décamerides.

La 3e. les noms nouveaux des sons par Merides.

La 4e. de noms anciens.

Et la 5e. les intervalles diatoniques. Ce qui est expliqué dans les Memoires de 1701. sect. 11.

79. Comme les cordes d'Instrumens de Musique se divisent exactement en parties qui rendent les sons marqués dans la Table, mais

mais dans un ordre renversé, je propose une regle Echometre suivante, qui est une mesure des sons des cordes d'Instrumens, laquelle suppose 1°. qu'on se serve de pouces Astronomiques, 2°. que $f = \frac{60\sqrt{p}}{n\sqrt{c}}$ (art. 56.) 3°. que $\frac{p}{c} = 4096$, donc $f = \frac{60 \times 64}{n} = \frac{15 \times 256}{n}$.

80. * Sur une regle de bois d'environ $5\frac{1}{2}$ pieds ou seulement la moitié, tirez une ligne sur laquelle prenez la partie *AB* de 60. pouces Astronomiques, ou de 61. pouces $2\frac{1}{6}$ lignes du pied de *Paris*, divisez *AB* en 64. parties égales, ou plûtôt en 256. Tirez une 2e. ligne parallele à la précedente sur laquelle prenez une partie *AB* de 256. parties de la précedente échelle, prenez sa moitié *AC*, ensuite de moitié en moitié *AD*, *AE*, *AF*, *AG*, &c. Marquez sur ces divisions VI. VII. VIII. IX. X XI. &c. octaves: & pour diviser chaque octave en 43. merides, servez-vous de la Table précedente; en prenant les nombres de la 7e. octave, qui sont entre 128 & 256. pour diviser l'octave *BC*, & les nombres de la 6e. octave pour diviser *DC*; & ainsi les autres à proportion: lorsque les merides sont grandes il faut les diviser en 7. parties égales, pour marquer les eptamerides.

81. Vous marquerez dans chaque octave les merides de 5. en 5. avec des nombres, & de l'autre côté les intervalles diatoniques. On pourroit ajouter sur cette regle les noms des sons, & même le nombre de

 leurs.

* Fig. XVI.

leurs vibrations, mais il vaut mieux chercher ces dernieres choses dans la Table.

Nous donnerons dans la suite l'usage de la Table generale des sons fixes, & de la regle Echometre.

VI. *Maniere de trouver les Sons fixes.*

82. Nous proposerons plusieurs manieres dont les premieres sont les plus simples par rapport aux machines ; mais en même temps les plus composées par rapport au calcul, & les dernieres sont au contraire.

83. I. Sur une planche posée verticalement soit attaché une corde à un cloud *A*, laquelle passe par-dessus les chevalets * *B* & *C*, au bas de laquelle soit attaché un poids *P* ; appuïez le doigt sur le chevalet *C* & pincez cette corde entre les deux chevalets ; il s'agit de trouver le son fixe de cette corde, c'est-à-dire, le nombre des vibrations qu'elle fait dans une seconde de temps, ou bien son octave fixe & son intervalle dans cette octave. Si l'on veut tirer un son plus fort de corde, il faut que le chevalet *B* soit appuïé sur le corps d'un Instrument de Musique.

84. Pour trouver ce son fixe, il faut 1°. connoître en grains le poids *c* de 40. pouces de cette corde, (a. 61.) 2°. le poids *p* qui tend la corde qu'il faut reduire en grains, 3°. la longueur *n* de la corde *BC* entre les deux chevalets en pouces & parties de pouces.

85. Si vous vous êtes servi de pouces astro-

* FIG. X. FIG. XI.

tronomiques on aura le son $f = \frac{60\sqrt{p}}{n\sqrt{c}}$ ou en logarithmes $S = 1 . 77815. - N + \frac{p-c}{2}$. (art. 56.)

86. Si vous avez pris des pouces du pied de *Paris*, vous aurez le son $f = \frac{60588\sqrt{p}}{1000\, n\sqrt{c}}$ ou en logarithmes $S = 1 . 78238 - N \frac{+p-c}{2}$. (art. 57.)

87. Soit l'exemple de l'art. 49. l'on trouvera $S = 60$, 88. vibrations & en logarithmes $S = 1 .78449$.

88. Dans le premier cas, $S = 60.88$. marque que ce son fait dans une seconde de temps 60 $\frac{88}{100}$ vibrations, & pour savoir son octave prenez le plus grand nombre 32. de l'art 65. renfermé dans 60. il vous marquera que ce son est dans la 5e. octave fixe, & que son rapport au son fondamental de cette octave est $\frac{6088}{3200}$.

89. Mais pour connoître exactement l'intervalle de ce son, je cherche dans la table ce nombre 60. 88. je trouve le plus proche 60.004. qui est à la 39e. meride de la 5e. octave fixe ou de la 3e. sous-octave. J'ôte 60.004. de 60.880. le reste est 876. j'ôte aussi 60.004. du nombre suivant 60.979. de la table, le reste sera 975.

Je fais cette regle de trois 975 . 876 : : 70 . 63. ce qui marque 63. décamerides ou 6. eptamerides & 3. décamerides; de sorte que le son fixe de cette corde est à 5. octaves 39. merides, 6. eptamerides & 3. décamerides fixes.

 90. Dans

90. Dans le 2e. cas $S = 1..78449$. marque l'intervalle fixe de ce son; pour le trouver, divisez ce logarithme par 30103. vous aurez 5. octaves, & il restera 27932. ou 2793. décamerides qu'il faut diviser par 70. l'on aura 39. merides, & il restera 63. décamerides ou 6. eptamerides & 3. décamerides comme ci-dessus.

91. Ayant trouvé l'intervalle fixe de ce son l'on saura son nom par la table, car cet intervalle étant 5. octaves 40. merides moins 1. eptameride plus 3. décamerides, son nom sera en merides *subterpo* ou *subterdu*, en eptamerides *subterpon* ou *subterdun*. & en décamerides *subterponi* ou *subterduni*; le nom en merides suffit pour l'ordinaire (Voyez les Mem. 1701. Section 11.)

92. II. Pour diminuer le calcul servez-vous de poids Acoustiques qui sont en proportion double, dont le plus petit est de $\frac{1}{64}$ de 9. grains, & le plus grand de 16. ou de 32. livres, appellant le plus petit no. 0. & les autres de suite no. 1. no. 2. no. 3. &c.

Pesez une longueur de la corde dont vous voulez tirer le son qui soit de 40. pouces Astronomiques ou de 40. pouces $9\frac{1}{2}$. lignes du pied de *Paris*. Je suppose que son poids soit de celui des no. 7. no. 6. no. 4. j'ajoûte 12. à ces no. j'aurai un poids composé des no. 19. no. 18. & no. 16. dont je me sers pour tendre la corde, alors le son $S = \frac{60 \times 64}{n} = \frac{3840}{n}$ qui se trouvera comme ci-dessus.

Pour faire cette operation avec plus de précision prenez le poids de 8. fois la longueur pré-

précedente de la corde, mais aux n°. de ces poids n'ajoûtez que 9.

93. III. Pour ôter ce dernier calcul $S = \frac{3840}{n}$, servez-vous de la regle *Echometre* (art. 80. Fig. XVI.) appliquez le bout *A* de la regle sur le chevalet *A* de la corde (Fig. X. & XI.) le chevalet *B* marquera sur la regle l'intervalle fixe du son en octaves, merides, &c.

94. IV. On peut encore se servir de la Machine Echometre verticale (Fig. XII.) ou horizontale (Fig. XIV.) qui consiste 1°. Dans une Caisse quarrée *DEFG* sur laquelle est attachée la corde en *A* & le chevalet fixe *B*. 2°. Un manche *HK* attaché à la caisse, & dont la longueur soit environ de 6. pieds, on peut faire une petite machine qui ne soit que la moitié ou le quart de la précedente. 3°. Le long du manche & par-dessus attachez un directeur le long duquel on puisse faire glisser un chevalet mobile *MM*, ce directeur doit avancer jusqu'auprès du chevalet immobile sans néanmoins appuyer sur la caisse. 4°. Le long de ce directeur, il faut marquer les divisions de la regle Echometre (art. 80.) en commençant les divisions au chevalet immobile *B*, & les continuant indefiniment à l'autre extremité du manche. 5°. Le chevalet mobile *MM* doit se mouvoir parallelement le long du directeur *HK*, & s'arrêter où l'on voudra par le moyen des ressorts (Fig. XV.) il doit avoir à côté une piece mouvante avec laquelle on puisse serrer la corde sans

la tirer ni lâcher ; vis à vis le point où la corde eſt ſerrée, le chevalet mobile doit marquer ſur le directeur l'octave, les merides & eptamerides du ſon de la corde. 6°. Mais pour cela il faut tendre la corde avec les poids acouſtiques. (art. 92.)

95. Si la machine acouſtique eſt horizontale, il faut y ajouter une poulie *G* ſur laquelle paſſe la corde ; cette poulie doit être fort ronde, grande & legere, l'eſſieu doit être peu gros, d'acier fort poli & tournant dans une crapaudine de cuivre, pour diminuer le frotement autant qu'on peut. (Voyez art. 12.)

96 Pour l'uſage, 1°. Peſez la corde comme dans l'art. 84. 2°. Attachez la corde au point *A*, & à l'autre bout de la corde attachez le poids *P* trouvé comme dans l'art. 84. 3°. Mettez le chevalet mobile *MM* ſur telle diviſion de l'Echometre qu'il vous plaira. 4°. Serrez la corde avec la piece qui eſt à côté du chevalet mobile. 5°. Pincez la corde elle rendra un ſon qui ſera dans l'intervalle fixe marqué par l'Echometre, ou qui fera par ſeconde le nombre des vibrations qui répondent dans la Table (art. 75.) à l'intervalle marqué par l'Echometre.

97. V. Au lieu des poids & de la machine acouſtique l'on peut ſe ſervir de la balance acouſtique ſuivante.

98. Soient trois fleaux * *EF*, *HI*, *LM*, dont les points fixes ſoient *E*, *H*, *L*. Les petits leviers *ED*, *HG*, *KL*, ſoient les 8es. par-

* FIG. XII.

parties des longs leviers précedens. En *D* ſoit attaché la corde *DA* que l'on veut faire ſonner. En *G* ſoit attaché l'extremité *F* du long levier *EF*, & en *K* celui de *HI*.

99. Dans cette diſpoſition il faut que les trois balances ſoient en équilibre, c'eſt-à-dire, que les fleaux ſoient de niveau; enſuite attachez la corde *DA* à une cheville *A*, & ſuſpendez en *M* une longueur de 8. fois 40. pouces aſtronomiques de la même corde; tournez la cheville *A*, en ſorte que les fleaux ſoient encore de niveau; meſurez avec la regle Echometre l'intervalle *BC* entre les deux chevalets; preſſez la corde ſur les deux chevalets, & la pincez entre ces chevalets, elle rendra le ſon fixe marqué par l'intervalle de l'Echometre.

VII. *Uſages des Sons fixes, & Remarques.*

100. Dans l'Hiſtoire de l'Academie de 1700. & dans le Memoire de 1701. ſection 12. on a marqué pluſieurs uſages des ſons fixes, nous ajouterons les ſuivans.

101. Par l'art. 71. le ſon fixe fondamental *PA* fait 256. vibrations par ſeconde, & le *PA* (clef de *C-Sol-Ut*) ou les deux pieds de l'Orgue dont le tuïau m'a ſervi à regler les ſons des cordes, en fait environ 243 $\frac{1}{7}$ (art. 52.) L'intervalle de ces deux ſons eſt environ 3. merides, d'où je conclus que les ſons de cette Orgue ſont plus bas que leurs ſemblables ſons fixes de 3. merides.

102. C'eſt pourquoi je dirai que cette Or-

gue est à la 3e. sous-meride, & je désignerai de même les tons de la Chapelle, de l'Opera & des autres Concerts, après en avoir fait l'experience.

103. Si après avoir sû le degré du ton d'un Instrument, par exemple de cette Orgue, je veux savoir combien un son comme *B O* (clef de *G-Re-Sol*) fait de vibrations par secondes, je chercherai *B O* dans l'octave moïenne, & en prenant 3. sous-merides, je trouverai que ce son *B O*, ou plûtôt *be*, fait 365. vibrations par secondes.

104. De cette maniere l'on saura combien de vibrations l'épiglotte fait par seconde dans chaque ton de la voix d'une personne, & combien elle en fait au moins dans son plus bas ton, & au plus dans son ton le plus aigu: de même combien le ton le plus bas d'une voix basse & le ton le plus haut d'un haut-dessus font de vibrations: on saura de même le nombre des vibrations ou des fremissemens de la levre, lors qu'on siffle, ou bien lors qu'on joüe du cor ou de la trompette, & enfin le nombre des vibrations des tons de toutes sortes d'Instrumens de Musique, dont nous avons donné l'étenduë dans la 3e. Planche des Memoires de 1701. & de 1702.

105. Cette derniere remarque nous fait conclure que comme le son le plus bas de l'Orgue qu'on puisse distinguer est celui du tuïau de 32. ouvert qui fait 16. vibrations par seconde, l'on peut prendre ce terme pour conclure qu'un son qui fait moins que 16. vibrations par seconde, ne peut pas se faire entendre, ou distinguer. Il est à presu-

mer

mer qu'on ne peut diſtinguer le ſon qui paſſeroit le 15e. ordre des octaves fixes, ou qui feroit 65536. vibrations par ſeconde comme feroit un tuïau de 1⅛ ligne, puiſque le plus petit tuïau des Orgues eſt plus bas de 2. octaves que celui-ci.

106. Connoiſſant le ton d'un corps ſonore, c'eſt-à-dire, ſon degré d'aigu & de grave par le moyen d'un Monochorde monté ſur le ton d'un ſifflet ordinaire, ayant corrigé ce degré (art. 103.) pour le réduire dans l'intervalle des ſons fixes, l'on connoîtra le nom de ce ſon par l'art. 91. qui ſera diſtingué ſeulement par merides. Par exemple, la groſſe Cloche de Nôtre-Dame de *Paris*, appellée *Emanuël*, ſonne le *ſub-bis LO* (*LA*) ôtant 3. merides (art. 103.) ſon nom ſera *ſub-bis-le*, ainſi nous dirons que l'*Emanuël* eſt un *ſub-bis-le*.

107. En me ſervant du Memoire des tons des Cloches que m'a donné M. *Chaſtelain*, Chanoine Honoraire de N D. de *Paris*, conſervant les noms anciens de leur ton marquez dans ce Memoire, dont quelques-uns ſont tranſpoſez, je donnerai à ces Cloches les noms ſuivans, après avoir corrigé la tranſpoſition & le ton ſelon l'art. 103.

108. Les Cloches des deux Tours de N. D. de *Paris* ſont l'Emanuël (*LA*) que je nomme *ſub-bis-le*; Marie (*SI*) *ſub-bis-de*; Gabrielle (*UT*) *ſub-bis DO*, l'intervalle de celle-ci à la ſuivante eſt de 1¼ ton; Guillaume (*RE*) *ſub-ro*; Paſquier (*MI*) *ſub-go*; Thibaut (*FA*) *ſub-ſe*; Jean (*SOL*) *ſub-be*; Claude (*LA*) *ſub-le*; Nicolas (*SI*) *ſub-de*;

Les Cloches du petit Clocher ſont, Catherine (*RE*) *ro*; Magdelaine Matiphas (*MI*) *go*. Barbe (*FA*) *gu*; Anne (*SOL*) *be*.

Le Cloches de S. *Germain des Prez* ſont, Germain (*UT*) *ſub-bis-du*; Vincent (*RE*) *ſub-ro*. Les Cloches de S. Paul ſont (*RE*) *ſub-go* (*MI*) *ſub-SO* (*FA*) *ſub-be*. (*SOL*) *ſub-de*. (*LA*) *PA*. De S. Jean en Grêve (*FA*) *ſub-ſe*. (*SOL*) *ſub-be* (*LA*) *ſub-le*. De S. Victor (*RE*) *ſub-go*. (*MI*) *ſub SO* (*FA*) *ſub-be* (*SOL*) *ſub-le*. (*LA*) *PA*. (*SI*) *RA*. (*UT*) *go*. De Sainte Geneviéve à *Paris* & de S. Amé à *Doüai* (*RE*) *ſub-go*. (*MI*) *ſub SO*. (*FA*) *ſub-be*.

A *Rome* la groſſe Cloche de S. *Jean de Latran* (*GT*) *ſub-bis*, *DO*, comme à la Cathedrale de *Gand*. Celle de S. Pierre (*SI*) *ſub-bis-de*, comme à *Sens* & à *Rheims*.

109. Ces noms étant bien verifiés ſerviront 1°. à ſervir de termes pour regler d'autres ſons fixes. 2°. A connoître leurs accords reciproques. 3°. Ils ſerviront auſſi à connoître leurs poids relatifs & même leurs poids abſolus de cette maniere; on dit que l'Emanuël *ſub-bis-le* peſe 30000. livres; pour ſavoir le poids de la Cloche de S. *Jean de Latran ſub-bis DO*, je cherche dans la Table des ſons fixes, 1°. L'intervalle de *ſub-bis-le* à *ſub-bis DO*, je trouve 10. merides. 2°. Je triple 10. j'aurai 30. merides. 3°. Je cherche dans le corps de la Table 30000. il eſt à peu-près la 37ᵉ. meride de la 14ᵉ. octave. 4°. J'ôte 30. de 37. il reſtera 7. 5°. Je cherche 7. dans la 14ᵉ. octave, je trouve 18341. qui ſera à peu-près le

le poids de la Cloche de S. *Jean de Latran*.

110. Dans l'art. 106. l'on a eu le nom des corps ſonores ſeulement par merides, mais on peut les avoir avec plus d'exactitude, c'eſt-à-dire par eptamerides & même par décamerides ſelon l'art. 89. L'on auroit ainſi des noms plus exacts des Cloches précedentes auſſi-bien que les rapports de leurs poids, l'on pourroit ainſi nommer les voix moïennes des perſonnes, & le plus bas ton des Inſtrumens.

111. L'on ſait que certains corps tremblent à l'occaſion de certains ſons forts, comme la table d'un Inſtrument à l'occaſion du ſon de certaines cordes ; de même des planches, des vaſes & même les entrailles d'une perſonne. Si l'on connoît ces ſons, c'eſt-à-dire, leurs intervalles fixes ou leur nom, l'on connoîtra à quel nombre de vibrations par ſeconde ces corps ſympathiques ſont capables d'être ébranlez, ce qui peut contribuer à connoître leur nature.

112. Si les ſons fixes étoient établis par toute la terre, & s'ils euſſent été chez les Anciens, & qu'on eût donné des noms convenables aux corps ſonores dans leurs differens états, l'on connoîtroit par cet endroit la difference des hommes, des animaux & des corps de differens païs, leurs changemens dans les temps differens, & la difference des tons des Anciens d'avec les nôtres.

113. Les Ouvriers des Inſtrumens de Muſique trouveront dans la regle Echometre (art. 80.) un diapaſon general qui regle les tuïaux

tuïaux d'Orgues pour les Facteurs d'Orgues, les dimensions des Cloches pour les Fondeurs, les touches des Instrumens à manches pour les Lutiers, les monochordes pour les Faiseurs de Clavecin, & les machines Echometres pour les speculatifs qui veulent savoir les nombres des vibrations des corps sonores, ou bien les rapports ou les intervalles des sons de toutes sortes de corps sonores.

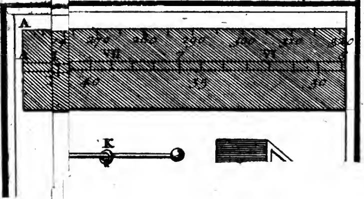
114. Nous avons vû (art. 56.) que $f = \frac{60\sqrt{p}}{n\sqrt{c}}$: ce qui nous marque que n étant déterminé, le son est toûjours le même de quelque grosseur que soit la corde, pourvû que son poids c ait toûjours le même rapport au poids p qui la tend, & l'on peut voir (art. 8.) combien au plus on peut augmenter le poids qui tend la corde, ou (art. 85. 86.) combien on peut augmenter le son avant que la corde casse.

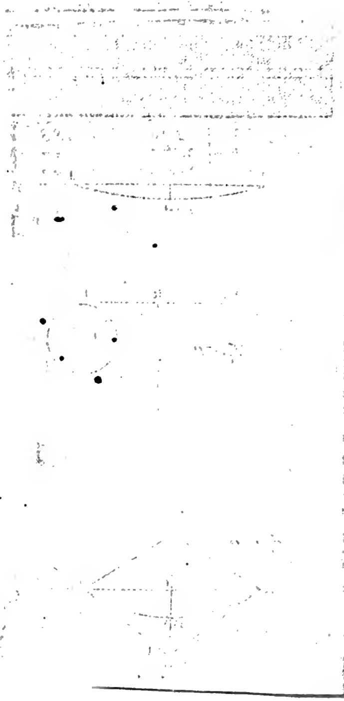
115. A l'imitation de ces proprietés l'on peut trouver par le son de quelques cordes que ce soit à quel ton elles peuvent monter avant que de se casser.

Enfin les curieux peuvent faire des notes pour exprimer les tons des oiseaux, des animaux ou des sauvages qui vont par petits intervalles qu'on ne peut exprimer par les notes ordinaires.

116. Je passe d'autres usages que l'on peut trouver sur le même sujet; j'ajouterai seulement deux Remarques.

La 1re. est que les principes que je viens d'établir sont de la nature des autres principes, de





BLE G

bre de temps

octave chaque octave.

			65536
251. 91	22.0	32244.	64488.
247. 88	64.2	31728.	63457.
243. 92	11.	31221.	62442.
240. 01	61.	30722.	61443.
[illegible]	15.	30231.	60461.

de Physique, ils servent de fondement aux experiences, qui sont quelquefois alterées par de nouvelles ciaconstances, comme il arrive dans la parabole pour la projection des bombes, dans la progression des nombres impairs pour l'acceleration des corps pesans, & dans la cycloïde pour les Pendules.

117. La 2e. est qu'en effet M. *Marius*, si connu par les Clavecins brisez & par ses autres inventions, qui a fait toutes les experiences qui m'ont servi à établir les principes précedens, a remarqué que le son des cordes les plus grosses étant divisées de moitié par un chevalet, montoit non seulement à la 1re. à la 2e. à la 3e. &c. octave, mais plus haut de 1. ou de $1\frac{1}{2}$ merides, ce qui est different des cylindres de même grosseur, dont l'un étant la moitié & même le quart d'un autre, il produit un son qui ne monte pas à l'octave. Ces nouvelles circonstances donneront lieu à de nouvelles recherches.

Ce Memoire ayant été imprimé depuis la mort de Mr. Sauveur, *le Lecteur excusera les fautes qui pourroient s'y trouver.*

Mes-

Messieurs de la SOCIETE' ROYALE DES SCIENCES, *établie à* Montpellier, *ont envoyé à l'Academie l'Ouvrage qui suit, pour entretenir l'Union intime qui doit être entre elles; comme ne faisant qu'un seul Corps, aux termes des Statuts accordés par le Roi au mois de Fevrier* 1706.

MEMOIRE

SUR LE MOUVEMENT DES INTESTINS DANS LA PASSION ILIAQUE.

Par M. HAGUENOT.

LES experiences qu'on a fait dans ces derniers temps sur le vomissement, & qui prouvent qu'il ne dépend point de la contraction violente & antiperistaltique de l'estomac, me donneront occasion de reflechir sur la méchanique du mouvement renversé & antiperistaltique des intestins, dont les Auteurs tant anciens que modernes font tant de cas; & qu'ils croient absolument necessaires-

ceſſaires pour expliquer le vomiſſement ſtercoreux qui arrive dans la paſſion Iliaque, ou *Miſerere*. Après pluſieurs ſerieuſes reflexions je n'eus pas de peine à m'apercevoir de la fauſſeté de leur opinion, que je tâchai enſuite de détruire entierement, non-ſeulement par de raiſonnemens vraiſemblables, mais encore par des faits certains & des experiences rëïterées. Mais avant de la refuter je croi qu'il ne ſera pas hors de propos de donner une idée de la méchanique qu'ils établiſſent.

Ils commencent d'abord par ce qui ſe paſſe dans l'état naturel, & ſuppoſent que les fibres de l'eſtomac & des inteſtins ſont ſans action dès qu'il n'y a ni chyle ni excremens, mais qu'elles ſe mettent en mouvement dès qu'elles y ſont ſollicitées par quelque corps contenu dans leur cavité; ils diſent enſuite que les fibres charnuës du ventricule ſe meuvent naturellement avec aſſez de force pour retrecir la capacité de ce viſcere, & par conſéquent pour chaſſer les matieres contenuës vers le duodenum; que là elles ébranlent la tunique nerveuſe des inteſtins & déterminent l'eſprit animal par la diſpoſition méchanique du cerveau à couler en plus grande quantité dans les fibres longitudinales & orbiculaires de la tunique charnuë qui répondent à cette partie, leſquelles venant à ſe contracter, obligent les matieres ont occaſionné la contraction à deſcendre vers le bas à cauſe de la valvule du pilore qui s'oppoſe à leur retour vers le ventricule. Mais ces matieres ne pourront être ainſi chaſſées qu'elles ne ſe placent ſous d'autres fibres

fibres qui se contracteront de nouveau par la même méchanique, & pousseront ce qui est sous elles vers le *rectum*, parce que la partie précedente de l'intestin demeure contractée pendant quelque temps, & ne lui permet pas de rebrousser chemin, & ainsi répondant successivement à differentes fibres des intestins, & les faisant contracter de haut en bas les unes après les autres, il est de toute necessité qu'elles continuënt leur chemin successivement du pilore jusqu'à l'anus, & c'est ce qu'on appelle mouvement vermiculaire ou peristaltique.

Cela étant ainsi supposé, ils raisonnent de la sorte. Le chyle & les matieres fécales sont portées vers le *rectum* par un mouvement de haut en bas, donc par la raison des contraires, pour que ces mêmes matieres se portent de bas en haut, il faut necessairement que le mouvement soit opposé, & que les fibres orbiculaires & longitudinales des boïaux se meuvent de bas en haut, & c'est ce qu'ils appellent *mouvement antiperistaltique*, ou *antivermiculaire*. Cette méchanique ne differe en aucune maniere de la premiere, si ce n'est par rapport à la détermination du mouvement. La voici : Il faut supposer d'abord avec eux qu'il y a toûjours un obstacle dans quelqu'un des intestins, mais plus souvent dans l'ileum, qui empêche les matieres de descendre vers l'anus, & que le mouvement est peristaltique depuis l'estomac jusqu'à l'endroit de l'obstruction, mais lors que les matieres qui ont été poussées jusques-là y sont parvenuës, elles commencent le mouvement antiperistaltique en

oc-

occaſionant un influx d'eſprits dans les fibres charnuës qui ſont au deſſus ; car ces fibres venant à ſe mettre en contraction, doivent comprimer & chaſſer par conſequent les excremens & les matieres chyleuſes vers l'endroit où elles trouvent moins de reſiſtance; or il y en a moins au deſſus, puis que l'obſtacle eſt inſurmontable, donc elles doivent ſe porter vers le haut & répondre à de nouvelles fibres ; ces fibres ſe contracteront de nouveau & preſſeront encore les excremens, ceux-ci ne pouvant paſſer par le bas, parce que la contraction des premieres fibres n'a pas encore fini, ſeront obligées de toute neceſſité de remonter ainſi ſucceſſivement de bas en haut juſqu'au pilore, dont ils forceront enfin la valvule & ſe feront jour dans la cavité propre de l'eſtomac où ils exciteront un vomiſſement ſtercoreux.

Voilà à la verité une méchanique bien ingenieuſe & bien prévenante : ne ſemble-t-il pas qu'il n'eſt rien de ſi ſimple, & que cela ſe doit faire ainſi? Ne paroît-il pas probable que les fibres des inteſtins ne ſe meuvent qu'à l'approche des matieres fecales ou chyleuſes, & qu'à cauſe de l'obſtacle, la matiere étant chaſſée par la contraction des fibres vers la partie ſuperieure, cette contraction ſe continuë en ce ſens? Cela n'eſt-il pas ſoutenu par la vraiſemblance du commerce des nerfs de la membrane nerveuſe inteſtinale avec ceux qui aboutiſſent à la charnuë? Tous les Auteurs ne tombent-ils pas d'accord de cette verité? Enfin le magnifique appareil de differentes fibres dont l'Auteur de la Nature a muni les inteſtins ſelon tou-

te

te leur longueur n'autorife-t-il pas cette méchanique?

Quelque fimple & quelque aifée qu'elle me parût, je ne pouvois me refoudre à y foufcrire; malgré cette apparence de verité qui me frappoit, je foupçonnois toûjours l'inaction & l'infuffifance des inteftins, & fachant qu'ils avoient à peu-près la même ftructure que l'eftomac, je conjecturois de l'experience qui détruit le mouvement renverfé de ce vifcere & que j'ai fait moi-même plufieurs fois, que les inteftins n'avoient pas plus de part au retour des excremens dans la paffion iliaque qu'il en avoit dans l'action du vomiffement. Plufieurs raifons me confirmoient dans ma conjecture.

En premier lieu, je ne pouvois concevoir que les mêmes inteftins fuffent agités prefque dans le même temps de deux mouvemens auffi contraires que font le periftaltique & l'antiperiftaltique; ce qui devroit pourtant arriver, puifque l'on avale dans cette maladie des bouillons & autres alimens ou medicamens qui font portez par confequent de haut en bas par le mouvement vermiculaire, & qu'on les rejette enfuite quelque temps après par la bouche d'une odeur puante, ce qui ne peut être caufé felon eux que par l'antivermiculaire.

En fecond lieu, je ne pouvois me perfuader qu'il fe fit auffi deux mouvemens oppofez au deffus & au deffous de l'obftruction des inteftins, l'un de bas en haut pour produire l'ileum, & l'autre de haut en bas depuis l'obftruction jufqu'à l'anus pour la for-

tie

tie des excremens. Le premier de ces mouvemens se déduit du vomissement stercoreux, & le second ne peut se nier, puis qu'il conste qu'on évacuë dans ces sortes de maladies par le moyen des lavemens les matieres fecales qui sont au de-là l'obstruction. J'ai remarqué aussi que les Chats & les Chiens que j'ai fait mourir du *miserere*, & qui avoient les gros intestins pleins d'excremens, les rendoient quelque temps après comme dans l'état naturel.

En troisiéme lieu, il est constant que dans les vomissemens bilieux, la bile remonte du duodenum vers l'estomac, & donne la couleur jaune aux matieres rejettées; mais l'on convient par l'experience du vomissement que dans ce cas elle peut par sa quantité, sa rarefaction, ou son acreté, distendre, picoter, ou tirailler la membrane nerveuse de l'intestin de telle sorte qu'en consequence de ces irritations il se fasse des contractions violentes du diaphragme & des muscles de l'abdomen pour les chasser vers le ventricule, sans aucun mouvement antiperistaltique du duodenum, donc les excremens peuvent aussi remonter des autres intestins sans le secours de ce mouvement.

En quatriéme lieu, si les matieres fecales étoient portées de bas en haut par le mouvement antivermiculaire des boyaux, peu de temps après, c'est-à-dire, dès que la matiere auroit atteint l'obstruction, le vomissement stercoreux arriveroit, ce qui est contraire à l'experience journaliere. La même chose devroit se faire dans toutes les constipations,

pations, car dans ces deux cas les excremens, pouſſez vers l'obſtruction par le mouvement naturel & periſtaltique, doivent par la méchanique ci-deſſus expoſée, y exciter le mouvement oppoſé, & ainſi ſucceſſivement juſqu'au ventricule.

En cinquiéme lieu, faiſant reflexion à un canal compreſſible, plein de liqueur, bouché à ſa partie inferieure & ouvert à la ſuperieure, je voyois qu'il étoit indifferent de le comprimer en bas, au milieu, en haut ou en quelqu'autre endroit de ſa longueur pour en exprimer la liqueur contenuë par l'ouverture; ce que je deduiſois aiſément de la ſeule continuité de la liqueur : ainſi ſuppoſant d'un côté un embarras dans les inteſtins qui ne permet pas la deſcente des excremens, & de l'autre deux cauſes mouvantes qui compriment l'inteſtin rempli depuis l'obſtruction juſqu'à l'eſtomac, telles que le diaphragme & les muſcles du bas ventre, je trouvois fort bien mon compte à expliquer ce ſymptome ſans ce prétendu mouvement.

Enfin quand même les inteſtins ne ſeroient pas tout-à-fait remplis depuis l'embarras juſqu'au ventricule, je ne me ſentois point porté à accorder la moindre choſe à ce mouvement renverſé de leur tunique charnuë; les contractions du diaphragme & des muſcles de l'abdomen me paroiſſoient ſuffiſantes, & ſelon l'ordre de la ſaine Philoſophie, je ne voulois point multiplier les êtres ſans neceſſité; de ſorte que détrompé de cette méchanique, je tâchai d'en établir

une

une autre plus ſimple que je m'en vais rapporter en peu de mots.

Pour proceder avec ordre, je ſuppoſe d'abord trois choſes inconteſtables tirées de la ſituation des parties, de leur uſage & des obſervations de tous les Auteurs. 1re. ſuppoſition : Comme par l'anatomie des parties contenuës dans le bas ventre, je ſai que l'eſtomac eſt ſitué au devant du diaphragme, je me perſuade que c'eſt principalement ſur lui que toute ſa force s'applique ; car quoiqu'il pouſſe, en ſe contractant, les viſceres qui ſont renfermés dans la cavité de l'abdomen, & que par conſequent il preſſe auſſi les inteſtins, il doit bien plûtôt par rapport à ſa ſituation, & s'appliquant immediatement ſur le ventricule, le comprimer, & en faire ſortir les matieres contenuës vers l'inteſtin duodenum ; ainſi je regarde le diaphragme comme la force mouvante qui pouſſe les matieres de l'eſtomac vers les boyaux, ou pour mieux dire, comme le preſſoir du ventricule.

Seconde ſuppoſition : Comme les muſcles de l'abdomen ſont ſitués au-deſſus des inteſtins, & qu'en ſe contractant ils les preſſent de toutes parts, je dois auſſi conſiderer ces muſcles comme leur puiſſance motrice & leur preſſoir : car quoi-qu'ils compriment l'eſtomac dans le vomiſſement, néanmoins dans le train ordinaire de la reſpiration, ils ne le compriment point, ou du moins très-peu, ce que chacun peut obſerver en lui-même. De ces deux ſuppoſitions il ſuit que dans le temps de l'inſpiration auquel le diaphragme s'applanit & ſe contracte, l'eſto-

mac étant preſſé chaſſe ce qu'il contient vers les inteſtins, & qu'enſuite dans l'expiration, les muſcles du bas ventre s'appliquant immediatement ſur ces derniers, pouſſent encore plus avant les matieres que le diaphragme leur a renvoïées ; de cette maniere les alimens que nous avons pris & le chyle qui en reſulte, ne ceſſent jamais d'être en mouvement par ces deux preſſoirs qui, comme autant de piſtons, agiſſent continuellement l'un au défaut de l'autre, & qui ſemblent alternativement ſe prêter la main pour chaſſer les parties des alimens les plus ſubtiles dans les veines lactées, & les plus groſſieres vers l'anus. Sans cette précaution de la nature le chyle & les excremens auroient croupi dans l'eſtomac ou dans quelque autre endroit des boyaux, & auroient produit des inflammations d'autant plus dangereuſes qu'elles nous ſont cachées, & dont nous voyons quelquefois de fatales experiences.

Derniere ſuppoſition. Enfin il faut ſuppoſer avec tous les Auteurs dans quelqu'un des inteſtins un obſtacle qui ne permette pas la deſcente des excremens. Ces trois choſes ainſi ſuppoſées, il ne ſera pas difficile de rendre raiſon de la méchanique du vomiſſement qui arrive dans la paſſion iliaque, ſans admettre le mouvement antiperiſtaltique.

En effet, ſi par quelque cauſe que ce ſoit, leur cavité eſt diminué en telle ſorte que les matieres fecales ne puiſſent être portées vers le bas, il faut neceſſairement que ces mêmes matieres ſejournent à l'endroit de l'ob-

l'obſtruction ; & comme il en arrive toûjours de nouvelle ſoit de la part des alimens, ſoit de la part des ſucs ou fermens qui ſe ſeparent du ſang, il faut auſſi que le canal ſe rempliſſe depuis l'étranglement de l'inteſtin jusqu'au pilore, qu'il regorge, qu'il en ſoit fort diſtendu, & qu'enfin les deux preſſoirs dont j'ai déja parlé agiſſant ſur les inteſtins, les matieres fecales ſoient obligées de remonter vers le ventricule où elles trouvent moins de reſiſtance & où elles exciteront par leur preſence le vomiſſement ſtercoreux. La plenitude des inteſtins eſt prouvée par l'ordre conſtant des Symptomes qui ont acoûtumé d'accompagner cette maladie; au commencement, c'eſt une colique, un grouillement, une tenſion du bas ventre, enſuite des rapports, des envies de vomir, le hoquet & enfin le vomiſſement; celui-ci même d'abord eſt pituiteux ou bilieux, parce qu'on ne rejette que les matieres qui ſont dans l'eſtomac ou le duodenum, & qui n'ont pas reçû cette derniere alteration qui leur donne l'odeur de fiente: mais bien-tôt après les matieres rejettées ſont d'une odeur très-deſagreable, & pour lors elles refluent bien avant de la cavité propre des inteſtins, ou à cauſe du ſéjour qu'elles y ont fait, elles ſont devenues propres à exciter en nous ce ſentiment fâcheux & deſagreable. Je remarque outre cela que le vomiſſement n'arrive ordinairement que trois ou quatre jours après l'obſtruction, & quelquefois même plus tard ; or pendant ces temps-là les malades avalent des bouillons, prennent des remedes, la ſalive & les autres fermens ſont toû-

jours fournis, donc leurs inteſtins doivent regorger & le remplir entierement. Mais quand même ils ne ſeroient pas tout-à-fait pleins & dilatés depuis l'embarras juſqu'à l'eſtomac, il ſuffit que le diaphragme & les muſcles de l'abdomen ſe contractent avec aſſez de force pour diminuer leur diametre; ce qui ne peut être revoqué en doute, puis que tous les Anatomiſtes conviennent que ces mêmes muſcles ne ſervent pas peu dans l'état naturel par leurs contractions alternatives à chaſſer le chyle & les excremens.

Perſuadé par toutes ces raiſons de la fauſſeté du mouvement antivermiculaire des inteſtins, mais non pas encore pleinement convaincu, je voulus examiner ſi mon raiſonnement s'accorderoit avec l'experience. Pour ſavoir ſeulement ſi les inteſtins étoient remplis dans le *miſerere*, les Cadavres faiſoient bien mieux mon affaire que les Animaux, mais outre qu'on n'a pas occaſion d'en ouvrir tous les jours, il y a une ſi grande répugnance, quoi-que mal fondée, dans la plûpart des familles pour ces ſortes d'ouvertures, qu'on ne ſauroit par-là s'éclaircir d'aucun fait, ainſi j'eus recours aux Animaux d'autant plus volontiers, que faiſant mes experiences lors qu'ils ſont encore en vie, j'eſperois pouvoir découvrir en eux plus facilement, ſi le mouvement étoit antiperiſtaltique dans le temps même du vomiſſement ſtercoreux: & comme je ſavois que le mouvement des inteſtins eſt plus ſenſible dans les Chats que dans les Chiens, je préferai d'abord ceux-ci à tous les autres. J'eus donc une Chate que j'attachai ſur les trois heu-

heures du soir à une table, & à qui je fis une ouverture à l'abdomen selon la longueur de la ligne blanche, assez large pour pouvoir donner passage aux intestins: je les examinai pendant quelque temps sans observer le moindre mouvement; le seul que je pûs découvrir avec ma Loupe & piquant en même temps les intestins, fût un trémoussement très-peu considerable. Mais comme ma recherche ne se terminoit pas là, & qu'il ne s'agissoit pas tant du mouvement peristaltique que de celui qui lui est opposé, je lui fis la ligature de l'ileum & recousus ensuite la playe; je la fis manger dans le dessein de la voir vomir bien-tôt après, mais j'attendis jusqu'à sept heures du soir inutilement, puis qu'à cette heure-là elle n'avoit pas eu seulement de nausée, je la détachai & la mis dans un sac, afin que pendant la nuit elle mangeât en liberté, & que le lendemain matin je pusse observer ce que je souhaitois; mais le vomissement survint à je ne sai quelle heure dans la nuit, ce que je reconnus par le seul approche qui exhaloit une odeur puante très-semblable à celle de la fiente de Chat, & par les mêmes morceaux de viande que je lui avois fait prendre sur les trois heures. Je ne pûs donc être témoin de ce qui se passoit au dedans dans le temps du vomissement; de sorte que le lendemain ayant trouvé la Chate presque sans force, & ne pouvant faire de grands mouvemens du diaphragme & des muscles de l'abdomen, je jugeai bien qu'elle n'étoit plus en état de vomir. Voyant donc que j'avois manqué mon coup, je rouvris la playe cousuë pour ob-

obſerver les inteſtins; je les trouvai remplis depuis la ligature juſqu'au pilore : pour ce qui eſt de leur mouvement, les examinant des yeux, je n'en remarquai aucun; avec la Loupe, & en les piquant je ne voyois qu'un trémouſſement preſqu'inſenſible, ſemblable à celui que j'avois auparavant remarqué.

Il fallut en venir à une ſeconde experience, que je fis ſur une autre Chate, à peu près de la même maniere qu'auparavant, avec cette difference que je la fis manger beaucoup plus, & que je lui fis la ligature ſur les huit heures du matin, comptant par-là de la voir vomir pendant la journée; mais je fus trompé dans ma conjecture, rien ne parût juſqu'à huit heures du ſoir, pas même la moindre envie de vomir. Je me retirai fort mécontent & deſeſperant quaſi de venir à bout de ce que je cherchois. Enfin le lendemain à ſept heures du matin l'ayant trouvée comme dans la premiere experience ſans force & hors d'état de vomir, après avoir ouvert la plaie du ventre, je trouvai l'eſtomac entierement plein & les inteſtins auſſi fort gonflés, juſques là que leur diametre étoit deux fois plus grand qu'il ne doit être naturellement.

Quelque mécontent que je fuſſe de ces deux experiences, je ne me rebutai point; & après pluſieurs reflexions ſur ce qui pouvoit en empêcher la réüſſite, je ſoupçonnai que la gêne où étoit l'animal attaché par les quatre pattes, & la trop grande quantité d'alimens que je lui avois fait prendre, n'euſſent été des obſtacles au vomiſſement. A la verité dans ces deux cas les muſcles de l'abdo-

domen, ces puissances motrices si necessaires, ne pouvant s'appliquer avec assez de force sur l'estomac, soit par le tiraillement qu'ils souffroient dans la situation genée dont je viens de parler, soit par la trop grande distention qu'ils recevoient de la part des alimens n'étoient point capables de produire un vomissement.

Pour éviter à l'avenir ces inconveniens, j'imaginai un endroit où je pusse enfermer un Chat, le laisser manger en liberté, l'observer sans le perdre de vûe, & le tirer quand je voudrois pour examiner les boyaux; je fis faire pour cet effet une espece de Cage d'une figure à peu-près ovale, garnie tout autour de fil d'Archal: après y avoir mis de quoi boire & manger, j'y enfermai un gros Chat à qui j'avois fait l'operation, dont j'ai parlé ci-dessus: comme je l'avois fait jeûner 24. heures, il mangea & bût quelque temps après, mais peu. Je pouvois observer facilement à travers la Cage jusqu'au moindre de ses mouvemens, ce que je fis avec toute l'attention possible pendant vingt-cinq ou vingt-six heures, après lesquelles il jetta par le haut quantité de matiere fluïde que je reconnus à l'odeur n'être point de la fiente, & enfin deux heures après il fut attaqué du vomissement stercoreux. Je l'attachai sur le champ & lui ouvris l'abdomen, je fis sortir l'intestin ileum, qui fut fort distendu, enflammé au dessus de la ligature & rempli de matieres fecales depuis l'endroit lié jusqu'à l'estomac; & comme *Sennert*, Auteur très-grave, assure que le mouvement naturel des intestins est fort obscur, mais que l'antiperistal-

riſtaltique eſt manifeſte, je pris ma Loupe pour tâcher de le découvrir, je piquai l'inteſtin bien avant avec une aiguille, avec un canif, je déchirai les membranes, tout cela inutilement; je ne pûs jamais obſerver le moindre mouvement, ce qui ne me ſurprit point, car les tuniques des inteſtins étoient ſi diſtenduës & ſi enflammées, que les fibres charnuës étoient aſſurément hors d'état de pouvoir faire leur jeu de reſſort pour reſſerrer les inteſtins, je recouſus la plaie comme auparavant, & remis mon Chat en Cage. Un moment après les nauſées & le vomiſſement ſtercoreux recommencerent avec plus de violence que jamais & durerent près de quatre heures. Après la mort du Chat ayant fouillé dans le ventricule & les inteſtins, je trouvai deux vers tænia, l'un dans la cavité de l'eſtomac, & l'autre à l'entrée du duodenum, que je remis à M. *Gauteron*, qui doit en donner un Memoire à la Compagnie. Le ſuccès que j'avois eu en faiſant cette experience, m'encouragea à la refaire ſur d'autres Chats, & prenant la même precaution, j'obſervai pluſieurs fois tout ce que j'ai marqué ci-deſſus: je tentai la même choſe ſur les Chiens, la réuſſite fut toûjours égale. Je trouvai conſtamment les boyaux rouges, enflammés, au deſſus de la ligature, fort dilatés, remplis de liqueur juſqu'au pilore & dénués de tout mouvement periſtaltique ou antiperiſtaltique. Mais pour m'aſſurer encore mieux de cette derniere verité, j'ai ouvert ſouvent l'inteſtin dans ces deux eſpeces d'animaux au deſſus de l'obſtruction, & ayant introduit le petit doigt

dans

dans l'ouverture, je n'ai jamais senti la moindre petite compression, ni aucun mouvement interieur de bas en haut ou de haut en bas. De plus, comme tout ce qui concerne ce prétendu mouvement antivermiculaire me paroissoit suspect, je voulus encore m'éclaircir sur la distribution du chyle dans la passion iliaque, qui, selon l'Auteur que je viens de citer, ne se fait pas comme il faut, à cause du mouvement renversé des intestins, je fus convaincu du contraire par l'experience suivante

Ayant ouvert l'abdomen à un chien que j'avois fait manger environ trois heures auparavant, & auquel j'avois lié l'ileum depuis vingt-quatre heures, je vis avec plaisir le mesentere parsemé d'une infinité de petits vaisseaux laiteux tous farcis de chyle, comme on l'apperçoit ordinairement quand on veut découvrir ces vaisseaux: j'ai vû aussi la même chose dans ceux qui avoient déja vomi la fiente, mais outre cela j'ai gardé pendant un mois & demi un fort gros chien que j'avois operé, qui pendant ce temps-là vomissoit frequemment, quelquefois même des excremens, quoi-qu'il les rendît aussi par l'anus, parce que la ligature n'avoit pas été assez serrée pour leur boucher entierement le passage. Or ce fait ne peut s'expliquer sans admettre la distribution du chyle dans les veines lactées, puisque ces sortes d'animaux ne sauroient vivre si long-temps sans alimens.

Enfin il ne sera pas permis de revoquer en doute la repletion des intestins si l'on fait attention au periode du vomissement que j'ai

remarqué varier dans les Animaux, ſuivant leur differente grandeur, ſelon la grande ou la petite quantité d'alimens que je leur faiſois prendre, & enfin ſuivant la ſituation de la ligature; par exemple, les Chats vomiſſent plûtôt que les Chiens, parmi ceux-ci les plus petits; parmi les animaux de même grandeur ceux qui mangent le plus; & enfin parmi ceux qui étoient à peu-près de la même grandeur & qui avoient mangé également, ceux-là étoient plûtôt attaqués du vomiſſement auſquels la ligature étoit plus haute.

Il ne me reſte à preſent que de ſatisfaire à deux objections qu'on a coûtume de propoſer, & qui ſemblent en quelque maniere favoriſer le mouvement antiperiſtaltique, c'eſt, dit-on, qu'il conſte par les obſervations de pluſieurs Auteurs, que les lavemens & les ſuppoſitoires ont été rendus par le haut dans le *Miſerere*. Je réponds premierement pour ce qui eſt des lavemens qu'on peut expliquer facilement leur retour vers l'eſtomac par les ſeules machines que j'ai déja établies, en ſuppoſant un obſtacle à l'anus qui empêche les matieres contenuës d'être miſes dehors, & le canal inteſtinal rempli juſqu'au ventricule; car pour lors ſi l'on force exterieurement l'obſtacle, & que l'on injecte un lavement, comme enſuite il ne peut plus ſortir, & qu'il diſtend davantage les membranes des inteſtins, il faut que le diaphragme & les muſcles de l'abdomen s'appliquant ſucceſſivement ſur eux & ſur l'eſtomac en tâchant de mettre dehors les parties du lavement mêlées avec les matieres fecales, ils les

les fassent remonter ensemble vers le haut avec d'autant plus de facilité qu'elles ont déja reçû cette détermination de mouvement & que la valvule du colon se trouve ouverte & abaissée par le fluide qui en remplit la cavité.

La difficulté sera plus grande du côté des suppositoires : en effet, il semble qu'ayant leur sortie libre vers l'anus, ils doivent plûtôt être chassés dehors que d'entrer dedans le rectum, ou quoiqu'ils entrent dans le rectum, qu'ils doivent demeurer à l'endroit de l'obstruction, tant à cause de leur masse lourde & pesante qu'à raison de leur solidité qui ne leur permet pas d'obéïr facilement aux deux pressoirs supposés. Quoique ce fait paroisse suspect à ceux même qui soûtiennent le mouvement antiperistaltique, il ne sera pourtant pas mal aisé d'en rendre raison si l'on fait attention à ce qui se passe quelquefois dans ceux qui sont constipés, à la figure circulaire des boyaux, à leur dilatation & leur plenitude.

On remarque dans la constipation que si ayant déja fait sortir des excremens endurcis, on contracte le sphincter & les releveurs de l'anus, on ajoûte pour lors de nouvelles forces à la contraction du diaphragme & des muscles du bas ventre, & on met entierement dehors les excremens; que si au contraire on vient à relever & serrer l'anus dans le temps qu'ils sont prêts à sortir, on sent qu'ils entrent en dedans avec beaucoup de précipitation, de sorte que la même cause qui dans le premier cas sert à l'expulsion des excremens, les fait rentrer dans ce dernier

avec

avec beaucoup de violence, ſans qu'il ſoit beſoin d'aucun mouvement antivermiculaire du rectum; cela ſe déduit aiſément de la differente maniere dont s'applique le ſphincter ſur les excremens endurcis, ſi c'eſt ſur l'extrêmité inferieure, il faut neceſſairement qu'ils entrent en dedans, ſi c'eſt ſur la ſuperieure, ils devront être pouſſés dehors à peu près comme nous chaſſons un corps gliſſant contenu dans la main tantôt par un bout, tantôt par l'autre, ſuivant la differente maniere dont s'applique ſur ſa ſurface le mouvement de nos doigts. Dans la paſſion Iliaque le ſuppoſitoire eſt quaſi tout-à-fait introduit dans la cavité de l'inteſtin rectum; donc toute la force du ſphincter doit faire ſon effort ſur ſon extrêmité inferieure, & en même temps les releveurs venant à agir devront le chaſſer vers le haut; mais comme l'inteſtin rectum eſt enflammé, & par conſéquent plus ſenſible que dans l'état naturel, les irritations ſeront auſſi plus grandes, les influx d'eſprits plus abondans; & enfin les contractions du ſphincter & des releveurs de l'anus plus violentes; donc le fil auquel le ſuppoſitoire eſt attaché ſe rompra, comme le rapporte *Mathæus*, *de gradibus*, & le ſuppoſitoire ſera porté bien avant dans le rectum, & juſqu'au commencement du colon; de-là il pourſuivra ſa route vers le cæcum, taut à cauſe de la détermination du mouvement qu'il conſerve encore dans cet inteſtin, que parce que le conduit inteſtinal ſe trouve fort dilaté par la grande quantité de matieres fluides au milieu deſquelles il gliſſe avec beaucoup de facilité. La gravité du ſup-

ſuppoſitoire ne doit point être un obſtacle à ſon retour, puiſque les inteſtins font pluſieurs circonvolutions dans l'abdomen, d'où il ſuit que tantôt il monte contre ſon propre poids, tantôt il tombe par ce même poids vers le ventricule, ainſi il paroît indifferent pour le faire monter ou deſcendre. Au ſurplus comme il conſte en Phyſique que les corps reçoivent du mouvement par rapport à leur maſſe, & que les ſuppoſitoires en ont beaucoup, ils doivent auſſi recevoir une plus grande quantité de mouvement par les contractions des muſcles du bas ventre; de ſorte que leur ſolidité & leur maſſe ſemblent favoriſer leur paſſage bien loin de s'y oppoſer; enfin il paſſera du colon dans l'ileum par une détermination perpendiculaire, nonobſtant le ſac du cæcum horizontal; ſi nous ſuppoſons que ce cul de ſac eſt comblé & que la valvule du colon eſt ouverte par la quantité du fluide dont les inteſtins ſont remplis, comme je l'ai dit ci-deſſus.

Mais ſi par les raiſons que je viens de rapporter l'on ceſſe d'accuſer l'eſtomac & les inteſtins de tant de maux qu'ils produiſoient, combien doivent craindre ces reſtaurateurs d'un ancien Syſtême pour tous les bons effets qu'ils leur attribuent; ils ſont, diſent-ils, les Auteurs de la digeſtion, c'eſt par la force extraordinaire de leurs fibres qu'ils operent ce grand ouvrage, c'eſt l'eſtomac d'abord qui par les ſecouſſes continuelles & violentes diviſe, attenuë & briſe les alimens en des molecules très-ſubtiles, qui enſuite acquierent la derniere diſſolution & perfection dans les inteſtins par la contraction réïterée de

de sa tunique musculeuse; cette opinion paroît fort vraisemblable du premier coup d'œil, & a de fort anciens privileges, elle pêche pourtant par une trop grande credulité pour les anciens Auteurs qui l'avoient autrefois enseignée, & par un deffaut d'attention sur ceux qui l'avoient renouvellée dans ce dernier siecle, ce qu'un Academicien * de cette Societé a prouvé dans une Assemblée publique, en démontrant la fausseté du calcul exorbitant de *Pitcarnius*; mais après tout je ne doute point que s'ils veulent jetter les yeux sur ces visceres dans les Animaux vivans, sans qu'il soit besoin d'aucune démonstration Géometrique, ils ne se détrompent de leur prejugé, & ne reviennent d'une erreur d'autant plus préjudiciable qu'elle se presente à eux sous un beau dehors & avec une apparence de verité presque sensible.

* M. Astruc.

FIN.